文章编号:1001-506X(2010)10-2132-04

基于比例风险模型的可靠性综合评估

洪东跑, 马小兵, 赵 宇

(北京航空航天大学可靠性与系统工程学院, 北京 100191)

摘 要: 研究了环境因素对可靠性的影响,提出了一种利用变环境数据的可靠性综合评估方法。首先,利用比例风险模型描述产品可靠性水平与其工作环境因素的定量影响关系。接着,利用变环境数据确定基准失效率,并对比例风险模型进行变换。然后,利用广义线性模型给出了可靠性模型参数的极大似然估计。进而结合可靠性模型,利用似然比方法给出了可靠度置信下限。实例表明,该方法能较好地度量环境因素对产品可靠性的影响,从而提高了可靠性评估精度。

关键词: 系统工程; 可靠性评估; 比例风险模型; 广义线性模型

中图分类号: TB 114.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-506X.2010.10.25

Integrated reliability assessment based on proportional risk model

HONG Dong-pao, MA Xiao-bing, ZHAO Yu

(*School of Reliability and Systems Engineering, Beihang Univ., Beijing 100191, China*)

Abstract: The test results are always extrapolated from the test conditions to the usual usage conditions for reliability assessment. To improve the reliability assessment precision under varied environment conditions, a method of integrated reliability assessment based on proportional risk model is proposed. In this method, the proportional risk model is introduced to describe the relations between reliability and environment factors. According to the data analysis or experience, the proportional risk model is reestablished. Then the log-likelihood function is treated as a generalized linear expression of Poisson variables, in which the indicator is described as a Poisson variable. With the generalized linear model, the maximum likelihood estimations of the model coefficients are obtained. Thus the influences of environment factors on the reliability of the product are measured quantificationally. The instance analysis shows that this integrated reliability assessment method improves the precision of reliability assessment using the varied environment test data synthetically and is straightforward for engineering application.

Keywords: systems engineering; reliability assessment; proportional risk model; generalized linear model

0 引 言

在工程应用中,由于产品任务的多样性及环境的复杂性,产品的工作环境条件会存在较大的差异。而且,产品可靠性受环境条件的影响较大,在不同环境条件下会表现出不同的水平[1]。由于产品在某一工作环境条件下的可靠性数据通常较少甚至不存在,如只利用该环境条件下的数据进行可靠性评估,评估精度往往较差,甚至无法进行评估。为此,通常需要利用不同环境条件下的寿命数据(一般称为变环境数据)进行可靠性综合评估,以提高可靠性评估的精度[2]。一般利用可靠性模型来描述寿命特征参数与环境因素的关系[3],给出了关于环境因素的可靠性模型,进而结合变环境数据对产品可靠性进行综合评估。该模型通常假设在不同环境条件下产品寿命分布类型不变[4],但在实际应用中有时难以验证该假设是否合理。而且当寿命分布类型选择不当时,可靠性评估精度往往较差[5-6]。

由于比例风险模型描述的是产品生存函数与环境因素的关系,而且其生存函数并不依赖于产品在不同环境因素下的寿命分布类型,被广泛应用于生存分析[7-8]。为此,本文引入了比例风险模型,用于描述可靠度函数与环境因素的关系,给出了一种利用变环境数据的可靠性综合评估方法。

1 变环境数据可靠性模型

假设协变量为 $\boldsymbol{X}=(x_1,x_2,\cdots,x_p)^{\mathrm{T}}$ 时,寿命 T 的密度函数为 $f(t|\boldsymbol{X})$,可靠度函数为 $R(t|\boldsymbol{X})$,则风险率函数(失效率

收稿日期:2009-06-08; **修回日期:**2010-05-30。

作者简介:洪东跑(1983-),男,博士研究生,主要研究方向为可靠性统计。E-mail:hloving@163.com

函数)为 $\lambda(t|\boldsymbol{X})=\dfrac{f(t|\boldsymbol{X})}{R(t|\boldsymbol{X})}$。若当 $\boldsymbol{X}_1\neq\boldsymbol{X}_2$ 时,比值 $\lambda(t|\boldsymbol{X}_1)/\lambda(t|\boldsymbol{X}_2)$ 与 t 无关,则称寿命与协变量的关系符合比例风险模型[9]。由于风险率函数依赖于时间和环境协变量,利用比例风险模型可以把风险率函数分解为分别只依赖于时间和环境协变量的两部分[10]

$$\lambda(t\mid\boldsymbol{X})=\lambda_0(t)\exp\left(g(\boldsymbol{X})\right)\tag{1}$$

