

基于概率疲劳的结构耐久性分析方法研究

董登科 薛景川 杨玉恭

(飞机结构强度研究所, 西安, 710061)

THE RESEARCH OF STRUCTURAL DURABILITY ANALYSIS METHOD BASED ON PROBABILISTIC FATIGUE

Dong Dengke, Sue Jingchuan, Yang Yugong

(Aircraft Structure Strength Research Institute, Xian, 710061)

摘要 从概率疲劳和概率断裂力学角度出发,以结构细节疲劳特征强度为基础表示结构的疲劳特性,给出了结构细节疲劳特征强度随裂纹长度变化的数学表达式,对整个 S-N 曲线的特征作了更深入的探讨,为基于概率疲劳角度进行耐久性分析奠定了基础。

关键词 概率, 耐久性, 疲劳

中图分类号 V214.4, V215.5

Abstract A durability analysis method from probabilistic fatigue and probabilistic fracture mechanics is described, in which the fatigue characteristic is expressed with structural Detail Fatigue Rating Strength (DFRS). The relationship between DFRS and Crack size a is given, and a deeper research is done on full S-N curves feature.

Key words probability, durability, fatigue

1 基本假设

(1) 结构细节疲劳额定强度(疲劳额定值)^[1]和材料的 S-N 曲线的几何特征符合飞机结构通常使用的几何统计特征,在耐久性分析时,不考虑同类型结构几何差异对应力强度因子的修正影响。

(2) 当裂纹长度小于根据下面判据^[2]

$$R_{\text{净}} = \text{Constant} \quad (1)$$

$$\left(\frac{da}{dN} \right)_{\text{小裂纹}} = \left(\frac{da}{dN} \right)_{\text{工程裂纹}} \quad (2)$$

所确定的裂纹长度 a_0 时,均属于疲劳范畴的问题,疲劳分析中所用的假设均成立;当裂纹长度大于 a_0 时,属于断裂力学范畴的问题。

(3) 给定的裂纹长度,满足对应无损检测手段的裂纹检出概纹要求。

2 结构细节疲劳特征强度的定义

结构在 N_0 次循环(具有 95% 的置信度和 95% 的可靠度)形成疲劳初始裂纹(疲劳破坏) a_0 时所对应的最大名义应力值(应力比为 R) 定义为结构细节疲劳特征强度,用 DFRS 这个符号表示;当 $R = 0.06$, $N_0 = 10^5$ 时就是通常的结构细节疲劳额定值 DFR。当置信度为 95%,可靠度不是 95% 时,则定义为任意可靠度下的结构细节疲劳特征强度,分别用 DFRSR、DFRR 表示。

对于任一组试验结果, 若 $N_{95/95} = N_0$ 时, 有

$$B = N_0 S_c \left(\ln \frac{1}{95\%} \right)^{-1/A} \quad (3)$$

$$N_{95/R_s} = \frac{B}{S_c (\ln(1/R_s))^{-1/A}} = N_0 [0.0513 / \ln(1/R_s)]^{-1/A} \quad (4)$$

依据假设¹有

$$DFRSR = \left(\frac{0.0513}{\ln(1/R_s)} \right)^{-\lg S_r^{1/2}} DFRS \quad (5)$$

$$DFRR = \left(\frac{0.0513}{\ln(1/R_s)} \right)^{-\lg S_r^{1/2}} DFR \quad (6)$$

对于民机机体结构, 一般要求的使用寿命在 50 000 飞行小时左右, 引起损伤的主要应力循环在 10^5 左右, 寿命大于 10^6 循环的损伤很小, 其地-空-地循环应力比接近零, 用试验出的 DFR ($N_0 = 10^5$) 作为结构细节疲劳特征值估算寿命更为合理。对于歼击机机体结构, 要求的使用寿命多在 3 000 飞行小时, 引起损伤的主要应力循环在 10^4 循环左右, 寿命大于 10^6 循环的损伤很小, 大部分应力水平(如机身气密载荷)的应力比接近零, 所以用试验出的 DFRS ($N_0 = 10^4$) 作为结构细节疲劳特征强度估算寿命较为合理。声载引起的应力水平是高频低应力幅的接近 $R = -1$ 的应力循环, 用 $N_0 = 10^6$ 试验出的 DFRS 作为结构细节疲劳特征强度估算寿命较为合理。

