

双基地 MIMO 雷达参数辨识性分析

刘志国¹, 廖桂生¹, 王亚利²

(1. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西 西安 710071;
2. 空军工程大学理学院, 陕西 西安 710051)

摘要: 与传统的相控阵雷达不同, 多输入多输出 (multiple input multiple output, MIMO) 雷达可以发射彼此正交的信号来形成独立信道, 通过将各信道内的目标雷达反射截面积 (radar cross section, RCS) 进行平均可以有效抑制目标衰落, 进而提高其参数辨识性能。根据给出的双基地 MIMO 雷达系统模型, 对系统最多可分辨和定位目标的数目进行分析, 并给出理论证明。分析表明, 利用目标反射系数的非相关特性, 双基地 MIMO 雷达最多可有效分辨和定位收发阵元数的乘积减 1 个目标。仿真实验证明了结论的正确性。

关键词: 双基地 MIMO 雷达; 多目标分辨; 定位; 检测

中图分类号: TN 911.2

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2010.09.04

Analysis of parameter identifiability about bistatic MIMO radar

LIU Zhi-guo¹, LIAO Gui-sheng¹, WANG Ya-li²

(1. National Lab of Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China;
2. Faculty of Science, Air Force Engineering Univ., Xi'an 710051, China)

Abstract: Unlike conventional radar systems, multiple input multiple output (MIMO) radar can transmit orthogonal signals each other to form decorrelated channels. Its great potential on combating with target fades by averaging the target radar cross sections (RCSs) on each decorrelated channels is shown, and hence the system performance is significantly improved. Based on the bistatic MIMO radar system model, an analysis on the parameter identifiability of MIMO radar is given. By exploiting the uncorrelation of reflection coefficient of the targets, the maximum numbers of targets that could be uniquely identified by the MIMO radar is the product of the numbers of receive and transmit elements minus one. Finally, computer simulation results validate the effectiveness of analysis.

Keywords: MIMO radar; multi-target identification; localization; detection

0 引言

多输入多输出 (multiple input multiple output, MIMO) 雷达作为一种新体制雷达, 由于其具有诸多优点, 已经成为学术界研究的热点。目前对 MIMO 雷达的研究主要集中在检测^[1-4]、参数估计^[5-8]和波形设计^[9-12]等方面。我们知道, 雷达反射截面积 (radar cross section, RCS) 是可以将目标收到的照射功率密度和接收机收到的反射功率密度相联系的一个等效面积。理论及实践证明, 目标的微小改变可以导致 RCS 产生 10 dB 甚至更大的闪烁。目标 RCS 的闪烁导致了信号衰落, 从而导致了系统检测和估计性能的降低。MIMO 雷达用多个天线同时发射正交信号^[13-14], 这些正交信号使得雷达系统形成多个非相关信道, 每个信道内目标

的反射信号衰落是独立的, 通过将这些非相关信道的反射信号进行平均可以降低 RCS 闪烁的影响。波形分集使 MIMO 雷达比常雷达在参数辨识方面有了很大提高。参数辨识能力是雷达的一项最基本的性能, 文献[1]分析了 MIMO 雷达参数辨识能力, 但仅对单基地 MIMO 雷达在目标 RCS 不变的情况下进行了讨论。文献[15]针对于 Swerling 2 型目标情况下, 双基地 MIMO 雷达的参数辨识能力直接给出了结论, 但是没有进行理论证明。本文将对 RCS 波动分别为 Swerling 0 型 (无波动模型)、Swerling 1 型 (慢起伏模型)、Swerling 2 型 (快起伏模型) 的目标进行分析讨论。

1 问题描述

考虑一个发射、接收阵元数分别为 M 、 N 的双基地

收稿日期: 2009-05-12; 修回日期: 2010-01-27。

基金项目: 国家自然科学基金 (60736009); 国家杰出青年基金 (60825104) 资助课题

作者简介: 刘志国 (1980-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理、MIMO 雷达信号处理。E-mail: liuzhg@yahoo.cn

