文章编号: 1003- 207(2003) 01- 0022- 06

VaR- APARCH 模型与证券投资风险量化分析

陈学华, 杨辉耀

(广州大学数量经济学研究所, 广州　510405)

摘　要: 基本统计分析发现, 上证综合指数回报率分布存在尖峰肥尾性, 不服从正态分布, 并且还具有杠杆效应。本文应用 APARCH 模型在三种分布假设下对上证综合指数通过事后模拟和条件单步预测来计算上证综合指数的 VaR 风险值, 然后把它与应用 GARCH 模型的估计结果进行比较分析。通过返回检验, 我们发现, APARCH 应用于 VaR 估计是统计有效的, 并且明显优于 GARHC 模型。

关键词: 在险价值; APARCH 模型; GARCH 模型; 肥尾性; 杠杆效应

中图分类号: F830. 59; F830. 91　　　文献标识码: A

1　引言

VaR(Value at Risk) 是风险管理与控制的新工具, 它可表述为“ 在给定置信水平下的一个持有期内的最坏的预期损失”[10]。它有着显著的优点, 即它是按照随机变量的特性通过随机变量的概率分布来刻画风险度量概念, 并以货币计量单位来表示风险管理的核心- 潜在亏损。由于用于度量风险的 VaR 值与交易的金融工具无关, 故它提供了一个对不同的金融机构、不同的金融资产、不同的资产组合的统一的风险度量方法, 可用于各种资产、各种金融机构的风险比较, 所以 VaR 一经提出就受到了相当的重视, 已经成为国际上风险管理的主流方法。设回报率 X 的分布函数为 F, 则 VaR 实际上被定义为回报率分布的 q 分位数:

$$VaR_q = F^{-1}(1- q)$$

其中, q 为给定的置信度。VaR 不仅指出了风险暴露的大小, 同时也给出了损失的概率。VaR 概念简单, 然而要准确度量却并非容易。目前用于 VaR 计算的风险估测模型很多, 如历史模拟法, 风险矩阵法等, 并且不断地得到更新, 但究竟何者才是金融市场风险度量的最佳模型, 目前尚无定论。传统方法普遍存在的缺点是过分依赖回报率分布的正态性假设, 而对于金融时间序列通常所存在的异方差性和厚尾性考虑不足。

本文首先描述金融时间序列的一般特性, 然后从收益率的波动性与分布两方面进行考虑建立起一个估计 VaR 的模型 VaR- APARCH 模型, 我们在三种不同的分布假设下估计 VaR 值, 然后把它与 GARCH 模型的结果相比较, 最后应用返回测试来检验 VaR 模型的有效性。

2　风险度量模型

2. 1　金融时间序列的一般特征

国外大量研究表明, 金融时间序列通常带有一些明显的特性。比如, 金融时间序列波动的集聚性 [9] , 即在某些时期内的波动十分激烈, 而另一些时期的波动又相对平静。在股票市场上, 这意味着股票投资是群体行为, 股票上扬和下挫都是相对连续的。金融时间序列的回报率分布存在尖峰肥尾性 [7, 9] , 即回报率分布的峰度比标准正态分布的峰度高。这表明股票投资比其他行为对更多的人而言具有同向影响, 即市场具有收益时更多的人会有收益, 市场亏损时, 更多的人会亏损, 暴发户和暴跌户为少数。此外, BLACK[2] 还发现, 股票的价格波动还有“ 杠杆效应”, 即负的冲击要比正的冲击引起更大的波动。这意味着股票价格下跌引起的波动更显著。

下面, 我们来观察一下上证综合指数收益率时序图、收益率分布直方图与 QQ 图。时间区间为 1997 年 1 月 2 日至 2002 年 3 月 22 日, 数据来自《分析家》软件。

收稿日期: 2001- 07- 23

作者简介: 陈学华(1974-) , 男(汉族) , 广西梧州人, 广州大学数量经济学研究所, 金融工程方向硕士, 研究方向: 金融工程、风险管理 .

