

# 火力分配多目标规划模型的改进 MOPSO 算法

刘 晓<sup>1</sup>, 刘 忠<sup>1</sup>, 侯文姝<sup>2</sup>, 许江湖<sup>1</sup>

(1. 海军工程大学电子工程学院, 湖北 武汉 430033;

2. 中国人民解放军 91919 部队, 湖北 黄冈 438000)

**摘要:** 提出一种改进的多目标粒子群优化算法(multi-objective particle swarm optimization, MOPSO)算法, 通过化解约束条件、修改速度和位置更新等使该算法适于求解火力分配多目标规划模型。最终求解的非劣解集构成 Pareto 前沿, 体现增加火力单元数量对射击效能的影响, 决策者可按照意图从中选取最终解。不考虑多目标规划模型中的属性目标, 对敌毁伤概率随迭代步数演变与单目标函数相比, 收敛性能相同, 最大值相近, 验证了所提算法的有效性。

**关键词:** 火力分配; 多目标规划; 多目标粒子群优化; 反导

**中图分类号:** V 247

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.3969/j.issn.1001-506X.2013.02.15

## Improved MOPSO algorithm for multi-objective programming model of weapon-target assignment

LIU Xiao<sup>1</sup>, LIU Zhong<sup>1</sup>, HOU Wen-shu<sup>2</sup>, XU Jiang-hu<sup>1</sup>

(1. College of Electronics, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. Unit 91919 of the PLA, Huanggang 438000, China)

**Abstract:** An improved multi-objective particle swarm optimization (MOPSO) algorithm is proposed, which adjusts constraint conditions, modifies the velocity and position update formulas for the multi-objective programming model of weapon-target assignment optimization. The algorithm can obtain a non-inferior solution to form the Pareto front, which can reflect the effect of increased firepower unit on firing efficiency. Decision-makers can find the final solution from the non-inferior subset solution according to their intention. Compared with the single objective function in the iterate evolution, the maximum value of the kill probability to enemy shows the same convergence performance and close maximum result, excluding the factor objective of the multi-objective programming model, which verifies the effectiveness of the MOPSO algorithm.

**Keywords:** weapon-target assignment; multi-objective programming; multi-objective particle swarm optimization algorithm; anti-missile model

## 0 引言

多平台多武器火力分配(weapon-target assignment, WTA)问题单目标优化目前有很多研究,如采用遗传算法<sup>[1]</sup>、蚁群算法<sup>[2-3]</sup>、禁忌搜索算法<sup>[4]</sup>等,按照目标函数的数量不同可分为单目标优化和多目标优化问题。

WTA 单目标优化多是以对敌毁伤概率为指标,如混合粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法<sup>[5]</sup>、人工免疫算法<sup>[6]</sup>、GA-PSO 混合算法<sup>[7]</sup>、大规模领域搜索算法<sup>[8]</sup>、NSGA-II<sup>[9]</sup>等,其求解目标是使射击效能最大,或追求射击失败概率之和最小,其缺点是只追求射击效能,导致使用的火力单元较多甚至全部使用,而过多的火力单元对

射击效能的贡献不大,形成浪费。虽然通过增加约束条件可以一定程度限制使用的火力单元数量,但这并不能从根本上解决问题。

相对于单目标优化问题,多目标优化问题的显著特点是优化各个目标使其同时达到综合的最优值。WTA 是整数型非线性组合优化决策问题<sup>[10]</sup>,对非线性多目标优化问题从非劣解中选取最终解主要有两种方法:①求非劣解的生成法,即先求出大量的非劣解,构成非劣解集的一个子集,然后按照决策者的意图找出最终解。②事先要求决策者提供目标之间的相对重要程度,算法以此为依据,将多目标问题转化为单目标问题进行求解<sup>[11]</sup>。文献[12]提出