MIMO雷达系统,发射基地和接收基地都是等距线阵,发射、接收阵元间距用 d_t, d_r 表示。发射端各阵元同时发射 M 个等带宽、等中频、时域正交的窄带信号。接收到的信号用发射波形进行匹配。假设有 P 个不相关的目标位于同一区域,目标对于反射和接收阵列第一个基准阵元法线的夹角分别为 θ^l, θ^r 。接收端匹配滤波后的输出为^[2]

$$\mathbf{X} = \mathbf{CS} + \mathbf{W} \quad (1)$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{c}(\theta_1^l, \theta_1^r) \cdots \mathbf{c}(\theta_P^l, \theta_P^r)]_{MN \times P} \quad (2)$$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \cdots, \mathbf{x}(t_L)]_{MN \times L} \quad (3)$$

$$\mathbf{S} = [\mathbf{s}(t_1), \cdots, \mathbf{s}(t_L)]_{P \times L} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{c}(\theta_i^l, \theta_i^r) = \mathbf{a}(\theta_i^l) \otimes \mathbf{b}(\theta_i^r)$ 是对于第 i 个目标接收和发射导向矢量的 Kronecker 积; L 表示发射脉冲数; \mathbf{S} 包含目标的幅度和相位信息, \mathbf{S} 中第 p 行第 i 列的元为 $s_p(t_i) = \alpha_{p,i} e^{j\omega_{dp} t_i}$, $\alpha_{p,i}$ 含有目标反射系数和路径衰落的信息, ω_{dp} 表示多普勒频率; $\mathbf{W} = [\mathbf{w}(t_1), \cdots, \mathbf{w}(t_L)]_{MN \times L}$ 服从零均值复高斯分布, 即 $\mathbf{W} \sim N^c(0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_{MN})$ 。

2 最大可分辨目标数分析

一般而言,参数辨识所考虑的是在信干噪比(signal to interference and noise ratio, SINR)趋于无穷大或者快拍数趋于无穷大的条件下,寻求参数估计问题的唯一解的过程。无论这两者中的哪个条件,都可以假设干扰加噪声 \mathbf{W} 与 \mathbf{S} 是不相关的,这样 \mathbf{W} 就不会对式(1)中第一项的参数辨识性质产生影响。为了定理叙述的简洁性,首先给出由 $\mathbf{c}(\theta^r, \theta^l)$ 张成的空间的定义。

定义 1 $\Omega = \text{span} \{ \mathbf{c}(\theta^r, \theta^l) \mid (\theta^r, \theta^l) \in \Theta \}$, Θ 为目标所处的空间方位集合。

文献[1, 16-17]论述了关于参数辨识的定理。

定理 1 双基地 MIMO 阵列模型可唯一辨识 P 个源的充分和几乎必要条件是

$$D + \rho > 2P, \text{ 即 } P_{\max} = \left\lfloor \frac{D + \rho}{2} - 1 \right\rfloor$$

式中, $D = \dim(\Omega)$; $\rho = \text{rank}(\mathbf{S})$; $\lceil \cdot \rceil$ 表示大于等于所给数的最小整数,几乎必要是因为除了一个测度为 0 的数据集合外该条件是必要的。由定理 1 可知阵列所能辨识的最大目标数由 D 和 ρ 确定,因此后面的内容将分别讨论 Ω 的维数 D 和 \mathbf{S} 的秩 ρ 。

为了下文叙述简便,记

$$\omega_l = -\frac{2\pi}{\lambda} d_t \sin \theta^l, \quad \omega_r = -\frac{2\pi}{\lambda} d_r \sin \theta^r$$

则有 $\mathbf{c}(\omega_l, \omega_r) = \mathbf{c}(\theta^l, \theta^r)$ 。接下来讨论 $\omega_r = \beta \omega_l$ 的情况。

