

文章编号: 1003-207(2002)03-0033-05

# 基于激励机制的指数化股票期权模型及其应用

陈关聚, 冯宗宪, 慕继丰

(西安交通大学管理学院, 陕西 西安 710049)

**摘要:** 股票期权的激励作用受到股市有效性的很大影响, 股市的弱有效性使得经理层股票期权的收益发生扭曲。本文介绍了建立在基准指数基础上的指数化股票期权模型, 分析了该模型的假设条件和约定价格的构造原理, 并采用实例对指数化模型的定价效果进行了验证。

**关键词:** 指数; 约定价格; 定价模型

中图分类号: C931: F830 文献标识码: A

## 1 前言

经理层的薪酬计划和水平一直受到多方面的关注, 通常, 经理层的薪酬是基本工资和基于短期业绩的年度奖金构成, 这种薪酬结构的最大缺憾在于经理层的收益没有与股东的利益紧密结合起来, 由于二者追求的目标存在很大差异, 导致产生代理问题。自 1952 年美国辉瑞公司对经理层实施股票期权计划以来, 股票期权计划得到越来越多企业的重视和采纳, 在 20 世纪 90 年代, 由于美国股市持续旺盛, 大部分企业股价走高, 持有股票期权的经理层获得了丰厚的回报, 股票期权计划受到经理层的广泛欢迎。但是, 股票期权计划仍然存在很多问题, 最主要的是报酬与绩效之间的相关性较低。在牛市时期, 企业股价上涨主要归因于股市整体走势, 企业的财务指标没有得到同步改善, 经理层得到的回报与企业的绩效改善程度不成正比, 因此, 经理层从股票期权计划获得的收益往往是搭股市便车的行为; 相反, 当股市处于熊市时期, 股票期权持有人难以获得收益, 为了激励持有人, 有的企业采取重新定价的策略, 每年根据股市变化对本公司股票重新评估, 重新确定股票期权的约定价格。这种办法引起争议, 因为重新定价无非是将约定价格降低于当期股票价格, 使得经理层可以执行期权获取收益, 很显然, 这种收益并非来自股票价格的增值, 而是股东对经理

层在利益上的让渡, 这必将遭到股东的反对, 并且如果经理层的股票期权早涝保丰收, 定会进一步助长他们的惰性。据佛罗里达大学 Narayanan (1996) 对 1989-1990 年重新定价的 115 个企业研究, 重新定价不能提高股东的收益水平, 当然, 企业也可以在股市暴涨时期重新确定约定价格, 将约定价格调高, 以减少经理层的股票期权收入, 但这必将遭到经理层的反对, 因而很少发生牛市重新定价的现象。由于股市的有效性是相对的, 股市涨跌无常, 重新定价的做法既容易受到主观因素干扰, 是滞后股市变化的行为。要解决股市弱有效性对股票期权的影响问题, 必须设计一套随股市涨跌而自动调节约定价格的机制, 指数化股票期权就是遵循了这一思想。

## 2 指数化股票期权的概念与假设

指数化经理层股票期权 (indexed executive stock option) 的基本思路是将约定价格构造成一个随市场业绩变化而不断调整的变量, 把市场业绩作为基准参照物-指数, 这里的市场业绩既可以是整个股市的大盘走势, 也可以是竞争对手或者同行业企业的业绩, 这样, 约定价格就成为一个包含着股市弱有效性因素的变量。在牛市时, 整体股价上涨, 那么基准参照物-指数也必然上升, 带动约定价格上升, 过滤了市场上非企业经理层努力因素造成的股价变化, 经理层执行股票期权将不会获得暴利; 如果企业业绩水平低于基准指数, 在牛市时可能股票期权的价值为零, 经理层将得到惩罚; 在熊市时期, 如果企业业绩高于基准指数, 股票期权价值可以为正值, 持有人能够得到股票期权的激励。

按照因素的可控制性与否, 把影响企业在股市

收稿日期: 2001-08-08

作者简介: 陈关聚 (1970-), 男 (汉族), 山东聊城, 经济师, 西安交通大学管理学院博士生, 研究方向: 人力资源开发与管理。

表现的不确定因素划分为两类, 其一是系统因素, 指超出经理层控制能力的企业外部政治、经济、技术和股市投机行为等因素, 它们反映在股市大盘的走势, 与企业经理层的努力程度没有相关性; 其二是特定因素, 指经理层控制能力范围内的经营管理因素, 特定因素反映在企业的内部财务指标是否良好, 如果经理层的能力强, 则熊市时期在资产回报率、利润率等方面也会有较好的表现, 如果经理层的能力差, 则牛市时期财务指标也会差。这两种因素共同对股市价格做出影响, 与系统因素和特定因素相对应, 把企业的业绩也分为系统业绩和特定业绩两部分。指数化股票期权要求选择一个基准参照物即指数来代替系统业绩, 然后考察企业的业绩和指数的关系, 如果企业的业绩超过指数, 那么特定业绩为正值, 反之则特定业绩为负值。显然指数化股票期权的价值是特定业绩的函数, 因此, 就过滤掉了系统因素对期权价值的干扰。如果把系统业绩用股市指数或者同行业竞争对手的价格指数来代替, 那么, 系统业绩就可以量化, 建立数学模型。

