

## 2007 年太原科技大学硕士研究生入学考试

## 运筹学 B (416) 试题

(可以不抄题, 答案必须写在答题纸上)

## 一. 填空 (每空 2 分, 共 20 分)

1. 线性规划 (Min 型) 问题有多重最优解时, 其最优单纯形表上的特征为\_\_\_\_\_。
2. 用表上作业法求解  $m$  个供应地  $n$  个需求地的平衡运输问题, 其方案表上有空格的个数为\_\_\_\_\_, 若从检验数为  $-2$  的某空格调整, 调整量为 2, 则调后可使总运费下降\_\_\_\_\_元。
3. 线性规划原问题中约束条件的个数与其对偶问题中的\_\_\_\_\_个数相等。若原问题第  $j$  个约束为等式, 则对偶问题第  $j$  个\_\_\_\_\_自由。
4. 无\_\_\_\_\_的\_\_\_\_\_图称为树。
5. M/M/C 排队系统指的是顾客流为\_\_\_\_\_, 服务时间服从\_\_\_\_\_分布, 有\_\_\_\_\_个服务台的排队系统。

二. 判断正误 (正确的打  $\checkmark$ , 错误的打  $\times$ ) (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 用增加虚设产地和虚设销地的方法可以把产销不平衡的问题转换为产销平衡的运输问题; 一些静态决策问题可以通过静态问题的动态处理化为多阶段决策问题。 ( )
2. 求解最小费用最大流的对偶法其主要思路是: 始终保持网络中的可行流是最小费用流, 然后不断地在最小费用流增广链上调整流量, 使流量逐步增大, 最终成为最小费用最大流。 ( )
3. 线性规划问题的可行域无界, 一定无最优解。 ( )
4. 按最小元素法找到的运输问题的初始基可行解, 从每一个空格出发可以找出而且仅能找出唯一的闭回路。 ( )
5. 用分支定界法求解一个极大化的整数规划问题, 当得到多余一个可行解时,

通常可任取其中一个作为下界值，再进行比较剪枝。 ( )

三. (本题满分 25 分) 某服务机构是单服务台，先到先服务，顾客的到达形成泊松流，在 100 个工作小时内记录了顾客的到达情况并且任意抽查了对 100 个顾客服务的情况，如下面表所示：

到达的顾客数 $n$	出现次数 $f_n$
0	10
1	28
2	29
3	16
4	10
5	6
6 以上	1
合计	100

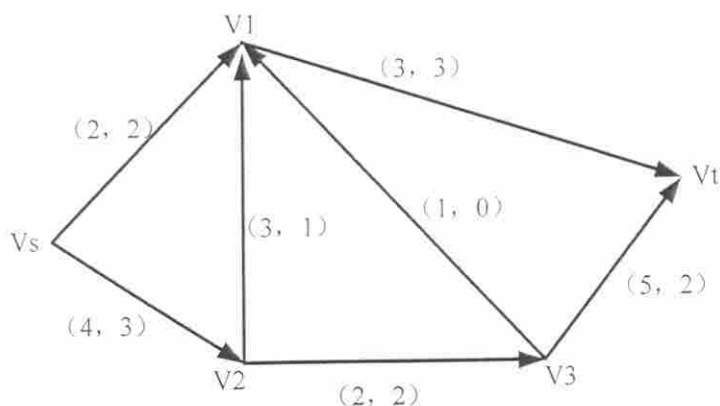
服务时间 (小时) $v$	出现次数 $f_v$
0.0—0.2	38
0.2—0.4	25
0.4—0.6	17
0.6—0.8	9
0.8—1.0	6
1.0—1.2	5
1.2 以上	0
合计	100

要求：

- (1) 算出顾客平均到达率，系统平均服务率； (10 分)
- (2) 若认为服务时间服从负指数分布，请写出此排队系统的模型并进行描述； (3 分)
- (3) 计算系统运行的主要指标  $L_s, L_q, W_s, W_q$ 。 (12 分)

四. (本题满分 20 分) 在如图所示的网络中，每弧旁的数字是  $(c_{ij}, f_{ij})$

- (1) 确定所有的截集； (10 分)
- (2) 求最小截集的容量； (4 分)
- (3) 证明图中指出的流是最大流。 (6 分)



五. (本题满分 15 分) 某线性规划问题如下:

$$\text{Min } z = 2x_1 - x_2 + 2x_3$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$-x_1 + x_2 - kx_3 \leq 6$$

$$x_1 \leq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \text{ 无约束}$$

其最优解为:  $x_1 = -5, x_2 = 0, x_3 = -1$ ; 请回答如下问题:

(1) 写出其对偶问题; (5 分)

(2) 利用对偶性质求对偶问题的最优解; (5 分)

(3) 求  $k$  的取值。 (5 分)

六. (本题满分 30 分) 某公司生产 3 种产品:  $x_1, x_2, x_3$ , 需要 3 种资源: 技术服务, 劳动力, 行政管理, 公司经理助理根据实际情况, 建立了使总利润最大的产品产量的线性规划模型, 并

$$\text{Max } z = 10x_1 + 6x_2 + 4x_3$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 100 & \text{(技术服务约束)} \\ 10x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 600 & \text{(劳动力约束)} \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 300 & \text{(行政管理约束)} \end{cases}$$

采用单纯形法求得最优表格如下：

$C_j$			10	6	4	0	0	0
$C_B$	$X_B$	b	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
6	$x_2$	200/3	0	1	5/6	5/3	-1/6	0
10	$x_1$	100/3	1	0	1/6	-2/3	1/6	0
0	$x_6$	100	0	0	4	-2	0	1
$\sigma_j$			0	0	-8/3	-10/3	-2/3	0

要求：

- (1) 写出最终单纯形表中的基矩阵  $B$  和它的逆矩阵  $B^{-1}$ ； (6分)
- (2) 写出最优生产方案和最大收入；按照这个方案生产时，哪种资源有剩余，剩余多少； (6分)
- (3) 写出线性规划问题的对偶模型的最优解，并解释对偶问题最优解的经济意义； (6分)
- (4) 根据技术服务可利用的小时数 (100) 可能有偏差  $\Delta b_1$ ，试确定  $\Delta b_1$  的范围，使求出的最优基保持不变； (6分)
- (5) 若产品  $x_3$  值得生产的话，它的单位利润应至少是多少？ (6分)

七. (本题满分 15 分) 利用动态规划方法求解如下非线性最优化问题 (要求：写出动态规划模型，不必求出最优解)

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= x_1^2 \cdot x_2 \cdot x_3^2 \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

八. (本题满分 15 分) 某糖果厂用原料 A、B、C 加工成三种不同牌号的糖果甲、乙、丙。已知各种牌号糖果中 A、B、C 含量, 原料成本, 各种原料的每月限制用量, 三种牌号糖果的单位加工费及售价如表所示:

糖果 原料	甲	乙	丙	原料成本 (元/千克)	每月限制用 量 (千克)
A	$\geq 60\%$	$\geq 15\%$		2.00	2000
B				1.50	2500
C	$\leq 20\%$	$\leq 60\%$	$\leq 50\%$	1.00	1200
加工费 (元 /千克)	0.50	0.40	0.30		
售 价	3.40	2.85	2.25		

问该厂每月应生产这三种牌号糖果各多少千克, 使该厂获利最大?  
试建立这个问题的线性规划的数学模型。