定理 2 当 $\beta = 1$ 时, $\dim(\Omega) = M + N - 1$ 。

证明 不妨令 $\omega_l = \omega_r = \omega$, 记 $\mathbf{a}(\omega_l) = [1 \quad e^{j\omega} \quad \cdots \quad e^{j(M-1)\omega}]^T$, 将 $\mathbf{c}(\omega_l, \omega_r)$ 展开可得

$$\mathbf{c}(\omega_l, \omega_r) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\omega_l) \\ e^{j\omega} \mathbf{a}(\omega_l) \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\omega} \mathbf{a}(\omega_l) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}(\omega) \\ e^{j\omega} \mathbf{a}(\omega) \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\omega} \mathbf{a}(\omega) \end{bmatrix}_{MN \times 1} = \mathbf{E} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\omega} \\ e^{j2\omega} \\ \vdots \\ e^{j(M+N-2)\omega} \end{bmatrix}_{(M+N-1) \times 1} \quad (5)$$

式中

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & \cdots & & 0 \\ 0 & 1 & 0 & & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & \cdots & \cdots & & \cdots & & \\ & & \cdots & \cdots & & & \\ 0 & & & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & & & & \cdots & & & 0 \\ & & & & \cdots & & & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

是一个阶数为 $MN \times (M+N-1)$ 的矩阵,将其简记作

$$\mathbf{E} = [\mathbf{E}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{E}_N]_{(M+N-1) \times MN}^T = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \cdots, \mathbf{e}_{(M+N-1)}] \quad (6)$$

式中, $\mathbf{E}_i^T = [\mathbf{0}_{M \times (i-1)}, \mathbf{I}_M, \mathbf{0}_{M \times (N-i)}]$, $i = 1, \cdots, N$, \mathbf{I}_M 是 M 阶单位阵。

所以

$$\mathbf{c}(\omega_l, \omega_r) = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \cdots, \mathbf{e}_{(M+N-1)}] \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\omega} \\ \vdots \\ e^{j(M+N-2)\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{e}_1 + e^{j\omega} \mathbf{e}_2 + \cdots + e^{j(M+N-2)\omega} \mathbf{e}_{(M+N-1)} \quad (7)$$

式(7)说明, Ω 中的任意向量 $\mathbf{c}(\omega_l, \omega_r)$ 可由矩阵 \mathbf{E} 的列向量线性唯一表示。因此 Ω 与 \mathbf{E} 的列空间相等,即 $\Omega = R(\mathbf{E})$, $R(\mathbf{E})$ 表示 \mathbf{E} 的列向量张成的空间。

由 \mathbf{E} 的表达式不难看出, \mathbf{E} 的各列相互正交,即

$$\mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_j = 0, \quad i \neq j \quad (8)$$

所以 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \cdots, \mathbf{e}_{(M+N-1)}$ 是 Ω 的一组正交基,故

$$\dim(\Omega) = \dim(R(\mathbf{E})) = \text{rank}(R(\mathbf{E})) = M + N - 1 \quad (9)$$

证毕

当 β 是大于 1 的整数时,同样可以采用上述方法来分析 Ω 的维数,这时 Ω 的维数将大于甚至远大于 $M+N-1$ 。此时

$$\mathbf{c}(\omega_l, \omega_r) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\omega_l) \\ e^{j\omega} \mathbf{a}(\omega_l) \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\omega} \mathbf{a}(\omega_l) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}(\omega) \\ e^{j\beta\omega} \mathbf{a}(\omega) \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\beta\omega} \mathbf{a}(\omega) \end{bmatrix}_{MN \times 1} = \mathbf{E}^\beta \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\omega} \\ e^{j2\omega} \\ \vdots \\ e^{j(M-1+(N-1)\beta)\omega} \end{bmatrix}_{K \times 1} \quad (10)$$

式中, $K = (M + (N - 1)\beta)$, \mathbf{E}^β 是 $MN \times K$ 阶的矩阵。

定理 3 当 $\beta \in \{\beta | \beta \in \mathbf{Z}^+, 1 \leq \beta \leq M\}$ 时, $\dim(\Omega) = \beta(N - 1) + M$ 。

定理 4 当 $\beta \in \{\beta | \beta \in \mathbf{Z}^+, \beta > M\}$ 时, $\dim(\Omega) = MN$ 。