WTA 两个目标函数：作战效能最高和整体防御效能最大。采用第二种方法，实际上解决的是单目标问题，而且转化时由于难于协调两个目标函数值，难以设定加权系数。本文采取第一种方法从非劣解中选取最终解。根据经济学中的 Pareto 理论与进化算法结合起来求解多目标优化问题的思路<sup>[13]</sup>，提出 WTA 多目标规划模型，在目标函数为对敌毁伤概率指标  $f$  最大基础上，提出使所用的火力单元总量  $g$  最小作为第二个目标函数。若仅仅是求解该模型，通过设定不同的平台武器数量矩阵，采用文献[6]的单目标函数的进化算法即可求解。但是在实际作战中，要考虑的因素很多，如文献[12]的防御性能，其取值并不是整数，采用多目标进化算法求解。其中，多目标粒子群优化 (multi-objective particle swarm optimization, MOPSO) 算法进化机制简单、易于实现、收敛速度快<sup>[14]</sup>，能够得到非劣解集的一个子集，构成 Pareto 前沿，便于分析火力单元数量对射击效能的贡献，并按照决策者的意图找出最终解。因此，将 MOPSO 算法改进用于 WTA 多目标规划模型意义重大。

### 1 WTA 问题的多目标规划数学模型

#### 1.1 模型假设

假设一个编队内有  $M$  种不同型号的防空武器系统，编队通过其侦察预警系统发现有  $N$  个敌来袭目标，各平台武器数量矩阵为  $C=[c_i]_{1 \times M}$ ，第  $i$  种型号的防空武器的火力单元数量为  $c_i (i=1, 2, \dots, M)$ ，火力单元的总量不少于敌来袭目标总量 ( $\sum_{i=1}^M c_i \geq N$ )。第  $j$  个空中敌来袭目标威胁度系数为  $u_j (j=1, 2, \dots, N)$ ，满足  $\sum_{j=1}^N u_j = 1, u_j \geq 0$ 。假设一种武器系统只有一种火力单元，毁伤概率矩阵为  $[p_{ij}]_{M \times N}$ ， $p_{ij}$  表示第  $i$  种防空武器的一个火力单元对第  $j$  个敌来袭目标的毁伤概率，满足  $0 \leq p_{ij} \leq 1$ 。设每种防空武器系统可以同时打击多个敌来袭目标，且多种武器系统可打击同一敌来袭目标，则决策矩阵为  $[x_{ij}]_{M \times N}$ ， $x_{ij}$  表示第  $i$  种武器打击第  $j$  个敌来袭目标所用的火力单元数目。

WTA 的原则为：①每一个敌来袭目标都遭到抗击。②每种型号防空武器在作战时间内分配的火力单元总数不能超过该型号武器的资源数。③一种武器可同时用多个火力单元打击一个敌来袭目标。

#### 1.2 多目标规划数学模型

WTA 的单目标优化问题的目标函数为对敌毁伤概率指标  $f$  最大，在目标函数  $\max f$  的基础上，提出使所用的火力单元总量  $g$  最小作为第二个目标函数，简单易于研究，且非劣解集构成的 Pareto 前沿体现增加的火力单元数量对射击效能的贡献，便于决策者做出决策。根据 WTA 原则制定相应的约束条件建立的 WTA 多目标优化数学模型为

$$\max f = \sum_{j=1}^N u_j [1 - \prod_{i=1}^M (1 - p_{ij})^{x_{ij}}] \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \min g &= \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M x_{ij} \\ \text{s. t. } &\sum_{i=1}^M x_{ij} \geq 1, \sum_{j=1}^N x_{ij} \leq c_i, x_{ij} \geq 0, \\ &x_{ij} \in \mathbf{Z}, i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2)$$

### 2 改进的 MOPSO 算法

MOPSO 算法是在将 PSO 算法应用于多目标优化问题时提出的，首先在可行解空间初始化一群粒子，每个粒子都代表多目标优化问题的一个潜在解，用位置、速度、适应度值 3 项指标表示该粒子的特征，适应度值由适应度函数计算得到，其值的好坏表示粒子的优劣。再从初始粒子群中初始筛选非劣解集，当一个粒子不受其他粒子支配 (即不存在其他粒子的适应度值均优于该粒子) 时，把粒子放入非劣解集中。粒子在解空间中运动，通过跟踪个体最优粒子  $x_{best}$  和群体最优粒子  $g_{best}$  更新个体位置。个体最优粒子  $x_{best}$  是指个体所经历位置中计算得到的适应度值最优位置，群体最优粒子  $g_{best}$  是指种群非劣解集中随机选择的粒子位置。粒子每更新一次位置就计算一次适应度值，合并个体最优粒子  $x_{best}$  集和旧非劣解集，并从中筛选出新的非劣解集。MOPSO 算法流程图如图 1 所示。

