

# 基于 MCMC 的导弹主动段突防仿真及灵敏度分析

齐照辉, 刘雪梅, 梁 伟

(航天飞行器生存技术与效能评估实验室, 北京 100085)

**摘要:** 能否对抗预警卫星的早期预警探测是弹道导弹主动段突防的关键。结合导弹主动段飞行仿真、主动段红外特性计算和预警卫星红外探测仿真, 基于马尔可夫链蒙特卡洛(Markov chain Monte Carlo, MCMC)方法构建了导弹主动段突防仿真模型, 并建立了导弹主动段突防参数灵敏度分析的响应面近似函数模型。通过导弹主动段突防仿真与参数分析算例, 定量给出了导弹主动段性能参数对其突防能力的影响, 验证了方法的有效性。

**关键词:** 弹道导弹; 主动段; 突防能力; 马尔可夫链; 近似函数

中图分类号: TJ 765.4 文献标志码: A

## Survival simulation and sensitivity analysis of ballistic missile in boost phase based on MCMC

QI Zhao-hui, LIU Xue-mei, LIANG Wei

(The Inst. of Effectiveness Evaluation of Flying Vehicle, Beijing 100085, China)

**Abstract:** The anti-detection ability of ballistic missile confronted with warning satellite is critical to its survivability in boost phase. Combined the boost movement model and radiant intensity model of ballistic missile, along with infrared detection model of warning satellite, the Markov chain Monte Carlo (MCMC) algorithm of boost-phase survivability of ballistic missile is established. In addition, the response-surface approximate function is established to analyze the uncertain influence parameters in boost phase. A calculation case is provided, some uncertain parameters are analyzed, and the results show that the algorithm can obtain the survivability of ballistic missile in boost phase.

**Keywords:** ballistic missile; boost phase; survivability; Markov chain; approximate function

## 0 引言

弹道导弹攻防对抗过程中, 预警卫星对来袭目标的早期预警是导弹防御系统实施有效拦截的关键一环, 也是决定导弹主动段突防能力的关键。预警卫星只有发现目标才能为防御系统作战管理中心提供预警信息和弹道预报信息, 开展导弹主动段突防仿真研究, 分析影响弹道导弹主动段突防能力的关键因素, 可有效防止导弹防御系统的主动段早期预警和拦截, 提升导弹全程突防能力<sup>[1-2]</sup>。

长期以来, 国内外对导弹红外辐射特性、导弹飞行仿真和卫星红外探测器的研究较为广泛, 但将几者结合起来, 进行弹道导弹主动段突防仿真及灵敏度分析研究的文献报道较少<sup>[3-4]</sup>。导弹主动段突防过程具有马尔可夫随机性特征, 通过导弹主动段弹道运动、红外特性计算和卫星红外探测模型实现导弹主动段突防仿真, 能够获取导弹对抗预警卫

星的主动段突防能力<sup>[5-6]</sup>。同时, 导弹主动段突防能力不仅与导弹本身性能参数有关, 还与其发射参数、射向、环境等发射条件有关, 不同作战条件下的导弹突防能力不同, 因此采用近似函数法进行导弹主动段突防参数灵敏度分析, 寻找关键影响因素, 可为导弹主动段突防能力分析和突防战法研究提供借鉴。

## 1 导弹主动段突防仿真模型

弹道导弹主动段突防仿真模型包括导弹主动段运动模型、红外特性模型和卫星红外探测模型等, 它是导弹主动段突防蒙特卡洛仿真的基础和影响参数灵敏度分析的前提。导弹主动段突防仿真流程如图 1 所示, 仿真模型根据导弹与卫星双方武器装备间的交互事件和信息流建立: 首先仿真弹道导弹在卫星作用空域内的主动段飞行过程, 为卫星红外探测计算提供导弹与卫星相对距离、高低角、方位角和

