

基于结构自由振动的模态 参数直接频域识别

李岳锋

(南京航空航天大学振动所, 南京, 210016)

DIRECT FREQUENCY- DOMAIN MODAL IDENTIFICATION
BASED ON STRUCTURAL FREE VIBRATIONS

Li Yuefeng

(Research Institute of Vibration Engineering, Nanjing University of Aeronautics
and Astronautics, Nanjing, 210016)

摘要 论证了结构自由振动的有限离散频谱可以作为结构频响函数而直接用频域法识别结构模态参数, 实现了时域和频域识别技术的有机结合。仿真和实际结构的识别试验证明了这一论证的正确性。

关键词 模态识别, 动态建模, 时域识别, 频域识别

中图分类号 V214.33, O327

Abstract It is demonstrated that the finite discrete Fourier transform of the structural free vibrations can be considered just as the frequency response functions of the structure and its vibration modal parameters can be identified from them with general frequency- domain identification methods. In this way comes into being an ideal combination of both time- domain and frequency- domain modal identification techniques. It is proved to be correct and very convenient by identification tests for both simulated and actual structures.

Key words modal identification, dynamic modeling, time- domain identification, frequency- domain identification

结构振动模态识别一般分/频域法⁰和/时域法⁰两大类,前者是指以测到的结构频响函数为原始数据;而后者则基于结构的自由振动数据。频域法的一般优点是可以直观地逐个识别模态,并能滤去大部分噪声;时域法的突出优点是不需激励信息,非常容易得到自由振动数据,因而适用性更广。既只利用自由振动,却又能在频域内识别,从而使之兼有时域和频域二者的优点,是人们长期追求的目标^[1-3]。它们使得时域识别和频域识别法不再有明确的界限。本文将论述一种基于自由振动数据而直接用频域法识别模态参数的原理。仿真和真实结构的模态识别试验证明了它是时域和频域法二者的有效结合。

1 频域和时域识别数学模型及其联系

设在结构上布有 m 个响应测点和 n 个激励点,测到它的 m 行 n 列频响函数矩阵 $H(f)$ 。按结构振动复模态理论,它可以复模态参数展开为

$$H(f) = \sum_{r=1}^s \left[\frac{W_r W_r^T}{a_r(j\omega - K_r)} + \frac{W_r^* W_r^T}{a_r^*(j\omega - K_r^*)} \right] \quad (X = 2Pf) \quad (1)$$

其中 s 是复模态对数; 上标 $*$ 、 T 和 H 分别表示共轭、转置和共轭转置; W 是复模态向量; a_r 是复常量; 而

$$K_r = \delta_r(-\zeta_r + j\sqrt{1-\zeta_r^2}) \quad (j = \sqrt{-1}) \quad (2)$$

是相应的模态复频率; 其中 δ_r 和 ζ_r 分别是模态频率和阻尼比。

矩阵 $H(f)$ 各列的线性组合记作

$$H(f) = \sum_{r=1}^s \left[\frac{A_r W_r}{j\omega - K_r} + \frac{A_r^* W_r^*}{j\omega - K_r^*} \right] \quad (3)$$

其中 A_r 是取决于组合时的系数向量的复常量, 称为复模态参与因子。根据 $H(f)$ 或 $H(f)$ 这种数学模型, 可以用各种/ 频域识别0算法))) 例如已被大量实践证明行之有效的正交多项式拟合法))) 识别结构模态参数 K 和 W 。

现设测到的是结构的 m 维自由振动向量 $x(t)$ 。按复模态理论, 它可以结构复模态参数展开为

$$x(t) = \sum_{r=1}^s (B_r W_r e^{K_r t} + B_r^* W_r^* e^{K_r^* t}) \quad (4)$$

其中 B_r 是取决于结构运动初始条件 $x(0)$ 和 $\dot{x}(0)$ 的常量, 也称为复模态参与因子。根据这一数学模型, 可以用各种/ 时域识别算法0从中识别结构模态参数 K 和 W 。

把 $x(t)$ 作富氏变换到频域, 记作

$$X(f) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt = \sum_{r=1}^s \left[\frac{B_r W_r}{j\omega - K_r} + \frac{B_r^* W_r^*}{j\omega - K_r^*} \right] \quad (5)$$

把它与频响函数模型方程(3)比较一下, 差别仅在于复模态参与因子不同。由此可知, 只要把 $X(f)$ 看作是 $H(f)$))) 结构频响矩阵各列的线性组合, 那么就可以直接用频域法从 $X(f)$ 识别模态参数 K 和 W 。