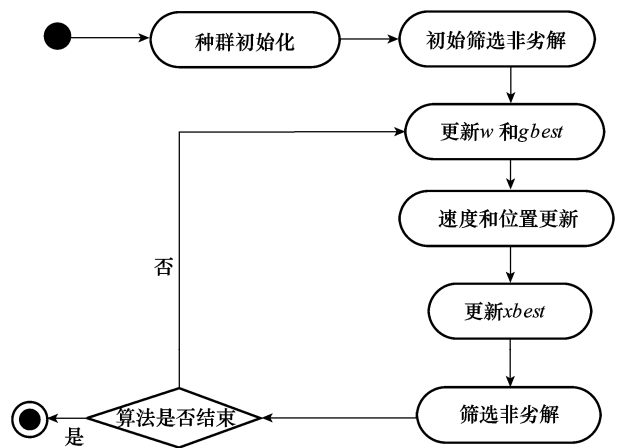


图 1 MOPSO 算法流程图

MOPSO 算法与 PSO 算法不同之处是：① PSO 算法适应度值由一个适应度函数决定，而 MOPSO 算法适应度值和目标函数值一一对应。② PSO 算法没有筛选非劣解集，而 MOPSO 算法中非劣解所有粒子的第三个适应度值均为真，粒子  $f$  值是在之前搜索过程中其  $g$  值相同情况下的最大值，同理可理解为粒子  $g$  值是其  $f$  值相同情况下的最小值。③ PSO 算法中群体最优粒子  $g_{best}$  是指种群中所有粒子搜索到的适应度最优位置，其更新也是直接通过比较新粒子的适应度值得到，而 MOPSO 算法  $g_{best}$  更新为非劣解集中随机选择的粒子。

用 MOPSO 算法求解 WTA 多目标规划模型需在以下两个方面对算法改进。

(1) 化解约束条件

WTA 多目标规划模型具有线性不等式约束条件,不宜使用 MOPSO 算法求解,因此采取以下处理:①把某个火力单元分配给哪一个敌来袭目标作为粒子的一维<sup>[12]</sup>,维数为  $D = \sum_{i=1}^M c_i$ 。不仅限制了约束条件  $\sum_{j=1}^N x_{ij} \leq c_i, x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in \mathbf{Z}$ ,而且粒子的取值范围相同,适于采用速度和位置公式进行更新。

②将约束条件  $\sum_{i=1}^M x_{ij} \geq 1 (j = 1, 2, \dots, N)$  是否满足作为第三个适应度值,与第一个适应度值(目标函数  $f$  值)和第二个适应度值(目标函数  $g$  值)一起用以决策。

(2) 速度和位置更新公式

种群里第  $i$  个粒子为一个  $D$  维的向量  $\mathbf{X}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iD})$ ,  $X_{id}$  是该粒子在  $D$  维搜索空间的位置,意义是某个火力单元分配给第  $X_{id}$  个敌方来袭目标,  $X_{id} \in \{0, 1, 2, \dots, N\}$ ,取 0 表示不分配。该粒子速度为  $\mathbf{V}_i = (V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{iD})$ , 个体最优粒子为  $\mathbf{P}_i = (P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{iD})$ , 群体最优粒子为  $\mathbf{P}_g = (P_{g1}, P_{g2}, \dots, P_{gD})$ 。