### 3 构造指数化的约定价格

采用指数股票期权的关键就是构造一个约定价格, 约定价格必须是指数的函数, 使之能够比较精确的反映超出经理层控制力的系统业绩部分, 如果指数与系统业绩偏差过大, 就难以过滤系统因素的干扰, 导致指数化股票期权的效果下降。

对于给定的指数, 假设企业的股票价格和指数满足下面的联合几何布朗运动方程:

$$dS/S = (\mu_s - q_s) dt + \sigma_s dz_s \tag{1a}$$

$$dI/I = (\mu_I - q_I) dt + \sigma_I dz_I \tag{1b}$$

其中:  $dz_s dz_I = \rho dt$  (1c)

这里  $z_s, z_s$  为维纳随机过程,  $t$  是时间,

$\mu_s, \mu_I$  指股票 指数的期望收益

$\sigma_s, \sigma_I$  指股票、指数的波动率

$q_s, q_I$  指股票、指数连续分配的红利

$\rho$  是两个维纳过程的相关系数,

根据前面的介绍, 传统股票期权的收益  $\mu_s$  反映了系统业绩和企业管理业绩两个因素, 而指数的期望收益  $\mu_I$  与企业的特定业绩无关, 反映系统业绩。由此可以定义股票的超额收益  $\alpha$  为:

$$\alpha = \mu_s - r - \beta(\mu_I - r) \tag{2a}$$

$$\beta = \rho(\sigma_s/\sigma_I) \tag{2b}$$

上式中  $r$  为无风险利率。超额收益指的是股市由于系统因素引起股市大起大落而造成的, 指数化

股票期权只对经理层的特定业绩进行激励, 因此经理层不能得到超额收益, 即  $\alpha = 0$ 。在未来时刻  $t$ , 满足超额收益为 0 的条件, 如果指数价格为  $I_t$ , 需要确定股票价格期望值  $S_t$ ,  $S_t$  的期望值可以表达为  $E[S_t | I_t, \alpha = 0]$ 。可以证明,  $I_t$  条件下的  $S_t$  服从对数正态分布, 结合 Ito 定理, 可以推导出下面公式:

$$E[S_t | I_t, \alpha = 0] = S_0 (I_t / I_0)^\beta e^{\eta t} \tag{3a}$$

$$\eta = (r - q_s) - \beta(r - q_I) + \frac{1}{2} \rho \sigma_s \sigma_I (1 - \beta) \tag{3b}$$

根据上面分析, 我们定义一个  $t$  时刻基准股票价格  $H_t$ , 通过  $H_t$  来评价经理层的业绩水平。

$$H_t = S_0 (I_t / I_0)^\beta e^{\eta t} \tag{4}$$

$H_t$  是一个变量, 其取值随当前股价、与指数相关性等多种因素而变化, 能够准确反映系统因素对股价的影响, 如果把基准股票价格  $H_t$  作为股票期权的约定价格, 那么, 股票期权就成为指数股票期权。显然, 对于指数化股票期权, 只有股票价格在大于  $H_t$  时, 经理层持有的期权才是实值股票期权, 执行指数化股票期权才能够获得利益; 如果股价低于  $H_t$ , 那么经理层的指数化股票期权就是虚值期权, 内在价值为 0。指数化股票期权的约定价格与传统股票期权的约定价格区别是明显的, 传统的约定价格是固定的数值, 一般等于签约日的股价, 或者低于签约日股价, 如香港股市规定不得低于签约日前五个交易日内平均收市价的 80%, 且不得低于面值, 约定价格一旦确定在以后有效期内将固定不变, 而  $H_t$  是随所选择的指数变动而变动的, 并且受到企业收益相对于指数收益敏感性水平的调节。