卫星探测角等仿真交互参数;然后计算导弹主动段红外辐射在卫星探测器谱段内的红外辐射强度,根据导弹与预警卫星间相互几何关系确定出导弹在预警卫星探测器内的红外探测信噪比,进而求得卫星对目标的探测概率、预警时间等战技指标。

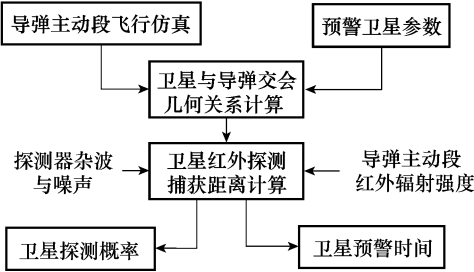


图 1 导弹主动段突防仿真流程

### 1.1 主动段运动模型

弹道导弹主动段运动模型基于六自由度弹道仿真模型建立,考虑地球自转、卫星在轨运动和大气扰动的影响,地球模型采用标准椭球模型。导弹主动段按程序俯仰角飞行,不考虑级间分离干扰误差,给定发射方位角与主动段飞行程序角后,导弹即可按预定主动段弹道飞行。惯性坐标系下导弹主动段运动方程<sup>[7]</sup>

$$\begin{cases} m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{P} + \mathbf{R} + \mathbf{F}_c - 2\dot{m}\boldsymbol{\omega}_T \times \boldsymbol{\rho}_c \\ \bar{J} \frac{d\boldsymbol{\omega}_T}{dt} = \mathbf{M}_{c,m} + \mathbf{M}'_k + \mathbf{M}'_{rel} - \boldsymbol{\omega}_T \times (\bar{J} \cdot \boldsymbol{\omega}_T) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{r}$ 和 $\boldsymbol{\omega}_T$ 分别为导弹位置和角速度矢量; $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{F}_c$ 分别为发动机推力、气动力和控制力矢量; $\mathbf{M}_{c,m}$ 、 $\mathbf{M}'_k$ 和 $\mathbf{M}'_{rel}$ 分别为导弹控制力矩、附加哥式力矩和相对力矩; $m$ 为导弹质量; $\dot{m}$ 为导弹质量流量; $\bar{J}$ 为惯量张量; $\boldsymbol{\rho}_c$ 为喷口截面中心矢径。

### 1.2 导弹主动段红外特性模型

根据辐射温度不同,导弹主动段红外辐射包括导弹发动机喷管出口、导弹蒙皮和导弹尾焰三种辐射,红外特性与导弹飞行状态、推进剂组成、环境温度、辐射面积和发射率密切相关<sup>[8]</sup>。导弹主动段红外辐射特性计算时,将导弹作为面目标处理,计算其红外辐射在卫星探测器谱段内不同观察角的辐射强度。导弹主动段红外辐射强度为

$$\begin{aligned} I &= I_{\text{nozzle}} + I_{\text{flame}} + I_{\text{skin}} = \frac{\epsilon}{\pi} \Delta A_n \cos \theta_n \cdot \\ &\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp [hc/\lambda k T_c (P_a/P_c)^{(\gamma-1)/\gamma}] - 1} d\lambda + \\ &\frac{\epsilon}{\pi} \Delta A_f \cos \theta_f \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp [hc/\lambda k T_f] - 1} d\lambda + \frac{\epsilon}{\pi} \Delta A_s \cdot \\ &\cos \theta_s \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp \left\{ hc/\lambda k T_a \left[ 1 + r \left( \frac{\gamma-1}{2} \right) M^2 \right] \right\} - 1} d\lambda \end{aligned} \quad (2)$$