第  $k$  次迭代的基本速度更新公式如式(3)。为防止粒子盲目搜索,一般对速度和位置超出的情况采用取极值的方法进行处理<sup>[5,9]</sup>,如式(4)将速度限制在区间  $[-V_{\max}, V_{\max}]$  内。由于位置  $X_{id}$  的定义域为  $\{0, 1, 2, \dots, N\}$ , 仅限制在  $[X_{\min}, X_{\max}]$  内不能满足要求。位置更新公式如式(5),数值先对  $X_{\max}$  (最大值为  $N$ ) 取余,再求绝对值,使数值非负,最后向上取整得到满足定义域的整数。

$$V_{\text{new}} = \omega V_{id}^k + c_1 r_1 (P_{id}^k - X_{id}^k) + c_2 r_2 (P_{gd}^k - X_{id}^k) \quad (3)$$

$$V_{id}^{k+1} = \begin{cases} -V_{\max}, & V_{\text{new}} < -V_{\max} \\ V_{\max}, & V_{\text{new}} > V_{\max} \\ V_{\text{new}}, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

$$X_{id}^{k+1} = \lceil |(X_{id}^k + V_{id}^{k+1}) \% X_{\max}| \rceil \quad (5)$$

式中,  $k$  为当前迭代次数;  $d = 1, 2, \dots, D; i = 1, 2, \dots, xSize, xSize$  为种群里粒子总量;  $c_1$  和  $c_2$  为加速系数(非负常数);  $r_1$  和  $r_2$  是分布于  $[0, 1]$  区间的随机数; 加权系数  $\omega$  可以为常数。文献[15]提出的线性递减惯性权重法是一种经验做法,为取得更好的效果,惯性权重修正如式(6)所示。

$$\omega(k) = \omega_{\max} - (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \left( \frac{k}{MaxIt} \right)^2 \quad (6)$$

式中,  $\omega_{\max}$  为初始惯性权重;  $\omega_{\min}$  为迭代至最大次数时惯性权重;  $MaxIt$  为总迭代次数。与线性递减惯性权重相比,式(6)前期  $\omega$  取值较大,且变化较慢,更好地维持了全局搜索能力,而后期变化较快,极大地提高了算法的局部寻优能力<sup>[11]</sup>。

改进的 MOPSO 算法求解步骤如下。

**步骤 1** 种群初始化。设置参数,初始化种群的  $xSize$  个粒子  $X$ , 并计算其适应度值  $f$  和  $g$ , 以及约束条件  $q$ 。粒

子个体最优  $xbest$  初始化为  $X$ , 粒子群体最优  $gbest$  初始化为  $X$  的第一个粒子。粒子初始速度均为 0。

**步骤 2** 初始筛选非劣解集。当一个粒子不受其他粒子支配(即不存在其他粒子的适应度值  $f$  和  $g$  均优于该粒子),且该粒子满足约束条件  $q$  时,把粒子放入非劣解集中,其对应的适应度值放入非劣解集中。

for  $k=1; MaxIt$

**步骤 3** 更新惯性权重  $\omega$  和群体最优粒子  $gbest$ 。

for  $i=1; xSize$

**步骤 4** 更新种群  $X$  的第  $i$  个粒子的速度  $v(i)$ , 位置更新为  $X(i)$ 。

**步骤 5** 更新个体最优粒子  $xbest(i)$ 。

end

**步骤 6** 筛选非劣解集。分为两步,第一步合并新个体最优粒子群和旧非劣解集,第二步是根据支配关系筛选出新的非劣解集。最后去掉非劣解集中分配方案重复的粒子。

end

### 3 仿真分析

为研究改进 MOPSO 算法在多目标火力分配问题的计算性能,引入文献[6]的想定,平台数  $M=7$ , 敌来袭目标  $N=10$ , 各平台武器数量  $C=[4, 5, 4, 5, 4, 5, 4]$ 。

#### 3.1 实时性分析

在酷睿 3.0 GHz, 内存 4 GB 计算机上的 Matlab2010 环境下,参数设置为  $\omega_{\max} = 0.9, \omega_{\min} = 0.4, c_1 = 0.8, c_2 = 0.2, V_{\max} = 1$ 。在不同的参数种群个体总数  $xSize$  和迭代次数  $MaxIt$  下运行 30 次, MOPSO 算法平均运行时间如表 1 所示。