式中,$\lambda_0(t)$ 为基准风险率函数,与环境协变量无关;$g(\boldsymbol{X})$ 为环境协变量函数,一般取 $g(\boldsymbol{X})=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}$。由式(1)的失效率函数可得

$$R(t\mid\boldsymbol{X})=\exp\left\{-\Lambda(t)\exp\left(g(\boldsymbol{X})\right)\right\}\tag{2}$$

式中,$\Lambda(t)=\int_{-\infty}^{t}\lambda_0(u)\mathrm{d}u$。

假设在变环境条件下存在样本量为 n 的寿命数据,记为 $(t_i,\delta_i,\boldsymbol{X}_i)(i=1,\cdots,n)$,其中 $\boldsymbol{X}_i$ 是第 i 个体的协变量,$\boldsymbol{X}_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{ip})^{\mathrm{T}}$,$\delta_i$ 为示性变量,只取 0 或 1,$\delta_i=1$ 表示 t_i 是失效数据,$\delta_i=0$ 表示 t_i 是右删失数据。由寿命数据可得样本对数似然函数

$$\begin{aligned}l=&\sum_{i=1}^{n}\left\{\delta_i\left\{\ln\lambda_0(t_i)+g(\boldsymbol{X}_i)\right\}-\Lambda(t_i)\exp\left(g(\boldsymbol{X}_i)\right)\right\}=\\&\sum_{i=1}^{n}\Bigg\{\delta_i\left\{\ln\Lambda(t_i)+g(\boldsymbol{X}_i)\right\}-\Lambda(t_i)\exp\left(g(\boldsymbol{X}_i)\right)+\\&\qquad\delta_i\ln\left(\frac{\lambda_0(t_i)}{\Lambda(t_i)}\right)\Bigg\}\end{aligned}\tag{3}$$

记 $w_i=\Lambda(t_i)\exp\left(g(\boldsymbol{X}_i)\right)$,则式(3)变为

$$l=\sum_{i=1}^{n}(\delta_i\ln w_i-w_i)+\sum_{i=1}^{n}\delta_i\ln\left(\frac{\lambda_0(t_i)}{\Lambda(t_i)}\right)\tag{4}$$

通常 $\Lambda(t)$ 是未知的,然而其他未知参数估计又受 $\Lambda(t)$ 的影响,为此在估计未知参数之前需要确定 $\Lambda(t)$,即确定基准风险率函数 $\lambda_0(t)$。在比例风险模型中,由于不知基准环境条件下产品的寿命分布类型,难以确定 $\lambda_0(t)$。在生存分析中通常利用偏似然估计方法来确定模型参数 $\boldsymbol{\beta}$ 的估计,并利用非参数方法估计可靠度[11]。由该方法得到的可靠度是关于时间的阶梯函数,难以满足工程应用中可靠性评估要给出可靠度光滑曲线的要求。为此本文通过对比例风险模型进行变换,结合寿命数据,建立了一种新的比例风险模型。

由式(2)可知,在环境协变量 $\boldsymbol{X}_1$ 和 $\boldsymbol{X}_2$ 下有

$$R(t\mid\boldsymbol{X}_2)=R(t\mid\boldsymbol{X}_1)^{\exp\left\{g(\boldsymbol{X}_2)-g(\boldsymbol{X}_1)\right\}}\tag{5}$$

对式(5)求导可得分布密度函数

$$\begin{aligned}f(t\mid\boldsymbol{X}_2)=&\lambda(t\mid\boldsymbol{X}_1)\exp\left\{g(\boldsymbol{X}_2)-g(\boldsymbol{X}_1)\right\}\cdot\\&R(t\mid\boldsymbol{X}_1)^{\exp\left\{g(\boldsymbol{X}_2)-g(\boldsymbol{X}_1)\right\}}\end{aligned}\tag{6}$$

由式(5)和式(6)可得

$$\lambda(t\mid\boldsymbol{X}_2)=\lambda(t\mid\boldsymbol{X}_1)\exp\left\{g(\boldsymbol{X}_2)-g(\boldsymbol{X}_1)\right\}\tag{7}$$