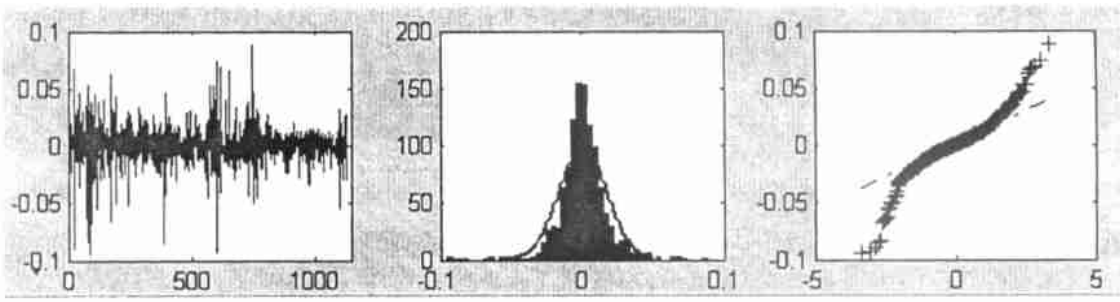

图 1　上证综合指数收益率时序图、收益率分布直方图与 QQ 图

从图 1 的收益率时序图可以看到上证综合指数的收益率波动存在明显的集聚性和分布的尖峰肥尾性, 并且 QQ 图还显示出这种肥尾性是不对称的。这说明上证综合指数也具有上面所说的特点。

2.2　APARCH 模型

为捕获金融时间序列通常具有的波动集聚性, Engle(1982) 首先提出了自回归条件异方差(ARCH)模型[6]。但许多实证表明, 为了更好地捕获条件异方差性, 应该选取高阶的 ARCH 模型, 这将增加要估计的参数, 从而降低参数估计的效率。针对这个问题, 1986 年, Bollerslev 在 ARCH 模型中增加了自回归项, 对 ARCH 模型的条件方差函数进行拓展, 这个模型被称为广义 ARCH 模型——GARCH[3]。相对于 ARCH, GARCH 模型的优点在于: 可以用较为简单的 GARCH 模型来代表一个高阶 ARCH 模型, 使待估参数大为减少, 从而使得模型的识别和估计都变得比较容易。

设 $\{X_t\}$ 代表股市每日价格对数收益率时间序列, 是严格平衡的, 且服从 GARCH(p, q) 过程, 则它可以用下面的式子来表达:

$$X_t = \mu_t + \sigma_t Z_t \tag{1}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i (X_{t-1} - \mu_{t-1})^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \tag{2}$$

式(1)、(2) 分别表示均值调整方程和方差波动方程, 其中 $p \geqslant 0$, $q \geqslant 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geqslant 0 (i = 1, 2, \cdots, q)$, $\beta_j \geqslant 0 (j = 1, 2, \cdots, p)$。$Z_t$ 是均值为 0 方差为 1 的白噪声过程, 分布函数记为 $F_z(Z)$。

然而, GARCH 模型未能充分捕获高频金融时间序列的尖峰厚尾性, 对于股市中所存在的杠杆效应也无法刻划。Ding, Granger 和 Engle(1993) 提出了一个不对称的 GARCH 模型[5], 即 APARCH 模型(the Asymmetric Power ARCH), APARCH(p, q) 模型表达如下:

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i (|\varepsilon_{-i}| - \gamma_i \varepsilon_{-i})^\delta + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \tag{3}$$

其中, $\alpha_0 > 0$, $\delta \geqslant 0$, $\beta_j \geqslant 0 (j = 1, \cdots, p)$, $\alpha_i \geqslant 0$ 和 $-1 < \gamma_i < 1 (i = 1, \cdots, q)$。

APARCH 模型具有一般 GARCH 模型的特点, 但多了两个参数, 其中一个参数 γ_i 是用来捕捉股市中所存在的杠杆效应。

2.3　条件 VaR

结合 VaR 的定义, 条件 VaR 即可由下式给出:

$$VaR_p^t = \mu_t + \sigma_t z_q \tag{4}$$

这里, z_q 是序列 $\{Z_t\}$ 的 q 分位数, 它可以看作是相对于时间序列 $\{Z_t\}$ 而言的 VaR。

APARCH 模型比 Garch 模型具有更多的优点, 但是, 应用 garch 类模型都必须挑选适当的关于 Z_t 的分布函数。

2.4　分布问题

国外研究表明, 应用 APARCH 模型对条件异方差的估计和预测效果要比其它的模型更好些。不过, 通常的模型都建立在正态分布假设的基础上, 在实际使用时, 针对金融时间序列的特性, 还可以考虑多种分布形式, 比如正态分布、t 分布、广义误差分布(GED) 等等。