式中, $h$ 为普朗克常数; $k$ 为玻耳兹曼常数; $c$ 为光速; $\epsilon$ 为光谱发射率; $\lambda$ 为红外辐射波长; $T_c$ 为燃烧室温度; $P_c$ 为燃烧室压强; $P_a$ 为喷管出口大气压强; $\gamma$ 为燃气比热比; $T_f$ 为发动机尾焰等效温度; $\Delta A_s$ 、 $\Delta A_n$ 和 $\Delta A_f$ 分别为各部分红外辐射面积; $\theta_s$ 、 $\theta_n$ 和 $\theta_f$ 分别为各部分红外辐射截面法线与探测方向的夹角; $T_a$ 为大气温度; $r$ 为温度恢复系数; $M$ 为导弹飞行马赫数。

### 1.3 卫星红外探测模型

导弹主动段红外辐射在卫星探测器谱段内不同观察角的辐射强度确定后,预警卫星红外阵列探测器通过脉冲信号扫描搜索视场,扫描运动使瞬时视场扫过目标时产生一个脉冲,根据导弹目标与预警卫星间的相互几何关系可确定出导弹在预警卫星红外探测器处的探测信噪比,进而可求得卫星探测距离、探测概率等目标变量。卫星红外探测距离为

$$R = (I\tau_a)^{1/2} \left[ \frac{\pi}{2} D_0 (NA) \tau_o \right]^{1/2} \cdot (D^*)^{1/2} \left[ \frac{1}{(\omega\Delta f)^{1/2} K(1+\gamma_a)} \right]^{1/2} \quad (3)$$

式中, $I$ 为目标辐射强度; $\tau_a$ 为沿视线方向大气光谱透过率; $D_0$ 为光学系统入射孔径; $NA$ 为光学系统数值孔径; $\tau_o$ 为光学系统光谱透过率; $D^*$ 为探测器光谱探测率; $\omega$ 为探测系统瞬时视场角; $\Delta f$ 为探测系统等效噪声带宽; $K$ 为探测系统门限信噪比; $\gamma_a$ 为系统噪声增加百分数。

## 2 基于近似函数的灵敏度分析

导弹主动段突防仿真模型涉及众多不确定性影响因素,如导弹发动机比冲、质量流量和燃烧室压强等,这些因素对导弹突防仿真影响较大,有可能给计算结果带来大量系统误差和随机误差。通过构造二阶多项式响应面近似函数进行参数灵敏度分析,可确定这些影响因素对导弹主动段突防能力的影响度,从而将不重要的影响因素滤除掉,简化导弹主动段突防仿真的复杂度和不确定度。

导弹主动段突防仿真可表述为  $n$  维输入影响参数  $X$  与输出导弹突防能力  $Y$  之间的函数关系  $Y(X)$ ,因此引入响应面灵敏度分析方法研究输入参数  $X$  对输出参数  $Y$  的影响度<sup>[9]</sup>。基于二阶多项式的响应面近似函数  $\hat{Y}(X)$  描述为

$$\hat{Y}(X) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j \quad (4)$$

式中, $a_0$ 、 $a_i$ 和 $a_{ij}$ 为多项式回归参数。令 $\tilde{\mathbf{X}} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_p]^T = [x_1, \dots, x_n, x_1 x_1, \dots, x_n x_n]^T$ ,基于  $m$  组导弹突防仿真训练样本数据  $(X, Y) = [(X^1, Y^1), \dots, (X^m, Y^m)]^T$ ,可得到回归参数  $\mathbf{C} = [c_0, c_1, \dots, c_p]^T = [a_0, a_1, \dots, a_n, a_{11}, a_{12}, \dots, a_{nn}]^T$  的最小二乘估计为

$$\mathbf{C} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{Y} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{Y} = [Y^1, \dots, Y^m]^T$  为  $m$  维列向量, $\mathbf{F}$  为  $m \times (p+1)$  维矩

阵。回归参数  $c_i (i=1, \dots, p)$  表示突防能力  $Y$  对影响因素  $x_i$  的导数,对回归参数作归一化得

$$s_i = |c_i| / \left| \sum_{i=1}^p |c_i| \right|, i = 1, 2, \dots, p \quad (6)$$