假设产品在环境协变量 $\boldsymbol{X}_1$ 下的寿命分布类型已知,则可取 $\boldsymbol{X}_1$ 作为基准协变量,$\lambda(t|\boldsymbol{X}_1)$ 为基准风险率函数。定义 $g(\boldsymbol{Y}_i)=g(\boldsymbol{X}_i)-g(\boldsymbol{X}_1)(i=1,2,\cdots,n)$,则变环境数据满足以下比例风险模型

$$\lambda(t\mid\boldsymbol{X}_i)=\lambda(t\mid\boldsymbol{X}_1)\exp\left(g(\boldsymbol{Y}_i)\right)\tag{8}$$

对于式(8)的比例风险模型,由于已知基准环境协变量 $\boldsymbol{X}_1$ 下产品的寿命分布类型,可利用变环境数据来确定基准风险率函数 $\lambda(t|\boldsymbol{X}_1)$。把式(8)代入式(4)可得对数似然函数

$$l=\sum_{i=1}^{n}(\delta_i\ln w_i-w_i)+\sum_{i=1}^{n}\delta_i\ln\left(\frac{\lambda(t_i\mid\boldsymbol{X}_1)}{\Lambda(t_i)}\right)\tag{9}$$

式中,$\Lambda(t_i)=\int_{-\infty}^{t}\lambda(u\mid\boldsymbol{X}_1)\mathrm{d}u$;$w_i=\Lambda(t_i)\exp\left(g(\boldsymbol{Y}_i)\right)$。

在实际应用中,可以根据寿命数据分析结果或者工程经验选取能确定分布类型的环境协变量作为标准协变量。

2　基于广义线性模型的参数估计

对于式(9)的样本对数似然函数,一般利用数值方法来求解参数的极大似然估计。然而,数值方法中迭代算法的收敛性依赖于迭代初始值,如何确定适当的初始值以确保算法收敛一直是变环境数据分析的难题。为了能有效地抑制算法收敛性对初始值的依赖性,本文利用基于广义线性模型给出了比例风险模型参数的极大似然估计算法。

由于式(9)中的第一项可以看成是 Poisson 变量 δ_i 均值为 w_i 时的对数似然函数,而且第二项并不依赖于未知参数 $\boldsymbol{\beta}$。从而当给定 $\Lambda(t)$ 时,可以把示性变量 δ_i 看成均值为 $w_i=\Lambda(t_i)\exp\left(g(\boldsymbol{X}_i)\right)$ 的 Poisson 分布变量。由此可以利用广义线性模型来获得参数 $\boldsymbol{\beta}$ 的极大似然估计[12]。当基准风险率函数 $\lambda(t|\boldsymbol{X}_1)$ 已知时,把式(9)的似然函数记为 $l(\boldsymbol{\beta})=\sum_{i=1}^{n}l_i(\eta_i,\lambda)$,其中 $\eta_i=\sum_{j=1}^{p}x_{ij}\beta_j$。记 $f(\boldsymbol{\beta})=\dfrac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\boldsymbol{\beta}}$,参数的极大似然估计 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 满足

$$f(\hat{\boldsymbol{\beta}})=\frac{\partial\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}}{\partial\boldsymbol{\beta}}\boldsymbol{u}(\hat{\boldsymbol{\beta}})=0\tag{10}$$

式中,$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\beta})=\left\{\dfrac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\eta_1},\dfrac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\eta_2},\cdots,\dfrac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\eta_n}\right\}^{\mathrm{T}}$,在 $\boldsymbol{\beta}$ 处 Taylor 展开可得

$$\frac{\partial\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}}{\partial\boldsymbol{\beta}}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\beta})+\left\{\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\eta_i}{\partial\boldsymbol{\beta}}\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\eta_i^2}\frac{\partial\eta_i}{\partial\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}}\right\}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})\doteq 0$$

记 $J(\boldsymbol{\beta})=-\sum_{i=1}^{n}\dfrac{\partial\eta_i}{\partial\boldsymbol{\beta}}\dfrac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\eta_i^2}\dfrac{\partial\eta_i}{\partial\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}}$,假设 $J(\boldsymbol{\beta})$ 可逆,则有