正态分布。由于正态分布具有对称性、可加性、相关性容易测量的特点, 因而在金融市场分析中占有极其重要地位。但是金融市场的大量实证表明, 对数正态模型并不完全与历史回报数据性质相一致。

t 分布。t 分布的尾部要比标准正态分布肥大, 当自由度趋于无穷大时, t 分布的概率密度函数就等于标准正态分布的概率密度函数, 因此, 可以把 t 分布看作是广义的正态分布, 但 t 分布缺乏正态分布良好的统计特征, 另外多变量联合 t 分布比较难估计, 这在很大程度上限制了 t 分布在金融市场中的广泛应用。

广义误差分布。GED 分布是由 JP Morgan 在 Risk Metrics 中提出的, GED 分布的密度函数为:

$$f(z_t)=\frac{\nu \cdot exp(-|z_t/\lambda|^{\nu}/2)}{\lambda \cdot 2^{(1+\nu^{-1})}\Gamma(\nu^{-1})}$$

其中, $\lambda=(2^{-(2/\nu)}\Gamma(1/\nu)/(3/\nu))^{1/2}$, $\Gamma(\cdot)$ 为 gamma 函数。

参数 v 控制着分布形式, 不同参数导致不同的分布形式, 当 v= 2 时, GED 是正态分布, 当 v> 2 时, 尾部比正态分布更薄, 当 v< 2 时, 尾部比正态分布更厚。由此可见 GED 是一种比较复杂的分布形式。图 2 是 GED(v= 1. 27) 与标准正态分布的概率密度图, 从中可以看出, 当 v< 2 时, GED 具有尖峰肥尾的特点。

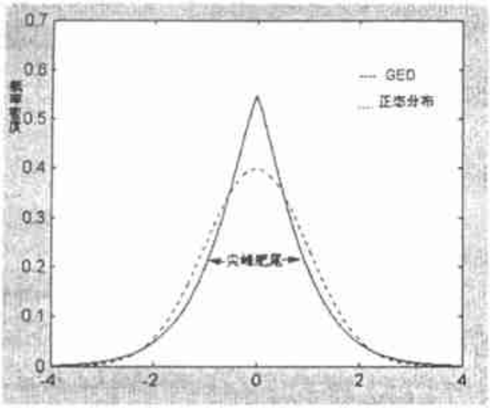

图 2 GED 与正态分布密度函数

3 返回检验方法

Beder(1995) [1] 与 Hendricks(1996) [11] 指出使用不同的风险估值模型所得的 VaR 估计值会有相当显著的差别, 只有能够合理预测风险的 VaR 模型才有实用性。

3.1 基于失效败率的准确性检验方法

VaR 是一个统计估计值, 其准确程度受到估计误差的影响, 尤其当样本容量有限时尤为严重, 故需进行严格的检验。通行的检验法则是通过"失败率"来检验, 即: 记录实际发生的损失, 然后计算超过 VaR 的次数(或天数) 比例是否大于设定的置信度。

库皮克[8] 给出了这种检验方法。其方法是构造一个 LR 统计量, 将投资组合观察的实际每日盈亏结果与测定的 VaR 值进行比较, 如果 VaR 模型测定的 VaR 是准确的, 那么, 投资组合实际亏损超过测定 VaR 值的例外情形可被视为从一个二项分布中出现的独立事件, 即如果实际亏损幅度在测定 VaR 值以内, 则被视为一个成功的事件(为 1) , 如果实际亏损幅度在测定的 VaR 值以上, 则被视为一个失败事件(为 0)。因此, 失败事件出现的概率应为预定的失效水平。

假定计算 VaR 的置信度为 α, 实际考察天数为 T, 失败天数为 N, 则失败频率为 $p(=N/T)$, 失败的期望概率为 $p'(=1-\alpha)$。零假设为 $p=p'$, 这样对 *VaR* 模型准确性的评估就转化为检验失败频率 p 是否显著不同于 p'。*Kupiec* 提出了零假设的似然比率检验:

$$LR=-2ln[(1-p')^{T-N}(p')^{N}]+2ln[(1-p)^{T-N}p^{N}]$$

在零假设条件下, 统计量 LR 服从自由度为 1 的 χ^2 分布。它的 95% 置信区间临界值为 3. 84, 所以, 如果 $LR_{uc}>3.84$, 我们拒绝本模型。