定理 3、定理 4 的证明与定理 2 的证明完全类似, 仅仅是 \mathbf{E}^β 比 \mathbf{E} 的列数变大而已。

事实上, 由式(10)可知 Ω 的维数完全取决于 $c(\omega_r, \omega_l)$ 中 \mathbf{E}^β 的非零列个数。而当 β 为大于 M 的非整数时, \mathbf{E}^β 的非零列个数与当 β 为大于 M 的整数时是一样的, 都是 MN , 因此这时 Ω 的维数总是 MN 。所以定理 4 可以推广为定理 5。

定理 5 当 $\beta \in \{\beta | \beta > M\}$ 时, $\dim(\Omega) = MN$ 。

接下来讨论 \mathbf{S} 的秩 ρ 的情况。由 \mathbf{S} 的定义知, \mathbf{S} 的秩的大小受目标反射模型和多普勒频率影响。为了简化分析过程, 假定无路径衰落, 即 $\alpha_{p,i}$ 只是反映了目标 RCS 的统计特性。

当目标为 Swerling 0 型时, 即目标回波功率不变, $\alpha_{p,i}$ 不变。例如, 校正球以及雷达、目标都不运动情况下的完全静止的散射体。如果无多普勒效应, 则 $\rho = 1$; 如果存在多普勒效应, 则 ρ 的值和 $\text{rank}((e^{j\omega_{dp}t})_{P \times L})$ 是一致的, 而 $(e^{j\omega_{dp}t})_{P \times L}$ 为 Vandermonde 矩阵, 当且仅当 $\omega_{dp} (p = 1, 2, \dots, P)$ 各异时行满秩。因此, $\rho = P - m + 1$, 其中 m 为相同多普勒频率的个数。

当目标为 Swerling 1 型时, 各扫描间的目标反射系数独立而各脉冲间的目标反射系数相关。如果无多普勒效应, 则 $\mathbf{S} = (\alpha_{p,i})_{P \times L} = (\alpha_{p,1})_{P \times 1} \otimes \mathbf{I}_{1 \times L}$, 其中 $\mathbf{I}_{1 \times L}$ 为各元为 1 的行向量, 显然有 $\rho = 1$ 。如果存在多普勒效应, $\mathbf{S} = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P) \cdot (e^{j\omega_{dp}t})_{P \times L}$, 由于 $\text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P)$ 非奇异, 所以 $\rho = \text{rank}((e^{j\omega_{dp}t})_{P \times L}) = P - m + 1$, 其中 m 为相同多普勒频率的个数。

当目标为 Swerling 2 型时, 每一次扫描中的每一个脉冲的反射系数都是独立的。如果无多普勒效应, 则 $\mathbf{S} = (\alpha_{p,i})_{P \times L}$, 只要 L 足够大 \mathbf{S} 就为行满秩, 即 $\rho = P$ 。如果存在多普勒效应, $L > P$, 则 $\rho = P$ 几乎总是成立的。

由定理 1 可知

$$\frac{D + \rho - 1}{2} \leq P_{\max} < \frac{D + \rho}{2} \quad (11)$$

对于确定的 M 和 N , 当 D 和 ρ 都取最大值时, 即当 $D = MN$ 、 $\rho = P$ 时可获得最大可分辨目标数 P_{\max} 。此时 $MN - 2 \leq P_{\max} < MN$, 从而可分辨的最大目标数为 $MN - 1$ 。