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}\doteq\boldsymbol{\beta}+J(\boldsymbol{\beta})^{-1}\frac{\partial\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}}{\partial\boldsymbol{\beta}}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\beta})\tag{11}$$

因此,给定初值 $\boldsymbol{\beta}$,利用式(11)进行迭代可得极大似然估计 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$。通常 $J(\boldsymbol{\beta})$ 可用其期望 $I(\boldsymbol{\beta})$ 来代替,$I(\boldsymbol{\beta})$ 可简化为

$$I(\boldsymbol{\beta})=\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\beta})\boldsymbol{U}$$

式中,$\boldsymbol{U}=\dfrac{\partial\boldsymbol{\eta}}{\partial\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}}$,$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\beta})$ 为对角矩阵。$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\beta})$ 中第 i 个元素为 $E\left(-\dfrac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\eta_i^2}\right)$。用 $I(\boldsymbol{\beta})$ 代替 $J(\boldsymbol{\beta})$,则式(11)变为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}=(\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{U})^{-1}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{U}\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{u})\tag{12}$$

式中,依赖于初值 $\boldsymbol{\beta}$ 的部分已被抑制。重复这个步骤,直到

参数估计没有显著变化，由此可得参数的极大似然估计。

对于均值为 w_i 的 Poisson 变量 δ_i，记其对数似然函数为

$$l' = \sum_{i=1}^{n}(\delta_i \ln w_i - w_i) \tag{13}$$

变量 δ_i 和环境因素存在如下关系

$$g(w_i) = \eta_i, \quad i = 1,2,\cdots,n \tag{14}$$

式中，$g(\cdot)$为已知函数，当 $g(w_i)=\ln(w_i)$时，称式(14)为广义线性模型的对数线性连接函数[12]。由式(13)可得 Fisher 信息矩阵

$$-E\left(\frac{\partial^2 l'}{\partial\beta_r \partial\beta_s}\right) = \sum_{i=1}^{n}\frac{x_{ir}x_{is}}{w_i}\left(\frac{\partial w_i}{\partial\eta_i}\right)^2 = \{\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\}_{rs} \tag{15}$$

式中，$\boldsymbol{W}=\mathrm{diag}\left\{\frac{1}{w_i}\left(\frac{\partial w_i}{\partial\eta_i}\right)^2\right\}$为权重的对角矩阵，把 $\boldsymbol{W}$ 代入式(11)，通过迭代可得 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$。

由于 $w_i=\Lambda(t_i)\exp(\eta_i)$，则连接函数为

$$\ln(w_i) = \ln\Lambda(t_i) + \eta_i, \quad i = 1,2,\cdots,n \tag{16}$$

该式是一种含有偏移量 $\ln\Lambda(t_i)$的对数线性连接函数。利用 Poisson 分布广义线性模型可得极大似然估计 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$。

以产品在环境协变量 $\boldsymbol{X}_1$ 下寿命服从双参数 Weibull 分布为例，记失效率函数为 $\lambda(t|\boldsymbol{X}_1)=\frac{a}{b^a}t^{a-1}$，则 $\Lambda(t)=t^a b^{-a}$，代入式(9)可得

$$l = \sum_{i=1}^{n}(\delta_i \ln w_i - w_i) + \sum_{i=1}^{n}\delta_i \ln a - \sum_{i=1}^{n}\delta_i \ln t_i \tag{17}$$

给定参数 a，由式(17)可知对数似然函数只依赖于第一项，把 $\Lambda(t)=t^a b^{-a}$代入式(16)可得

$$\ln(w_i) = a\ln t_i - a\ln b + \eta_i, \quad i = 1,2,\cdots,n \tag{18}$$

当 a 和 b 已知时，式(18)看成是偏移量为 $a\ln t_i - a\ln b$ 的对数线性连接函数。当 a 和 b 未知时，记 $\eta'_i=\beta_0+\eta_i$，其中$\beta_0=-a\ln b$，则式(18)变为

$$\ln(w_i) = a\ln t_i + \eta'_i, \quad i = 1,2,\cdots,n \tag{19}$$

给定 a，式(19)中的偏移量 $a\ln t_i$ 不依赖于未知参数，利用 Poisson 分布广义线性模型可得$(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1,\cdots,\hat{\beta}_p)$。由式(17)对数似然函数可得