此外, 我们还可以计算平均资本适足额与资本适足额之标准差等两项参考指标, 来衡量不同风险估值模型的效率性。其定义分别如下:

3.2 平均资本适足额(**Average Capital Employed**)

$$\overline{VaR}=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}VaR_{t+1}$$

如果回报率的条件概率分布存在短暂条件相依, 可允许降低所须提取的平均资本适足额, 因此我们可利用计算投资组合的平均 VaR 估计值来进一步衡量模型的有效性。

3.3 资本适足额之标准差(**Standard Deviation of Capital Employed**)

$$STD(VaR)=\sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(VaR_{t+1}-\overline{VaR})^2}$$

对风险管理者而言, 降低 VaR 估计值的标准差, 即可减少资本适足额提拨的不确定性, 这意味着低的标准差对风险管理者而言是有益的。

4 实证分析

我们选取上证综合指数作为研究对象, 股票市场每日收益率 X_t 以相邻营业日收盘的综合股价指数的对数一阶差分表示, 即: $X_t=\log(P_t)-\log(P_{t-1})$。样本区间分两部分: 从 1997 年 1 月 2 日到 2002 年 3 月 22 日的数据, 用于模型的参数估计。从 2002 年 3 月 25 日到 2002 年 9 月 27 日的数据, 用于样本外预测。

我们分别用 APARCH 和 GARHC 模型来估计 VaR, 然后用返回检验分析模型的绩效。

4.1 数据的基本统计分析

根据前面的理论, 如果应用 VaR 分析法计算风

险值,那么就需要知道样本的分布情况,而为了捕获收益率波动的集聚性和“杠杆效应”, 可以应用 A-PARCH 类模型作参数估计, 为了处理样本分布的尖峰肥尾性, 则可以考虑使用 t 分布或 GED 分布。这里, 首先要对样本进行统计检验。表 1 为上证综合指数日回报率的基本统计分析, 从中可以发现上证综合指数回报率存在左偏, 即均值的左边有较长的尾巴。从峰度来看, 指数的峰度也比正态分布的峰度大些, 即上证综合指数分布的尾部大于正态分布的尾部。Jarquebera 正态检验统计量也大于临界值 5.9915, 因此也拒绝正态分布的原假设, 从而也进一步证实了上证综合指数存在尖峰厚尾性。基本统计结果如下:

表 **1**　回报率 $\mathbf{X_t}$ 的基本统计分析

Mean	SE	skewness	kurtosis	Jarquebera
0.0007	0.0168	- 0.4618	8.8919	1.6688e+ 003

同样, 我们也可以从图 1 发现上证综合指数日回报率分布具有尖峰厚尾性和波动集聚性。

进一步, 我们应用样本自相关函数(ACF) 对回报率序列的第一组样本进行分析, 结果发现不存在自相关, 此外, 从 1 至 12 阶的时滞窗检验和 Engle 的拉格朗日乘子(LM) 检验的结果则指出存在鲜明的 ARCH 效应, 对于所有时滞窗其所有的 p 值都小于 0.0001。我们选择使用 APARCH (1, 1) 模型和 GARCH(1, 1) 模型分别在三种分布假设下对回报率序列进行建模, 其均值方程设为 $X_t = \mu_t + \varepsilon_t$。由于样本数据不存在自相关, μ_t 在这里被看作一个常数。下图 3 是应用 MatLab 软件得到的 1- 20 阶自相关函数计算结果在 95% 置信带下的图形显示, 表 2 给出了波动方程的参数估计结果。