表 1 算法平均运行时间

迭代次数	个体总数		
	30	50	100
50	0.530	1.071	2.153
100	0.843	1.709	3.515
200	1.726	3.426	6.938

#### 3.2 Pareto 前沿

参数设置为  $xSize=50, MaxIt=200, \omega_{\max}=0.9, \omega_{\min}=0.4, c_1=0.8, c_2=0.2, V_{\max}=1$ 。粒子  $X$  初始化对结果影响较大,若完全用均匀分布  $X = \text{unidrnd}(N+1, xSize, Dim) - 1$ , 所求的非劣解集的  $g$  值一般在 20~31, 而采用  $\text{randsrc}$  函数, 粒子  $X$  的初始化 1~ $N$  以 0.05 的概率随机出现, 而 0 以 0.5 的概率出现, 比均匀分布中 0 的概率高, 使得所求的  $g$  值较低, 如图 2 所示,  $g$  值低至 12, 接近最小值  $N$ 。

图 2 所示用改进 MOPSO 算法求解 WTA 多目标规划模型得到的非劣解集构成的 Pareto 前沿, 较好地维护了 Pareto 解的分布性与收敛性。图 2 体现增加火力单元数量

对射击效能的影响,便于决策者进行决策。如对于该想定,如果要求对敌毁伤概率  $0.7 < f < 0.9$  的方案,在图 2 中 4 个方案中可以直观地选择  $g=18$  的方案。4 个方案的  $f$  值依次为 0.726 3、0.728 1、0.818 9 和 0.835 3。通常思维下会选择火力单元数量  $g$  最小的方案( $g=16$ ),然而  $g=18$  的方案只比  $g=16$  的方案  $g$  值多 2, $f$  值却大大增加(增加了 0.092 6)。 $g=23$  的方案比  $g=18$  的方案  $f$  值仅增加 0.016 4,但是  $g$  增加数量却为 5,效费比不高。

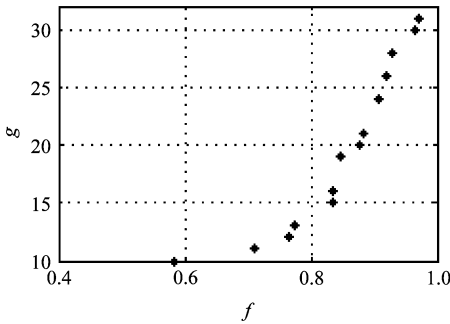


图 2 改进 MOPSO 算法求解的非劣解集

### 3.3 改进 MOPSO 算法与单目标粒子群收敛性对比

采用 MOPSO 算法求解的非劣解集的适应度  $f$  最大值随迭代步数演变如图 3 所示。

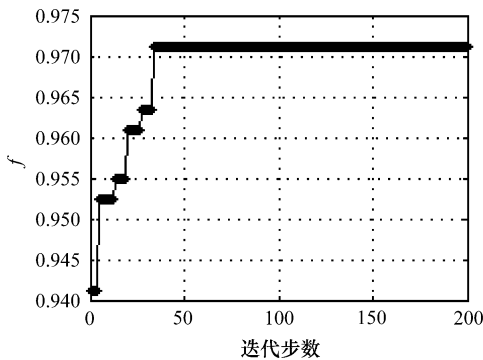


图 3 非劣解集的适应度  $f$  的最大值演变

$g$  值均为最大数 31,迭代到 53 步时  $f$  收敛于 0.970 3,与文献[6]所示的单目标函数相比,收敛性能相同,最大值比免疫算法仅低 0.021 5,说明多目标规划虽然比单目标规划分散了计算资源,造成改进 MOPSO 算法在求解一个  $g$  值对应的  $f$  最大值略差,但在总体性能上接近单目标函数。

## 4 结 论

本文采用求非劣解的生成法从非劣解中选取最终解,通过化解约束条件,修改速度和位置更新公式,结合改进的 MOPSO 算法应用到 WTA 多目标规划模型,通过实例分析,求解的非劣解集的一个适应度(对敌毁伤概率)最大值