式中,  $s_i$  越大表示影响因素  $x_i$  对突防能力  $Y$  的影响程度越大,依据  $s_i$  值大小对因子  $x_i$  从大到小排列,就可得到影响因素  $x_i$  对导弹突防能力  $Y$  的影响排列顺序,从而筛选掉不重要的影响参数,选择重要参数对仿真结果进行分析。

### 3 基于马尔可夫链蒙特卡洛方法的导弹主动段突防仿真算法

弹道导弹主动段突防仿真过程中,由于武器平台(弹道导弹、预警卫星)是一对一作战,在不同仿真时刻的对抗时间短、后效性弱,可近似认为系统在时刻  $t_n$  所处状态的条件分布只与系统在时刻  $t_{n-1}$  所处的状态有关,而与时刻  $t_{n-1}$  之前的状态无关,可采用基于马尔可夫链的蒙特·卡洛仿真方法进行导弹主动段突防仿真分析。即以随机过程  $\{X(t), t \in T\}$  表述弹道导弹主动段突防过程的状态空间,则对时间  $t$  的任意  $n$  个数值,  $t_1 < t_2 < \dots < t_n (n \geq 3, t_i \in T)$ , 有  $P\{X(t_n) \leq x_n | X(t_1) = x_1, X(t_2) = x_2, \dots, X(t_{n-1}) = x_{n-1}\}$  与  $P\{X(t_n) \leq x_n | X(t_{n-1}) = x_{n-1}\}$  相等,即系统状态  $X(t_n)$  在条件  $X(t_i) = x_i$  下的条件分布函数与  $X(t_n)$  在条件  $X(t_{n-1}) = x_{n-1}$  下的条件分布函数相等。

采用马尔可夫链蒙特卡洛(Markov chain Monte Carlo, MCMC)方法的前提是要确定目标变量的数学模型以及模型中各个变量的概率分布,如果确定了这两点,就可以按照给定的概率分布生成随机数,并将它们代入模型仿真,得到目标变量的模拟结果。但在使用马尔可夫链蒙特卡洛方法时,马尔可夫链的构造也十分关键,基于MCMC的导弹主动段突防仿真采用 Gibbs 抽样法<sup>[7]</sup>构造马尔可夫链,以使马尔可夫链的平稳分布为所求参数的后验分布,导弹主动段突防仿真及灵敏度分析算法如表 1 所示。通过大量模拟计算后,可以得到预警时间、探测概率等输出变量的统计特征,进而根据响应面近似函数分析众多影响因素对导弹主动段突防能力的影响。

表 1 导弹主动段突防仿真及灵敏度分析算法

<p><b>步骤 1</b> 建立描述导弹主动段突防目标变量与各影响因素之间联系的蒙特卡洛分析模型(导弹主动段运动模型、红外特性模型和预警卫星红外探测模型);</p> <p><b>步骤 2</b> 确定蒙特卡洛分析模型的影响因素,如发动机比冲、燃烧室温度和质量流量等;</p> <p><b>步骤 3</b> 确定各个影响因素的概率分布和样本初值,在MCMC中常用的概率分布有均匀分布、正态分布、三角形分布和梯形分布等;</p> <p><b>步骤 4</b> 采用 Gibbs 抽样法构造马尔可夫链,将马尔可夫链产生的样本作为输入代入蒙特卡洛分析模型,得到突防目标变量的统计特征;</p> <p><b>步骤 5</b> 应用二阶多项式响应面近似函数法分析各参数对导弹主动段突防能力的影响。</p>
---

### 4 应用实例

设某固体弹道导弹采用主动段红外隐身突防,导弹采用垂直发射方式发射。导弹防御系统有两颗地球同步轨道预警卫星预警,星下点分别为  $S_1 (N0^\circ, E55^\circ)$  和  $S_2 (N0^\circ, E125^\circ)$ 。基于 MCMC 方法进行导弹主动段突防仿真并进行参数灵敏度分析,仿真过程中,进攻弹道导弹红外特性及性能参数按先验概率分布如表 2 所示,预警卫星参数(如探测器归一化探测率、搜索视场角、扫描帧速和扫描效率等)保持不变。