3 结构细节疲劳特征强度与其它疲劳参数之间的关系

等寿命图 1 中任意一点 A, 它对应的寿命为 $N_0(3 @ 10^4 [N_0 [3 @ 10^6])$, 则

$$\frac{S_{a_0}[0, N_0]}{S_{m_0}} = \frac{S_a[S_m, N_0]}{S_{m_0} - S_m} \quad (7)$$

根据特征应力的定义

$$S_a[S_m, N_0] = DFRS \frac{1-R}{2} \quad (8)$$

$$S_m = DFRS \frac{1+R}{2} \quad (9)$$

将式(8)、式(9)代入式(7)变换后得

$$S_a[S_m, N_0] = \left[\frac{(1+R)}{2} DFRS \left(S_{m_0} - \frac{1+R}{2} DFRS \right) \right] (S_{m_0} - S_m) \quad (10)$$

在 $\lg S_a - \lg N$ 直线上设(见图 2)

$$\lg \frac{S_a[S_m, N_0]}{S_a[S_m, 10N_0]} = \lg S \quad (11)$$

最后推导得

$$S_a = \left[\frac{1-R}{2} \text{DFRS} (S_{m_0} - S_m) \right] \left/ \left(S_{m_0} - \frac{1+R}{2} \text{DFRS} \right) \right. S^{\lg(N_0/N)} \quad (12)$$

$$N = 10^{(\lg N_0 - \lg Y / \lg S)} \quad (13)$$

$$Y = \frac{\left(S_{m_0} - \frac{1+R}{2} \text{DFRS} \right) S_a}{\frac{1-R}{2} \text{DFRS}} \quad (14)$$

$$S = 10^{-Y/B} \quad (15)$$

B 为 S_m 等于常数时的 S- N 曲线的斜率。

通过推导和变换可得 DFRS、DFR 和其它疲劳参数之间的关系式, 为了节省篇幅, 只列出 DFRS 与 S_{max} 、R、N 之间的关系式, 其它可见文献^[3]。

$$S_{max} = \frac{(1-R) S_{m_0} \times \text{DFRS}}{(1-R) \left(S_{m_0} - \frac{1+R}{2} \text{DFRS} \right) + \frac{1-R}{2} \times (1+R) \text{DFRS}}$$

$$R = \frac{\text{DFRS} \left[(1-R) \frac{S_{m_0}}{S_{max}} \times - \left(\frac{1-R}{2} \times - \frac{1+R}{2} \right) \right]}{\text{DFRS} \left(\frac{1-R}{2} \times + \frac{1+R}{2} \right) - S_{m_0}}$$

$$\text{DFRS} = \frac{S_{m_0} (1-R)}{(1-R) \frac{S_{m_0}}{S_{max}} \times + \left(\frac{1-R}{2} \times - \frac{1+R}{2} \right) - R \left(\frac{1-R}{2} \times + \frac{1+R}{2} \right)}$$

$$N = 10^{(\lg N_0 - \lg Z / \lg S)}, \quad x = s^{(\lg N_0 - \lg N)}$$

$$Z = \frac{(1-R) \left(S_{m_0} - \frac{1+R}{2} \text{DFRS} \right) S_{max}}{\text{DFRS} \left[(1-R) S_{m_0} - \frac{1-R}{2} (1+R) S_{max} \right]}$$

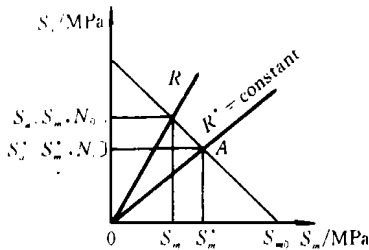


图1 等寿命曲线示意图

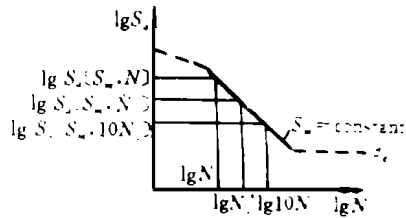


图2 $S_m =$ 常数时 S- N 曲线

4 疲劳极限和 S- N 曲线的交点特性

4.1 已知 $R = -1$ 时的 $N = 10^7$ 的疲劳强度为 R_0^{-1}

根据等寿命图 1 的直线假设有

$$\frac{R_c^{-1} - S_a^t}{S_m^t} = \frac{S_a^t}{S_{m_0}^t - S_m^t} \quad (16)$$

整理变换后有

$$S_a^t = R_c^{-1} \left[1 - \frac{S_m^t}{S_{m_0}^t} \right] \quad (17)$$

$$S_{m_{\max}}^t = \frac{R_c^{-1}}{\frac{1-R}{2} + \frac{1+R}{2} \frac{R_c^{-1}}{S_{m_0}^t}} \quad (18)$$