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n}[(\delta_i - \hat{w}_i)\hat{\beta}_0 + \delta_i]}{\sum_{i=1}^{n}(\hat{w}_i - \delta_i)\ln t_i} \tag{20}$$

把 $\hat{a}$ 代入式(19)，重新计算可得模型参数估计$(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1,\cdots,\hat{\beta}_p)$。如此循环迭代直到参数估计 $\hat{a}$ 和$(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1,\cdots,\hat{\beta}_p)$没有显著变化，由 $\hat{a}$ 和$\hat{\beta}_0$ 可得 $\hat{b}=\exp(-\hat{\beta}_0/\hat{a})$。

3 可靠性综合评估

已知参数估计 $\hat{a}$，$\hat{b}$ 和 $\hat{\beta}$ 可得在环境协变量 $\boldsymbol{X}^*$ 下可靠度函数估计

$$R(t \mid \boldsymbol{X}^*) = \exp(-t^{\hat{a}}\hat{b}^{-\hat{a}}\exp((\boldsymbol{X}^* - \boldsymbol{X}_1)^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}})) \tag{21}$$

在工程应用中，通常还需要获得可靠度的区间估计。由于难以获得 $R(t|\boldsymbol{X}^*)$的分布，无法直接利用传统的区间估计方法。然而，相对而言一般比较容易获得近似区间估计，而且在大多数情况下，它们没有显著差异，故通常利用近似区间估计来代替。由于用来建立似然比检验统计量分布的 χ^2 分布相对比较容易得到，而且也适用于很小样本，故利用似然比方法来确定可靠度的置信区间。给定 t_0，在环境协变量 $\boldsymbol{X}^*$ 下可靠度函数记为 $R(t_0|\boldsymbol{X}^*)$，先考虑如下假设

$$H_0: R(t_0 \mid \boldsymbol{X}^*) = R_0,\ H_1: R(t_0 \mid \boldsymbol{X}^*) \neq R_0 \tag{22}$$

以在环境协变量 $\boldsymbol{X}_1$ 下，产品服从 Weibull 分布为例，记式(9)的似然函数为 $l(a,b,\boldsymbol{\beta})$，建立似然比统计量

$$\Lambda = -2l(\tilde{a},\tilde{b},\tilde{\boldsymbol{\beta}}) + 2l(\hat{a},\hat{b},\hat{\boldsymbol{\beta}}) \tag{23}$$

式中，$\tilde{a}$，$\tilde{b}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ 为在 $R(t_0|\boldsymbol{X}^*)=R_0$ 约束下参数的极大似然估计。当 H_0 成立时，在一定条件下，Λ 近似服从 χ^2 分布(自由度为 1)。在给定显著水平 α 下，如果 $\Lambda\leqslant\chi^2_{1,1-\alpha}$，则不能拒绝原假设 H_0，其中 $\chi^2_{s,p}$为自由度为 s 的 χ^2 分布的 p 分位点。为了得到 $R(t_0|\boldsymbol{X}^*)$的置信水平为 $1-\alpha$ 的近似区间，要寻找 R_0 值组成的集合，它使得在显著水平 α 下不能拒绝 H_0。$R(t_0|\boldsymbol{X}^*)$的置信水平为 $1-\alpha$ 的近似区间即为使 $\Lambda\leqslant\chi^2_{1,1-\alpha}$成立的 R_0 值的集合。一般无法给出该置信区间的解析表达式，不过利用数值模拟方法可以获得该区间。

4 实例分析

某电子产品的寿命主要受温度、电压和操作方式的影响，其中操作方式分为开关型和连续型，分别记为 0 和 1。该产品的工作环境为温度 358 K，电压 12 V 和操作方式为开关型，现要评估该产品在工作环境下运行 200 h 的可靠性。现有该产品在 8 种不同环境下的试验数据[1]，如表 1 所示。

表 1 不同环境下的试验数据

序号	温度/K	电压/V	开关方式	失效时间/h
1	358	12	0	498 750
2	358	12	1	445 588 691 750(20)
3	378	12	0	178 252 309 398
4	378	12	1	211 266 298 343 364 387 445(14)
5	378	16	0	118 163 210 249
6	378	16	1	145 192 208 231 254 293 300(10)
7	398	12	0	87 112 134 163
8	398	12	1	116 149 155 173 193 214 228(7)