表 2 导弹主动段红外特性及性能参数

影响因素	符号	分布类型	影响因素	符号	分布类型
导弹总质量/t	$P_1$	均匀	发动机喷管出口温度/K	$P_7$	正态
真空比冲/s	$P_2$	正态	发动机喷口红外辐射面积/m <sup>2</sup>	$P_8$	均匀
质量比	$P_3$	正态	发动机尾焰温度/K	$P_9$	正态
发动机燃气比热比	$P_4$	均匀	发动机尾焰红外辐射面积/m <sup>2</sup>	$P_{10}$	均匀
发动机质量流量/(kg/s)	$P_5$	正态	蒙皮红外辐射面积/m <sup>2</sup>	$P_{11}$	均匀
发动机燃烧室压强/MPa	$P_6$	均匀	蒙皮表面温度/K	$P_{12}$	正态

导弹主动段分别采用低弹道、高弹道进行突防,得到预警卫星  $S_1$  对其探测结果如图 2 和图 3 所示。由图 2 和图 3 可知,采用低弹道突防时,导弹在卫星探测器处的红外辐射照度小,卫星对导弹探测概率也较小,卫星约在导弹发射 18 s 后捕获目标,预警时间比高弹道晚了约 10 s。在导弹垂直上升段内,卫星对两组主动段导弹目标的探测概率都较低;垂直上升段结束后,由于预警卫星探测角逐渐变大,卫星探测目标辐射强度和探测概率也开始变大;约 12 s 后,卫星探测概率显著上升。

两颗预警卫星对采用低弹道突防的主动段导弹目标探测仿真结果如图 4 和图 5 所示。由仿真结果可知,尽管部署位置有所差别,由于两颗预警卫星均处于地球同步轨道,对目标的探测辐射照度变化较小,对导弹的探测概率也变化不大,基本同时发现低弹道目标。