$S_a^t + S_m^t = S_{m_{\max}}^t$ 即为 S-N 曲线中间直线段对应于 $R = -1$ 的疲劳强度 R_c^{-1} 的终止点。当给定应力水平 $S_a + S_m = S_{m_{\max}}$ 小于 $S_{m_{\max}}^t$ 时, 可以将损伤忽略不计, 此时对应的寿命为:

(1) 对应结构细节疲劳特征强度 DFRS 的表示式

$$N = 10^{\left\{ \lg N_0 - \lg \left[\left[\left(S_{m_0} - \frac{1+R}{2} \text{DFRS} \right) R_c^{-1} \right] \left[\left(\frac{1-R}{2} \text{DFRS} S_{m_0} \right) \right] \right\} \lg S \right\}} \quad (19)$$

(2) 对应结构细节疲劳额定值 DFR 的表示式为

$$N = 10^{\left\{ 5 - \lg \left[\left(S_{m_0} - 0.53 \text{DFR} \right) R_c^{-1} \right] \left[\left(0.47 \text{DFR} S_{m_0} \right) \right] \right\} \lg S \right\}} \quad (20)$$

4.2 已知 $R = 0.06$ 时, $N = 10^7$ 对应的疲劳强度 $R_c^{0.06}$

根据公式(17)和下列公式

$$0.47 R_c^{0.06} = \left[1 - \frac{0.53 R_c^{0.06}}{S_{m_0}} \right] \quad (21)$$

有

$$S_a^t = \frac{0.47 R_c^{0.06} (S_{m_0} - S_m^t)}{S_{m_0} - 0.53 R_c^{0.06}} \quad (22)$$

变换后得

$$S_{m_{\max}}^t = \left[\frac{0.47 R_c^{0.06} S_{m_0}}{S_{m_0} - 0.53 R_c^{0.06}} \right] \left[\left[\frac{1-R}{2} + \frac{0.47 R_c^{0.06} (1+R)}{2(S_{m_0} - 0.53 R_c^{0.06})} \right] \right] \quad (23)$$

$S_a^t + S_m^t = S_{m_{\max}}^t$ 即为 S-N 曲线中间直线段对应 $R = 0.06$ 的疲劳强度的终止点。当给定应力水平 $S_a + S_m = S_{m_{\max}}$ 小于 $S_{m_{\max}}^t$ 时, 可以将损伤忽略不计。此时对应的特征寿命分别为

$$N_t = 10^{\left\{ \lg N_0 - \lg \left[\left(S_{m_0} - \frac{1+R}{2} \text{DFRS} \right) 0.47 R_c^{0.06} \left[\left(\frac{1-R}{2} \text{DFRS} S_{m_0} - 0.53 R_c^{0.06} \right) \right] \right] \right\}} \quad (24)$$

$$N_t = 10^{\left\{ 5 - \lg \left[\left(S_{m_0} - 0.53 \text{DFR} \right) R_c^{0.06} \left[\left(\text{DFR} S_{m_0} - 0.53 R_c^{0.06} \right) \right] \right] \right\}} \quad (25)$$

应该说,用式(19)、式(20)计算结果是一样的,也就是说 N_t 这个特征值对于一条 S- N 曲线来说是个常数。疲劳极限和 S- N 曲线的交点坐标为 $(\lg N_t, \lg S_a^t)$ 。对于式(24)、式(25)也是一样的。