### 4 指数化股票期权的定价模型

指数股票期权同样具有内在价值和时间价值, 指数化股票期权的价值就是内在价值和时间价值之和。其内在价值的表达式为  $\max\{S_t - H_t, 0\}$ , 在满足一系列基本假设之下, 在  $t$  时刻, 看涨欧式指数股票期权的价值计算公式为:

$$C = e^{-qt} [S_t N(d_1) - H_t N(d_2)] \tag{5a}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_t/H_t) + \sigma^2 \cdot \tau/2}{\sigma \sqrt{\tau}} \tag{5b}$$

$$d_2 = d_1 - \alpha \sqrt{\tau} \tag{5c}$$

$$\alpha = \alpha \sqrt{1 - \rho^2} \tag{5d}$$

$$\tau = T - t \tag{5e}$$

式中  $N(d_1), N(d_2)$  是标准正态分布的累计概率分布函数在  $d_1, d_2$  的值。

上面给出了指数化股票期权的约定价格和定价公式, 在选择一个合适的指数后, 比如把整体股市的股价或者同行业竞争对手的股价作为指数, 根据上面的公式就可以计算出经理层持有的指数化股票期权的价值。操作步骤是: 第一步, 选择合适的指数; 第二步, 计算构造的约定价格  $H_t$ ; 第三步, 计算  $d_1$ 、 $d_2$ ; 第四步, 查概率分布表, 代入公式(5a), 计算出价值  $C$ 。

指数化股票期权的估价公式在结构上与 Black-Scholes 定价模型比较相似, 我们知道, 无红利支付的欧式看涨股票期权的 Black-Scholes 定价模型为:

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2) \quad (6a)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma_s^2/2) \cdot \tau}{\sigma_s \sqrt{\tau}} \quad (6b)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_s \sqrt{\tau} \quad (6c)$$

式中,  $S$  为签约日股价,

$X$  为约定价格

$\sigma_s$  是股票年收益率的标准差

对于有连续固定额度红利支付的股票期权, 其定价模型改写为:

$$C = Se^{-q\tau}N(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2) \quad (7a)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma_s^2/2) \cdot \tau}{\sigma_s \sqrt{\tau}} \quad (7b)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_s \sqrt{\tau} \quad (7c)$$

比较指数化股票期权定价模型与 Black-Scholes 定价模型, 可以发现二者存在几点不同之处: 其一是指数化股票期权采用构造的基准股价  $H_t$  取代了固定的约定价格  $X$ ,  $H_t$  能够滤除系统因素对股价的影响, 更客观的反映了经理层的特定业绩, 无论在有效的股市环境还是在弱有效股市的环境下, 指数化股票期权均具有较强的有效性。

其二是在有红利分配时两个模型的  $d_1$ 、 $d_2$  不同, 传统股票期权的 B-S 模型中  $d_1$  的分子比指数化股票期权的  $d_1$  增加  $(r - q)$  一项。由于传统股票期权的约定价格是固定值, 那么  $(r - q)$  反映了在风险中性的环境下股票期权价值的增长率,  $(r - q)$  将会对股票期权的价值产生正的影响。而指数化股票期权没有  $(r - q)$  项, 这是因为股票价格和指数约定价格在风险中性环境都以同样的比例增长, 同步增长使得最终结果被互相抵消。这也说明, 指数化股票期权并不仅仅因为股票价格增加就让持有人获得利益, 而是在股票价格和指数股票价格差值增长后

才会使持有人获得利益。从这一点来看, 无疑指数化股票期权的价值低于传统股票期权的价值, 要使指数化股票期权具有传统股票期权同等的报酬价值, 就必须在数量上给经理层更多的指数化股票期权。

第三, 两个模型的波动率不同。指数是经过选择的基准参照物, 自然与股票之间具有非零的相关性, 从公式(7d)可以看出, 指数股票期权定价模型中采纳的波动  $\sigma$ 、 $\alpha$  必定小于传统股票期权定价模型中的波动率  $\sigma$ 、 $S$ 。其实减少的那部分波动性正是经理层控制能力之外的系统因素造成的, 也就是说, 传统模型的波动率包含系统因素波动率和特定因素波动率两种, 而指数化股票期权已经将系统不确定性过滤出去, 模型只与特定因素造成的波动性有关。如果选择的指数与股票的相关性比较高, 那么将导致特定因素波动性下降, 则波动率对指数化股票期权的价值贡献就少, 再次表明指数化股票期权的价值比传统股票期权的价值低一些。当指数和股票完全相关时, 相关系数为 1, 表明此时企业的特定业绩为 0, 股票期权的收益就仅与系统因素有关, 那么指数化股票期权就失去了意义, 因为此时经理层的努力所产生的业绩对期权的价值失去贡献, 那么经理层就会放弃努力, 经理层持有的指数化股权能否为他们带来收益, 只取决于股市的系统因素。相反, 如果相关性下降, 表明企业的特定业绩对指数化股票期权价值的贡献增加, 当相关性为 0 时, 指数化股票期权的价值达到最大值。因此, 经理层必然偏好的推动相关性向 0 变化, 以提高企业特定业绩对股票期权的价值贡献, 增加自己持有的指数化股票期权的价值。