随迭代步数演变与用免疫算法求解的单目标函数<sup>[6]</sup>相比,收敛性能相同,最大值相近,验证了改进 MOPSO 算法的正确性和有效性。

### 参考文献:

- [1] Bogdanowicz Z R. Advanced input generating algorithm for effect-based weapon-target pairing optimization [J]. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics—Part A: Systems and Humans*, 2012, 42(1):276–280.
- [2] Song Y S, Lu H Q, He L. Weapon-target assignment problem based on improved ACA[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2009,39(20):92–99.
- [3] Chen S, He J H, Liu H Y. Realization and simulation of parallel ant colony algorithm to solve WTA problem[C]// *Proc. of the International Conference on Systems and Informatics*, 2012: 2458–2461.
- [4] 徐加强,毕义明,汪民乐,等.基于时空约束的常规导弹火力分配建模与实现[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(9): 2025–2029. (Xu J Q, Bi Y M, Wang M L, et al. Modeling and realization of conventional missile fire assignment based on time-space restriction[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(9):2025–2029.)
- [5] Zhu B, Zou F X, Wei J H. A novel approach to solving weapon-target assignment problem based on hybrid particle swarm optimization algorithm[C]// *Proc. of the International Conference on Electronic and Mechanical Engineering and Information Technology*, 2011:1385–1387.
- [6] 阮旻智,李庆民,刘天华.编队防空火力分配建模及其优化方法研究[J]. *兵工学报*, 2010, 31(11): 1525–1529. (Ruan M Z, Li Q M, Liu T H. Modeling and optimization on fleet anti-aircraft firepower allocation[J]. *Acta Armamentarii*, 2010, 31(11): 1525–1529.)
- [7] 范海雄,刘付显,夏璐.基于 GA-PSO 的目标分配问题研究[J]. *现代防御技术*, 2011, 39(3):14–19. (Fan H X, Liu F X, Xia L. The weapon-target assignment based on GA-PSO algorithm[J]. *Journal of Modern Defence Technology*, 2011, 39(3):14–19.)
- [8] Lee M Z. Constrained weapon-target assignment: enhanced very large scale neighborhood search algorithm[J]. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics—Part A: Systems and Humans*, 2010,40(1):198–204.
- [9] Guo J L, Fu P. Multi-objective optimization of weapon-target assignment (WTA) using NSGA-II[J]. *Fire Control & Command Control*, 2010,35(3):130–134.
- [10] Lloyd S P, Witsenhausen H S. Weapons allocation is NP-complete[C]// *Proc. of the Summer Conference on Simulation*, 1986:1054–1058.
- [11] 史峰,王辉,郁磊,等. Matlab 智能算法 30 个案例分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2011:102–103. (Shi F, Wang H, Yu L, et al. *Analysis of 30 Matlab examples of intelligent algorithm*[M]. Beijing: Beihang University Press, 2011:102–103.)
- [12] 王小艺,侯朝楨,原菊梅,等.防空火力分配建模及优化方法研究[J]. *控制与决策*, 2006,21(8):913–917. (Wang X Y, Hou C Z,

- Yuan J M, et al. Modeling and optimization method on anti-aircraft firepower allocation[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(8):913-917.)
- [13] Goldberg E D. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*[M]. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 1989:452-454.
- [14] Gregorio T P, Coello C A C, Luis V S. EMOPSO: a multi-objective particle swarm optimizer with emphasis on efficiency[C]// *Proc. of the 4th International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, 2007:272-285.
- [15] Shi Y, Eberhart R C. A modified particle swarm optimizer[C]// *Proc. of the IEEE World Congress on Computational Intelligence*, 1998:69-73.

## 作者简介:

刘 晓(1984-),男,博士研究生,主要研究方向为复杂系统建模与仿真。

E-mail:liuxiao@sina.cn

刘 忠(1963-),男,教授,博士,主要研究方向为复杂系统建模与仿真。

E-mail:liuzhong531@yahoo.cn

侯文姝(1985-),女,工程师,硕士,主要研究方向为通信工程。

E-mail:949688840@qq.com

许江湖(1975-),男,讲师,博士后,主要研究方向为智能优化算法。

E-mail:439122882@qq.com