5 裂纹尺寸 a 和寿命 N 之间的关系

5.1 a- N 曲线的数学表达式分析和推导

若试验给出全部 a- N 关系,无疑是理想的,但是要真正做到这一点,实在困难。依据试验结果的趋势假设

$$N = A + B \lg(a + Q) \quad (26)$$

当 $a = a_0, N = N_0; a = 0, N = 0$ 时,有

$$N_0 = A + B \lg(a_0 + Q) \quad (27)$$

$$0 = A + B \lg Q \quad (28)$$

将式(27)、式(28)式联立求解得

$$N_0 = B[\lg(a_0 + Q) - \lg Q] = B \lg\left(\frac{a_0}{Q} + 1\right) \quad (29)$$

由式(26)、式(27)、式(29)得

$$N = \frac{N_0}{\lg\left(\frac{a_0}{Q} + 1\right)} \lg\left(\frac{a}{Q} + 1\right) \quad (30)$$

当 $Q=1$ 时

$$N = \frac{N_0}{\lg(a_0 + 1)} \lg(a + 1) \quad (31)$$

式中, Q 为常数,随材料、加工工艺、连接形式不同而不同, $Q \geq 1$ 。将式(30)推广,可以认为

$$N = \frac{N_0}{\lg(a_0 + Q)} \lg(a + Q) \quad (32)$$

表 1 给出了根据式(32)得到的数字计算结果,其中 a_0 取 0.7mm, $N_0 = 10^5$,图 3 给出了相应的曲线。

表 1 计算的 a- N 数值

$N @ 10^6$	a_0 / mm	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
1	0	0	0.18	0.34	0.49	0.63	0.76	0.89	1
1.5	0.51	0.6	0.67	0.75	0.81	0.88	0.94	1	
2	0.69	0.75	0.79	0.84	0.88	0.92	0.96	1	

5.2 不同裂纹长度不同可靠度的 DFR 表达式

设裂纹长度为 a_0, a_1 时,结构细节疲劳额定值为 DFR_{a_0}, DFR_{a_1} ,那么根据 S- N 曲线的直线假设有

$$\lg(10^5/N_{a_0}) \setminus \lg(DFR_{a_0}/DFR_{a_1}) = B_r \tag{33}$$

整理后有

$$DFR_{a_1} = \left[\frac{10^5}{N_{a_1}} \right]^{-1/B_r} DFR_{a_0} \tag{34}$$

根据公式(32)、式(34)得

$$DFR_{a_1} = \left[\frac{\lg(a_i + Q)}{\lg(a_0 + Q)} \right]^{1/B_r} DFR_{a_0} \tag{35}$$

则

$$DFR_{a_1} = \left[\frac{0.0513}{\lg(1/R_s)} \right]^{1/2B_r} \left[\frac{\lg(a_i + Q)}{\lg(a_0 + Q)} \right]^{1/B_r} DFR_{a_0} \tag{36}$$

表 2 给出了 $B_r = 3, DFR_{a_r} = 100\text{MPa}, a_0 = 0.7\text{mm}$ 情况下的 $a - DFR$ 关系, 并绘于图 4 中。

表 2 根据 a 得到 DFR 数值计算结果(MPa)

Q	a_i/mm							
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
1	0	56	70	79	86	91	96	100
1.5	80	84	88	91	93	96	98	100
2.0	89	91	93	94	96	97	99	100

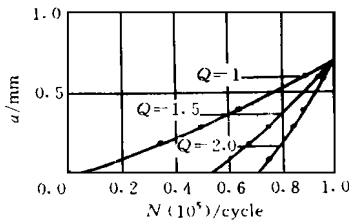


图 3 a- N 曲线

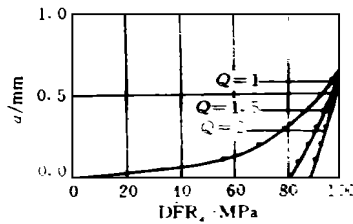


图 4 a- DFR 曲线

参 考 文 献

- 1 薛景川. 螺栓和耳片强度分析手册. 航空航天部 5AFD6 系统工程办公室, 1988
- 2 董登科, 吴富民, 薛景川. 基于概率疲劳和概率断裂力学的结构耐久性分析方法研究, 西北工业大学硕士论文, 1993
- 3 薛景川, 董登科, 贺恭泰. 结构细节疲劳特征强度表示的结构疲劳原始质量及其在耐久性分析中的应用. 航空航天部 623 所技术报告, Q/623S- 9303- 074, 1993