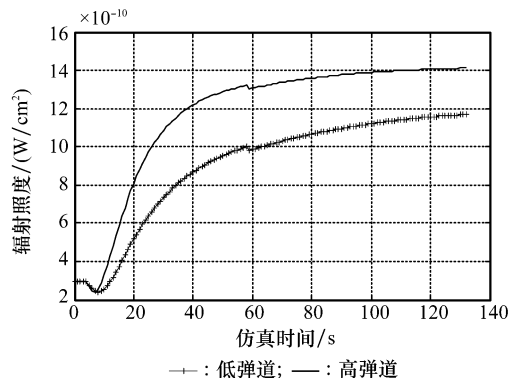


图 2 卫星对导弹目标探测辐射照度图

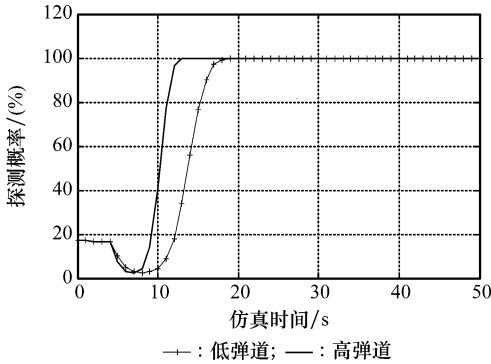


图 3 卫星对导弹目标的探测概率

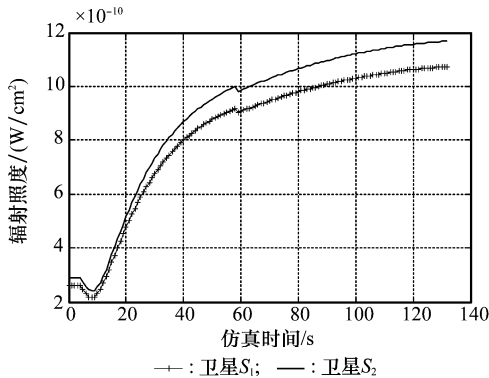


图 4 卫星对导弹目标探测辐射照度

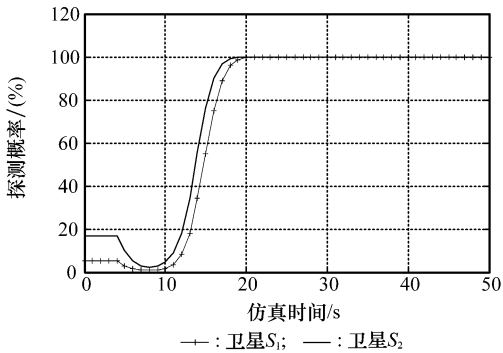


图 5 卫星对导弹目标探测概率

采用二阶多项式响应面近似函数法分析各参数对导弹主动段突防能力的影响如表 3 所示,由表 3 可以看出,就导弹本身不确定参数而言,导弹总质量、真空比冲、燃气比热比等参数对导弹主动段突防能力影响较小,导弹质量比、发动机燃烧室压强、喷口红外辐射面积等参数对主动段突防能力影响较大,发动机喷管出口温度对导弹主动段突防能力影响最大,影响因素为 0.198,应在导弹主动段突防中加以关注。

表 3 导弹主动段突防不确定参数的影响因素

影响因素	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
影响系数	0.012	0.034	0.078	0.011	0.057	0.108
影响因素	$P_7$	$P_8$	$P_9$	$P_{10}$	$P_{11}$	$P_{12}$
影响系数	0.198	0.129	0.152	0.149	0.042	0.030

### 5 结束语

本文将导弹主动段红外特性模型、弹道运动模型、卫星红外探测模型相结合,采用 MCMC 方法进行了弹道导弹对抗预警卫星的主动段突防仿真,为弹道导弹主动段突防能力评估提供了一种新方法。通过本文研究应用,可以看出:

(1) MCMC 方法克服了传统蒙特卡洛仿真高维、静态的缺陷,在导弹总体优化、弹道计算中应用广泛,在导弹主动段突防仿真中也具备有效性和可行性。

(2) 预警卫星红外探测模型可反映卫星探测器对目标的预警探测功能,不用关心探测器的信号处理过程,忽略了波形细节,实现方法有效。

### 参考文献:

- [1] Schneider W. *Final report of the defence science board (DSB) task force on missile defense phase III-modeling and simulation* [R]. Office of the Under Secretary of Defense for Acquisition, Technology and Logistics, 2004.
- [2] Hasley D. *Ground-based midphase defense validation of operational concept environmental assessment* [R]. ADA400866.
- [3] 张弘,赵保军. 对低信噪比下的红外点目标高检测率的研究[J]. 系统工程与电子技术,2001,23(3):58-60. (Zhang Hong, Zhao Baojun. The study of high detecting probability of infrared point target under low SNR[J]. *System Engineering and Electronics*, 2001,23(3):58-60.)
- [4] Andrese J A. *Methodology for the analysis of obscurant attenuation effects on seeker target acquisition performance using modeling and simulation* [R]. ADA353726.
- [5] Breikin T V, Arkov V Y, Kulikov G G. On stochastic system identification: Markov models approach[C]// *Proc. of the 2nd Asian Control Conference*, Seoul, Korea, 1997:775-778.
- [6] Oliver D S, Cunha L B. Markov chain Monte Carlo methods for conditioning a permeability field to pressure data[J]. *Mathematical Geology*, 1997(29):61-67.
- [7] 贾沛然,陈克俊,何力,等. 远程火箭弹道学[M]. 长沙:国防科技大学出版社,1999.
- [8] Ludwig C B. *Handbook of infrared radiation from combustion gases* [M]. NASA, SP-3080, 1973.
- [9] Youn B D. *Advances in reliability-based design optimization and probability analysis* [D]. The University of Iowa, 2001.