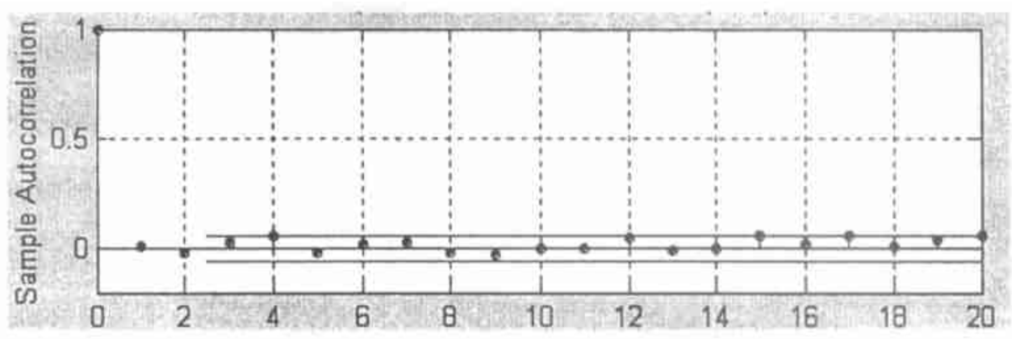

图 3　样本自相关

表 **2**　**APARCH(1, 1)** 模型和 **GARCH(1, 1)** 模型的参数估计结果

Model	α_0	α_1	β_1	γ_1	δ	DF
GARCH(1, 1) - N	0.0000	0.1621	0.8291	-	-	-
GARCH(1, 1) - T	0.0000	0.2798	0.6945	-	-	4.2000
GARCH(1, 1) - G	0.0000	0.2563	0.7099	-	-	1.1706
APARCH(1, 1) - N	0.0012	0.1589	0.8198	0.0427	0.9047	-
APARCH(1, 1) - T	0.0024	0.1276	0.8367	0.0714	0.6926	4.8075
APARCH(1, 1) - G	0.0000	0.0152	0.8642	0.0616	3.3989	1.1623

表 2 的最后一列表示回报率分布的自由度, 从中我们可以看出其具有厚尾性特点, 参数 $\gamma_1 > 0$ 则表明股市受负的冲击要比正的冲击引起更大的波动, 这也就说明沪市具有杠杆效应。

4.2　VaR 模型的绩效分析

为了考察 VaR 估计条件预测效果, 我们利用第二组数据分别应用 APARCH 和模型 GARCH 模型对回报率序列进行样本外预测。模型的应用分别基于以下的三种分布假设: 正态分布、t 分布和广义误差分布。然后我们利用失败率、平均资本适足额、资本适足额的标准差和似然比检验统计量四项指标对 VaR 模型进行绩效分析。结果见下表 3、4:

表 3 GARCH(1, 1) 模型的绩效指标统计结果

		95% confident level				99% confident level			
Sample	Distrib	PF	Mean	Std	LR	PF	Mean	Std	LR
Partl	GED	0.0551	0.0273	0.0150	0.6676	0.0096	0.0442	0.0242	0.0221
	T	0.0200	0.0359	0.0192	30.482	0.0032	0.0623	0.0334	7.9702
	Normal	0.0559	0.0279	0.0166	0.8883	0.0184	0.0393	0.0234	7.1045
Part2	GED	0.0385	0.0234	0.0100	0.3945	0	0.0378	0.0162	–
	T	0.0154	0.0309	0.0131	4.4474	0	0.0536	0.0227	–
	Normal	0.0385	0.0234	0.0095	0.3945	0.0077	0.0329	0.0133	0.0760

表 4 APARCH(1, 1) 模型的绩效指标统计结果

		95% confident level				99% confident level			
Sample	Distrib	PF	Mean	Std	LR	PF	Mean	Std	LR
Part1	GED	0.0559	0.0259	0.0115	0.8883	0.0112	0.0420	0.0186	0.1702
	T	0.0272	0.0324	0.0133	16.375	0.0048	0.0545	0.0225	4.2474
	Normal	0.0487	0.0263	0.0108	0.0434	0.0176	0.0370	0.0152	5.9162
Part2	DED	0.0538	0.0201	0.0055	0.0395	0.0077	0.0326	0.0089	0.0760
	T	0.0462	0.0218	0.0061	0.0415	0	0.0367	0.0103	–
	Normal	0.0538	0.0205	0.0060	0.0395	0.0231	0.0289	0.0084	1.6400