问题是, 只能采到有限离散的自由振动数据, 因而实际上无法求到 $X(f)$ 。

2 从自由振动有限离散频谱直接识别模态参数

先来看采样长度有限的影响。设自由振动采样长度为 T , 可得有限富氏谱

$$X_T(f) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (6)$$

结合方程(4), 可得

$$X_T(f) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt - \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt = X(f) - e^{-j2\pi f T} X(f, T) \quad (7)$$

其中

$$X(f, T) = \int_0^T x(t + T) e^{-j2\pi f t} dt = \sum_{r=1}^s \left(\frac{B_r e^{K_r^T} \dot{W}_r^*}{j X - K_r} + \frac{B_r^* e^{K_r^T} \dot{W}_r^*}{j X - K_r^*} \right) \quad (8)$$

记有限富氏变换基频为

$$\$f = 1/T \quad (9)$$

若取

$$f = k \$f = k/T \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (10)$$

那么有

$$e^{-j2\pi f T} = e^{-j2\pi k} = 1 \quad (11)$$

把它和方程(8)及式(5)一起代回方程(7)得

$$X_T(f) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt = X(f) - X(f, T) = \sum_{r=1}^s \left(\frac{C_r W}{j X - K} + \frac{c_r^* \dot{W}_r^*}{j X - K_r^*} \right) \quad (f = k \$f) \quad (12)$$

其中

$$C_r = B_r(1 - e^{K_r^T}) \quad (13)$$

把 $X_T(f)$ (式(12))与 $H(f)$ (式(3))比较一下, 对于频域采样点 $f = k \$f$ 来说, 差别只在于模态参与因子不同。众所周知, 频域识别法通常都是利用频域内的等频率间隔采样值来实行的。因此, 用自由振动的有限富氏变换 $X_T(f)$ 的等间隔采样序列 $X_T(k \$f)$ 可以直接用频域法识别模态参数 K 和 W 。

再来看采样离散化的影响。设自由振动采样频率为 f_s , 采样间隔为 $\$t$, 采样点数为 N

$$\left. \begin{aligned} T &= N \$t = N/f_s \\ \$f &= 1/T = f_s/N \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

这样并不能真正求到 $X_T(f)$ (式(6))或 $X_T(k \$f)$ (式(12)); 只能算得自由振动采样序列 $x_i = x(i \$t)$ 的有限离散富氏变换

$$DFT(k \$f) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i e^{-j \frac{2\pi}{N} k i} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (15)$$

根据众所周知的采样定理揭示的离散富氏变换与连续富氏变换的关系, 有

$$DFT(f) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} X_T(f + p f_s) = X_T(f) + \sum_{p=1}^{\infty} X_T(f - p f_s) \quad (16)$$

从中可以看出 $DFT(k \$f)$ 与 $X_T(k \$f)$ 的差别只在于和式部分。由此可知, 只要采样频率 f_s 取得比自由振动 $x(t)$ 中包含的最高模态频率的 2 倍高, 那么由于采样离散造成的影响就相当于在 $X_T(f)$ 中多了一些模态频率比 $f_s/2$ 高的/高阶模态0。好在频域识别中总是要考虑高阶模态截断的影响的, 这些/高阶模态0的存在不会影响识别。

综上所述,可以得到如下结论:可以把结构自由振动的有限离散富氏变换直接看成结构频响函数而用频域法从中识别模态复频率 K 和复模态向量 W 。

4 实验

为验证上述的正确性及在有测量、噪声下的识别能力,首先进行了计算机仿真试验。

按线性结构自由振动数学模型方程(5)仿真一结构的5个测点的自由振动采样。这一结构有4个实模态,其固有频率、阻尼比和模态向量列在表1和表2中。以采样频率 $f_s=60\text{Hz}$, 采样 $NS=1024$ 点,第3测量站的无噪声和有噪声的时域采样序列及相应的DFT分别示在图1的左和右两列中。取 $NS=1024$ (和 $NS=512$)的DFT用正交多项式频域拟合法识别其模态参数。在无噪声时,识别结果与仿真设置相等,没有什么误差。有噪声的识别结果列在表1和表2中,从中可以看到识别结果也是令人满意的。特别值得指出的是,在取 $NS=512$ 时,自由振动还远未衰减完,但其识别结果与取 $NS=1024$ (自由振动已基本衰减完毕)时的几乎一样。