3 仿真分析

本节用计算机仿真实验来验证本文证明的双基地 MIMO 雷达最大可分辨目标数。本文仿真分析中目标模型

为 Swerling 2 型, 即目标为快起伏目标, 同一发射脉冲内不同独立目标的反射系数彼此独立, 在不同脉冲之间同一目标的反射系数也是独立的。对于其他模型的仿真与此类似, 本文不再赘述。假设发射基地与接收基地天线阵元数为 $M = N = 3$, 其中发射与接收阵元间距为 $d_t = d_r = 0.5\lambda_c$, λ_c 为载波波长。发射波形采用正交相位偏移键控 (quadrature phase shift keying, QPSK) 序列, 它们彼此正交, 每个脉冲内的码元数目为 $L = 256$, 发射天线各阵元向空间辐射 $Q = 500$ 个脉冲信号。接收信号混有零均值的复高斯白噪声, 信噪比 $\text{SNR} = 8 \text{ dB}$ 。考虑分别位于 $(50^\circ, -50^\circ)$ 、 $(-20^\circ, 40^\circ)$ 、 $(-50^\circ, -20^\circ)$ 、 $(-10^\circ, -10^\circ)$ 、 $(-40^\circ, 40^\circ)$ 、 $(60^\circ, 20^\circ)$ 、 $(30^\circ, 50^\circ)$ 、 $(10^\circ, -10^\circ)$ 的 8 个目标, 接收回波的 Capon 谱如图 1 所示。目标可由谱峰近似定位。图 1 所示可分辨的目标数与分析的结果一致, 即最大可分辨目标数为 $(MN - 1) = (3 \times 3 - 1) = 8$ 。对于同样的阵元数目, 文献[1]的结论为, 最大可分辨目标数目属于区间 $[7/3, 6)$ 。这里之所以存在差异是因为文献[1]的结论是建立在单基地收发并置系统上的, 而本文所讨论的是双基地问题。双基地使系统可以获得更大的虚拟孔径, 从而可以检测出更多的目标。

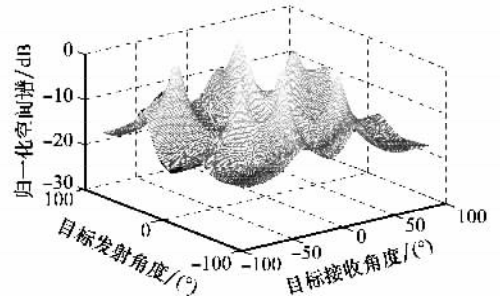


图 1 $M = N = 3$ 时, 接收回波的 Capon 谱

4 结论

本文针对双基地 MIMO 雷达在目标模型分别为 Swerling 0 型、Swerling 1 型、Swerling 2 型的情况下, 最多可分辨的目标数进行了讨论。通过讨论发现这一数目是由 MIMO 雷达导向矢量张成的空间 Ω 的维数 D 和 \mathbf{S} 的秩 ρ 共同决定。针对 D 给出了严格的数学证明, 对于秩 ρ 给出了理论分析, 最终得到该雷达系统最多可辨识收发阵元数的乘积减 1 个目标。仿真实验验证了本文的分析。

参考文献:

[1] Li J, Stoica P, Xu L, et al. On parameter identifiability of MIMO radar[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing Letters*, 2007, 14(12): 968 - 971.
 [2] Petillot Y, Du C, Thompson J S. Predicted detection performance of MIMO radar[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2008, 15: 83 - 86.
 [3] Stoica P, Li J, Xie Y. On probing signal design for MIMO radar[J].

- IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007,55(8):4151-4161.
- [4] Xu L, Stoica P, Li J. Parameter estimation and number detection of MIMO radar targets[C]// *Proc. of the Forty-First Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 2007:177-181.
- [5] Jin M, Liao G, Li J. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2009,89(2):244-251.
- [6] Wei X, Zishu H. Multiple-target localization and estimation of MIMO radars with unknown transmitted signals[C]// *Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 2008:3009-3012.
- [7] 谢荣, 刘峥, 刘韵佛. 基于L型阵列MIMO雷达的多目标分辨和定位[J]. 系统工程与电子技术, 2010,32(1):49-52. (Xie Rong, Liu Zheng, Liu Yunfo. Multi-target identification and localization in MIMO radar with L-shape arrays [J]. *Systems and Engineering Electronics*, 2010,32(1):49-52.)
- [8] Lehmann N H, Fishler E, Haimovich A M, et al. Evaluation of transmit diversity in MIMO-radar direction finding[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007,55(5):2215-2225.
- [9] Roman J R, Davis D W, Garnham J W, et al. Waveform diversity via mutual information[J]. *Digital Signal Processing*, 2009,19(1):45-58.
- [10] Xu L, Li J, Stoica P. Target detection and parameter estimation for MIMO radar systems[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2008,44(3):927-939.
- [11] Li J, Xu L, Stoica P, et al. Range compression and waveform optimization for MIMO radar: a cramer-rao bound based study[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2008,56(1):218-232.
- [12] Yang Y, Blum R S. MIMO radar waveform design based on mutual information and minimum mean-square error estimation[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2007,43(1):330-343.
- [13] Fishler E, Haimovich A, Blum R, et al. MIMO radar: an idea whose time has come[C]// *Proc. of the IEEE Radar Conference*, 2004:71-78.
- [14] Fuhrmann D R, San A G. Transmit beamforming for MIMO radar systems using signal cross-correlation[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2008,44(1):171-186.
- [15] Yan H, Li J, Liao G. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008:1-8.
- [16] Nehorai A, Storer D, Stoica P. Direction-of-arrival estimation in applications with multipath and few snapshots[J]. *Circuits Systems Signal Process*, 1991,10(3):327-342.
- [17] Wax M, Ziskind I. On unique localization of multiple sources by passive sensor arrays[J]. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989,37(7):996-1000.