* 其中 PF 表示失败率, Mean 表示平均资本适足额, Std 表示资本适足额的标准差, LR 表示似然比统计量。

从这四个评估指标: 失败率、平均资本适足额、资本适足额的标准差和似然比检验统计量 LR 我们发现以下几点: (1) 从 LR 统计量考虑, 都不能拒绝基于 GED 分布假设的 GARCH 模型或 APARCH 模型。(2) 由 APARCH(1, 1) 模型得到的平均资本适足额和资本适足额的标准差要比由 GARCH(1, 1) 模型得到的小些。(3) 由 APARCH(1, 1) 得到的条件预测失败率要比 GARCH(1, 1) 得到的更加接近于期望失败率。(4) 从第二组数据检验结果来看, APARCH(1, 1) 模型的各项评估指标总的来说也要比 GARCH(1, 1) 模型更好, 因而具有更好的样本外预测能力。并且我们还注意到, GED 的分布假设更加适合于上证综合指数风险值测算。

5 结论

本文在研究金融时间序列一般特性的基础上, 从收益率的波动性与分布两方面入手, 建立起一个计算 VaR 的模型。首先, 通过基本数据分析我们发现: 上证综合指数 SSE 的回报率不服从正态分布而具有厚尾性特点, 并且还发现上海股市具有杠杆效应。然后, 我们分别应用 APARCH 模型和 GARCH 模型来估计 VaR, 并通过返回检验来评估模型的绩效, 结果表明: GED 分布较适合于描述上证综合指数回报率的分布, APARCH 应用于 VaR 估计是统计有效的, 并且条件预测也优于 GARHC 模型。

然而, 从 VaR 的定义知道, 它考查的是在给定置信水平下(如 95%) 的最大潜在损失, 反过来, 我们知道, 它实际上只是给出了此概率(1– 95% = 5%) 下的最小潜在损失。它无法衡量损失一旦超过 VaR 估计值后发生什么。因此对 VaR 的某一次估计结果只是告诉了投资者, 有一定的把握(如 95%), 在下一个交易日的最大潜在损失不会超过此 VaR 值。然而极端的情况(如 5% 的小概率) 也是会发生的, 这种风险我们称之为尾部风险。尾部风险尤其为风险厌恶的投资者所关注。对尾部风险进行定量研究, 一种方法是估计其 ES 值, 它可以明确指出 VaR 估计失败时损失的条件期望值。关于这方面的内容, 尚待进一步研究。

参考文献:

[1] Beder, T. S. VAR: Seductive but Dangerous[J], Financial Analysts Journal, (1995), September– October, 1995, 12–24.

[2] Black, F. Studies of Stock Market Volatility Clanges[C]. Procedings of the American Statistical Association. Business and Economic Statistics Section, 1976, 177– 181.

[3] Bollerslev, T. A, Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1986, 31: 307– 27.

[4] Christoffersen, P. (1998), Evaluating Interval Forecasts[J], International Economic Review, 1998, 39: 841– 862.

[5] Ding, Z., C. W. J. Granger, and R. F. Engle, A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model[J]. Journal of Empirical Finance, 1993, 1: 83– 106.

[6] Engle, R. Autoregressive conditional heteroscedasticity with

estimates of the Variance of UK inflation[J], Econometrica, 1982, 50: 987- 1008.

[7] Fama, E. The Behaviour of Stock Market Prices[J]. Journal of Business, 1965, 38: 34- 105.

[8] Kupiec, Paul H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models[J]. Journal of Derivatives, 1995, 3(2): 73- 84.

[9] Mandelbrot, B. The Variation of Certain Speculative Prices[J], Journal of Business, 1963, 36: 304- 419.

[10] Philippe Jorion. Value at Risk[M], 2nd edition, McGraw-Hill, 2001.

VaR- APARCH Model for Risk Measures of Stock Market

CHEN Xue- hua, YANG Hui- yao

(Institute of Quantitative Economics Guangzhou University, Guangzhou 510405, China)

Abstract: Preliminary data analysis shows that the return rates distribution of SSE is fat- tailed and doesn't obey normal distribution and there is "leverage effect" in Shanghai Stock market. In this paper, we propose an APARCH model with three different distributions assumption to estimate conditional VaR. This model is then compared with the GARCH model under the corresponding three distributions assumption. Using back- testing of historical daily return series we show that the APARCH model yields statistically valid VaR measures and gives better one- day ahead estimates that the GARCH model.

Key words: Value at Risk; APARCH Model; GARCH model; fat tails; leverage effect