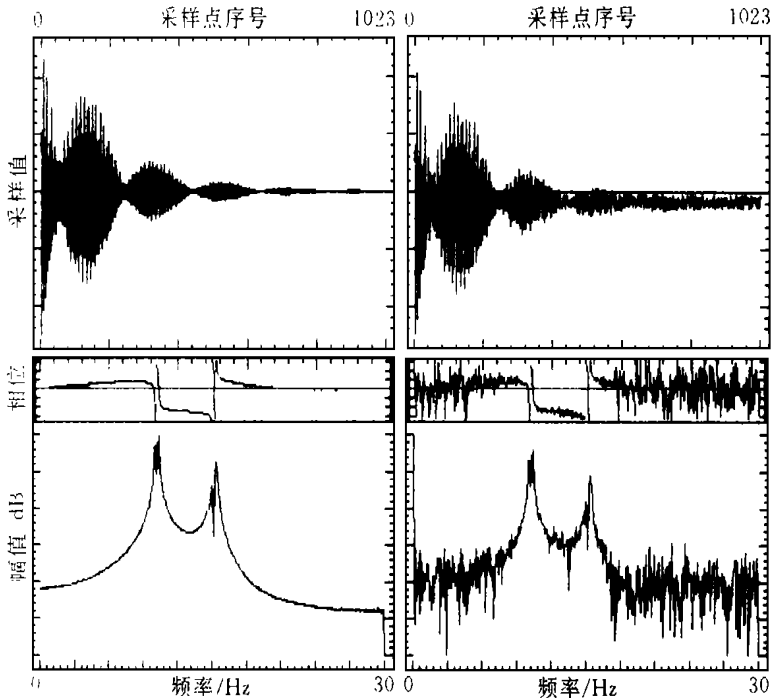


图1 第3测量站的时域采样及其DFT

表1 仿真结构固有频率和阻尼比及识别结果(有噪声)

仿真结构			识别结果			
模态序号	固有频率/Hz	阻尼比/%	NS= 1024		NS= 512	
			固有频率	阻尼比	固有频率	阻尼比
1	10.0	0.5	10.00	0.504 6	10.00	0.504 9
2	10.3	0.5	10.30	0.500 2	10.30	0.518 0
3	15.0	0.5	15.00	0.494 1	15.00	0.520 2
4	15.3	0.5	15.30	0.490 5	15.31	0.505 4

在飞机、导弹、桥梁等的模态试验中,也曾多次以很容易测到的自由振动数据及本文的方法识别模态,并与基于实测频响的识别结果比较,几乎看不出有什么差别。事实上,正是在实验中的这一发现,才导致了本文方法的论证动力。

表2 仿真结构模态向量及识别结果(有噪声)

模态序号	1		2		3		4		
	仿真结构	识别结果	仿真结构	识别结果	仿真结构	识别结果	仿真结构	识别结果	
测 量 站 号	1	1.000 0	1.000 0	0.000 0	0.037 2	1.000 0	1.000 0	0.000 0	0.031 8
	2	0.951 1	0.976 7	0.618 0	0.607 0	0.587 8	0.564 8	- 1.000 0	- 1.000 0
	3	0.809 0	0.832 2	1.000 0	1.000 0	- 0.309 0	- 0.284 7	- 0.618 0	- 0.615 8
	4	0.587 8	0.583 9	1.000 0	0.953 1	- 0.951 1	- 0.946 8	0.618 0	0.618 8
	5	0.309 0	0.329 1	0.618 0	0.590 2	- 0.809 0	- 0.881 9	1.000 0	0.903 6

参 考 文 献

- 1 李岳锋. 自由振动模态隔离法. 数据采集与处理, 1987; 2(1): 18- 24
- 2 李岳锋. 模态识别广义频域法. 振动测试与诊断, 1989; 9: 1- 6
- 3 李岳锋, 吕民富. 自由振动优化平均和模态隔离. 航空学报, 1992; 13(11): A627- A632

学会动态

航空防锈材料研究会成立

1994年10月21日,中国航空系统的73名专家、学者汇聚北京,举行了航空防锈材料研究会成立暨首届学术交流会。中国航空学会谢础秘书长、中国航空工业总公司科技局周家骐局长、中航供销总公司鲍绵林总经理等有关领导参加了大会。

新当选鲍绵林理事长在讲话中首先回顾了航空防锈材料工作的发展历史,然后指出,研究会成立的目的,是根据航空工业对防锈材料及工艺要求的发展,把专业技术人员组织起来,为共同交流、研讨、开发应用提供一块阵地,并向有关部门提出防锈材料的发展规划,不断提高除锈工艺的技术水平。

会议期间,代表们围绕着航空防锈材料的发展、认真进行学术切磋和交流,共发表23篇论文,围绕防锈油、清洗剂、切削液及其它防锈材料,提出各自独到见解,很有实用价值。会议期间,代表们参观了中航宏大化工材料厂的各种防锈材料产品、观看了工厂的录像介绍,并初步确定该厂为航空防锈材料的定点生产厂家。

防锈材料研究会由辽宁省铁岭市科协批准,挂靠在中国航空学会,会议推举周家骐局长为名誉理事长,鲍绵林为理事长、另有副理事长7人,常务理事21人,理事23人。

(李铁柏)