注：()内的数字为右删失样本数。

对表 1 的数据进行统计分析，取第 6 组数据的协变量 $\boldsymbol{X}=(378,16,1)^{\mathrm{T}}$ 作为标准协变量，利用试验数据进行分布的拟合优度检验，可知产品在标准协变量下服从双参数 Weibull 分布。对表 1 中其他环境协变量进行变换可得表 2 中数据。

表 2　变换后的变环境试验数据

序号	温度/K	电压/V	开关方式	失效时间/h
1	−20	−4	−1	498 750
2	−20	−4	0	445 588 691 750(20)
3	0	−4	−1	176 252 309 398
4	0	−4	0	211 266 298 343 364 387 445(14)
5	0	0	−1	118 163 210 249
7	20	−4	−1	87 112 134 163
8	20	−4	0	116 149 155 173 193 214 228(7)

注：()内的数字为右删失样本数。

取式(18)作为连接函数，结合表 2 的试验数据，利用广义线性模型可得参数的极大似然估计 $\hat{a}=3.868$，$\hat{b}=377.356$和 $\hat{\boldsymbol{\beta}}=(0.155,0.394,-2.425)^{\mathrm{T}}$。可得产品在工作环境下工作 200 h 时的可靠度估计 $\hat{R}=0.991$，在置信水平 $\gamma=0.9$ 下，产品可靠度下限为 $R_{\mathrm{L}}=0.968$。

5　结　论

利用比例风险模型来描述产品可靠性与环境因素的关系，给出了一种利用变环境试验数据的可靠性综合评估方法。结合应用实例得到如下结论：

(1) 在难以确定产品在变环境条件下的寿命分布类型时，利用比例风险模型来描述环境因素与可靠性的关系，可用于定量度量环境因素对可靠性的影响。

(2) 结合试验数据确定基准失效率，并对比例风险模型进行变换。在一定条件下该模型能较好地度量环境因素对产品可靠性的影响，而且还克服了传统比例风险模型难以给出可靠度函数光滑曲线的不足。

(3) 利用广义线性模型给出了可靠性模型参数的极大似然估计，有效地改善了传统算法不收敛或者收敛较慢的缺点。

参考文献：

[1] Wendai W, Dimitri B K. Fitting the Weibull log-linear model to accelerated life-test data [J]. *IEEE Trans. on Reliability*, 2000, 49(2):217－223.

[2] 洪东跑，赵宇，马小兵．利用变环境试验数据的可靠性综合评估[J]．北京航空航天大学学报，2009，35(9)：1152－1155.

[3] Bagdonavicius V, Nikulin M. *Accelerated life models modeling and statistical analysis*[M]. London: Chapman & Hall, 2002.

[4] Tebbi O, Guérin F, Dumon B. Statistical analysis of accelerated experiments in mechanics using a mechanical accelerated life model [C]// *Proc. of Annual Reliability and Maintainability Symposium*, 2003:124－131.

[5] Chen C K. Temperature-dependent standard deviation of log (failure time) distributions [J]. *IEEE Trans. on Reliability*, 1991,40(2):157－160.

[6] Meeter C A, Meeker W Q. Optimum accelerated life tests with a non-constant scale parameter [J]. *Technometrics*, 1994,36(1):71－83.

[7] Dupuy J F, Granma I, Mesbah M. Asymptotic theory for the Cox model with missing time-dependent covariate [J]. *The Annals of Statistics*, 2006,34(2):903－924.

[8] Chen M, Ibrahim J, Shao Q. Maximum likelihood inference for the Cox regression model with applications to missing covariates[J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2009,100(9):2018－2030.

[9] John O. *Proportional hazards regression* [M]. New York: Springer, 2008.

[10] Samrout M, Châtelet E, Kouta R, et al. Optimization of maintenance policy using the proportional hazard model [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2009, 94(1): 44－52.

[11] Kim Y, Kim B, Jang W. Asymptotic properties of the maximum likelihood estimator for the proportional hazards model with doubly censored data [J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2010,101(6):1339－1351.

[12] Uusipaikka E. *Confidence intervals in generalized regression models* [M]. London: CRC Press, 2009.