## 5 定价模型的实例检验

L 集团有限公司是于 1994 年上市的一家高科技企业, 法定股份 23 亿股, 流通股份为 18 亿股, 1997 年公司股票跌至谷地, 1999 年 1 月公司实施股票期权计划, 约定价格为 1 元, 股价为 1.3 元, 1999 年下半年, 股价得以回升, 11 月 15 日股价达到 10 元左右, 2000 年 4 月, 受全球网络概念股的影响, 股价最高达到 70 元, 公司随即采取了拆细股份的措施, 将原来的 1 股拆为 4 股, 拆股行动结束后, 股价调整为 15 元左右。随着美国那斯达克网络概念股泡沫破碎, 网络股价格急剧下跌, 尽管 L 公司业绩一直保持着强劲的走势, 但股票价格却持续低迷, 2001 年 7 月, 股价在 4 元左右徘徊。假设经理 A 和

B 在 2000 年初均获得了数量为 2 万股的无时间限制的股票期权, A 在 2000 年 4 月执行了权力, 获得 140 万元的现金报酬; B 持股观望, 拆股后相应期权数量增加为 8 万股, 如果 2001 年 7 月执行权力只能得到约 32 万元的现金回报。A 的收入是 B 的 4.4 倍, 这一巨大差距显然不是由公司业绩因素造成的, 而是股市的系统因素作祟。下面采用指数化股票期权定价模型来计算 2000 年 4 月和 2001 年 7 月股票期权的价值。

选择同行业竞争对手 F 集团的股价作为参照指数, 该公司 1999 年 1 月股价为 2 元, 2000 年 4 月股价上升为 50 元, 2001 年 7 月股价跌至 3 元。为方便计算, 假设无风险利率为 4%, L 的连续红利为 3%, 波动率为 0.45, F 的连续红利为 3%, 波动率为 0.3, L 与 F 的相关系数为 0.75。

1. 2000 年 4 月股价为 70 元时的股票期权价值。

$$\beta = \rho(\sigma_s / \sigma_L) = 0.75 * (0.45 / 0.3) = 1.125$$

$$\begin{aligned} \eta_t(r - q_s) - \beta(r - q_L) + \frac{1}{2}\rho\sigma_s\sigma_L(1 - \beta) \\ = (0.04 - 0.03) - 1.125(0.04 - 0.03) + 0.5 * \\ 0.75 * 0.45 * 0.3(1 - 1.125) \\ = -0.0076 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_t = S_0(I_t / I_0)^\beta e^{\eta_t} \\ = 1.3(50/2)^{1.125} 2.7^{-0.014} \\ = 48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_s = \sigma_s \sqrt{1 - \rho^2} = 0.3 \\ d_1 = \{\ln(70/48) + 0.3^2 * 1.5/2\} / (0.3 * 1.225) \\ = 1.21 \end{aligned}$$

$$d_2 = d_1 - \alpha_s \sqrt{\tau} = 1.21 - 0.55 = 0.66$$

$$N(d_1) = N(1.21) = 0.8869$$

$$N(d_2) = N(0.66) = 0.7454$$

$$\begin{aligned} C = e^{-0.045} [70 * 0.8869 - 48 * 0.7454] \\ = 0.956 * [62 - 35.8] \\ = 25 \end{aligned}$$

也就是说, 2000 年 4 月股价高峰时期股票期权的价值为每股 25 元, 经理 A 执行股票期权 2 万股可以得到 50 万元, 这一数字比 140 万大大降低。

2. 2001 年 7 月的股票期权价值。由于此时股份已经拆细为 4 股, 为便于比较, 我们把 4 股视作虚拟的 1 股, 股价为 16 元。

$$\begin{aligned} H_t = S_0(I_t / I_0)^\beta e^{\eta_t} \\ = 1.3(3/2)^{1.125} 2.7^{-0.019} \\ = 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_1 = \{\ln(4/2) + 0.3^2 * 2.5/2\} / (0.3 * 1.58) \\ = (0.693 + 0.1125) / 0.474 \\ = 1.7 \end{aligned}$$

$$d_2 = d_1 - \alpha_s \sqrt{\tau} = 1.7 - 0.474 = 1.23$$

$$N(d_1) = N(1.7) = 0.955$$

$$N(d_2) = N(1.23) = 0.891$$

$$\begin{aligned} C = e^{-0.075} [16 * 0.955 - 2 * 0.891] \\ = 12.4 \end{aligned}$$