(上接第1806页)

5 结论

本文探索利用线性预测技术来改进传统的被动合成孔径ETAM方法。文中介绍了ETAM方法扩展物理孔径的步骤和原理,简述了线性预测技术的原理,推导了求解前向和后向预测空域滤波器系数的过程,给出了本文提出的LP-ETAM方法的具体步骤。仿真实验证明,本文方法的性能比传统的ETAM方法在角度分辨能力和阵增益方面有了很大提高。

参考文献:

- [1] 李宇,黄勇,黄海宁. 空时被动合成孔径阵列处理算法研究[J]. 信号处理, 2008,24(3):426-430.
- [2] 侯云山,黄建国,金勇. 被动合成阵列极大似然参数估计的快速算法研究[J]. 西安交通大学学报, 2009,43(12):106-110.
- [3] Barclay P J, Hayes M P, Gough P T. ML estimation of seafloor topography using multi-frequency synthetic aperture sonar[C]// *Oceans*, 2005:241-247.
- [4] Billon D. Analysis of the directivity gain of a synthetic aperture in active and passive modes[C]// *Fourth IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Processing*, 2006:330-333.
- [5] Holmes J D, Sullivan E J, Carey W M. Passive synthetic aperture processing with an autonomous underwater vehicle towed hydrophone array[C]// *Oceans*, 2006:1-5.
- [6] Marino C S, Chau P M. High-resolution DOA estimation from synthetic aperture beamforming[C]// *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 2005:279-282.
- [7] Sullivan E J, Holmes J D, Carey W M, et al. Broadband passive synthetic aperture: experimental results[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2006,120(4):71-77.
- [8] Stergios S, Heinz U. A new passive synthetic aperture technique for towed arrays[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1992,17(1):16-25.
- [9] D'Spain G L, Terrill E, Chadwell C D, et al. Active control of passive acoustic fields: passive synthetic aperture/Doppler beamforming with data from an autonomous vehicle[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2006:3635-3654.
- [10] 黄登山, 郝海龙. 单个正弦波下二维线性预测谱估计方法的改进[J]. 西北工业大学学报, 2008,26(4):472-475.
- [11] 陈辉, 王永良, 花良发. 线性预测类算法解相干性能分析[J]. 系统工程与电子技术, 2005,27(1):155-158. (Chen Hui, Wang Yongliang, Hua Liangfa. Analysis of the decorrelation performance of linear prediction algorithm [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2005,27(1):155-158.)
- [12] Zhang Z G, Chan S C, Tsui K M. A recursive frequency estimator using linear prediction and a Kalman filter-based iterative algorithm[J]. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 2008,55(6):576-580.
- [13] Ekman L A, Kleijn W B, Murthi M N. Regularized linear prediction of speech[J]. *IEEE Trans. on Audio, Speech, and Language Processing*, 2008,16(1):65-73.
- [14] Andriani S, Calvagno G. Lossless compression of color sequences using optimal linear prediction theory[J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2008,17(11):2102-2111.