即 B 持有的股票期权在 2001 年 7 月每股价值为 12.4 元, 2 万股的总价值为 24.8 万元。

可以看到, 经理 A 在 2000 年 4 月执行权股票期权的收益为 50 万, 而经理如果在 2001 年 7 月股价最低时执行股票期可以得到 24.8 万元收益, 二者的收入差距已经从原来的 4.4 倍缩小为 2 倍。这个差距存在的可能是以下方面: 一是股市客观存在着股价涨跌因素, 股票期权的价值必然存在一定范围的波动; 二是选择的参照基数股票代表性不够, 例中仅选择了 F 一种股票, 它不能完全反应系统因素对股价的影响; 三是本文为方便介绍模型的使用过程, 参数只是做了简单的给定, 因此对计算结果会有一定影响。

## 6 结论

股票期权计划包含着两个基本假设, 一是经理层受到激励后增加的努力能够改善经营业绩; 二是企业业绩上升能够得到市场投资者的认可, 从而推动股价上涨, 即股市是有效的。由于这两个假设在现实中难以完全满足, 因而股票期权的激励效果就会大打折扣, 所以, 必须对现有的股票期权进行结构设计的改造。

指数化股票期权是一种基于相对业绩评价的报酬方式, 股票期权的价值仅仅与企业特定业绩有关, 它消除了系统不确定性对股票期权价值的扭曲, 能够较准确的反映企业经理层的业绩, 因而也就会产生比较有效的激励效果。特别在弱有效的股市环境下, 对经理层实施股票期权的一大障碍就是股市不能准确反映企业的业绩, 采用指数化股票期权可以从很大程度上消除弱有效性的干扰, 使得股票期权的价值回归到真实的业绩水平上来。

### 参考文献:

[1] Shane A. Johson: Indexed executive stock options[J]. Journal of Financial Economics, 2000, 57: 35- 64.  
[2] Alfred Rappaport: New thinking on How to link executive

pay with performance [J]. Harvard Business Review, March-April 1999.

[3] 陈舜. 期权定价理论及其应用[M]. 中国金融出版社, 北京, 1998年.

## Model and Application of Indexed Stock Options Based on Incentive Mechanism

CHEN Guan-ju, FENG Zong-xian, MU Gi-feng

(Administration School, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Incentive of executive stock option depends on the effectivity of stock market, if the market is weakly effective, there will be little connection between executive payment and corporate performance. In order to conquer the weakness of market, this paper examines indexed executive stock options, it analyses how to establish the exercise price using a benchmark stock and also gives the pricing model, finally the model is tested by a case.

**Key words:** index; exercise price; pricing model

### 《第四届中国管理科学学术交流会议》征文通知

**会议议题** 管理科学与西部大开发  
**主办单位** 中国优选法统筹法与经济数学研究会  
 中国科学院科技政策与管理科学研究所  
 《中国管理科学》编辑部

**会议日期** 2002年10月      **会议地点** 待定

**征文范围**

项目管理	供应链管理
企业资源规划(ERP)	生产与经营管理
经济与金融管理	区域规划与战略
市场与投资分析	信息管理与电子商务、
农业产业经营与经营管理	数据仓库与数据挖掘

#### 征文要求

- 未在其它学术会议、论文集和刊物上公开发表过。
- 提交论文详细要求请见《中国管理科学》期刊封四(征稿启事)。
- 来稿篇幅要求不超过4页,4页以内版面费500元,超过4页则每增加一页加收版面费100元。
- 请作者于2002年7月30日之前(以邮戳为准)将论文打印稿(Word97以上排版,其打印格式与《中国管理科学》2002年版式相同)一式两份寄给会议秘书处,同时寄送其软盘或按下列E-mail地址将电子版传给会议秘书处。
- 来稿请注明作者的单位、通讯地址、邮编、联系电话和E-mail地址,并在信封上注明“征文”字样。

#### 论文出版

- 经过专家评审后录用的论文,将在《中国管理科学》期刊2002年(专辑)上刊登。
- 论文录用通知将在2002年8月30日前发出,会议确切日期另行通知。

#### 会议秘书处

北京8712信箱“双法”研究会 傅继良

邮 编: 100080

E-mail: [zgglkx@mail.casipm.ac.cn](mailto:zgglkx@mail.casipm.ac.cn)

联系电话: 010 62542629