

马尔科夫链在股指期货中的应用

海通证券研究所 娄静 吴先兴

2007年8月

主要内容

1. 马尔科夫链介绍
2. 马尔科夫链在股指期货投资中的实证
3. 马尔科夫链的实际意义与应用

1. 马尔科夫链介绍

1. 马尔科夫链介绍

- 马尔科夫链的定义
- 马尔科夫链的平稳性检验
- 国内关于马尔科夫链在股票市场应用的研究

1.1 马尔科夫链的定义

- 假设随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ ，其状态空间为 $I = \{0, 1, 2, \dots\}$ ，
若对任意的整数 $n > 0$ 以及 I 中的 i_1, i_2, \dots, i_n 与 j ，均有
$$P(X_{n+1}=j | X_n=i_n, X_k=i_k, k=1, 2, \dots, n-1) = P(X_{n+1}=j | X_n=i_n),$$
则称 $X(t)$ 是一个离散时间的马尔科夫链
- 马尔科夫链简单的说就是某一状态仅与其最近的状态有关，与其他历史状态无关
- 如果市场满足马尔科夫链的条件，那么在市场状态间的转移就有规律可以寻找，对我们投资将会产生一定程度上的指导

1.2 马尔科夫链的平稳性检验

- 当转移概率 $P_{ij}(t, t+n)$ 只与 i, j 及时间间距 n 有关时, 称转移概率具有平稳性。
- 具有平稳性的马尔科夫链可以保证我们计算出转移概率以后进行预测。
- 设 $n_{ij}(k)$ 表示 k 期 X_1, X_2, \dots, X_n 从状态 i 经过一步转移到状态 j 的频数, 并记频数矩阵 $(n_{ij})_{n \times m}^k$

再记
$$p_{ij}(k) = \frac{n_{ij}^k}{\sum_{j=1}^m n_{ij}^k}$$

则统计量 (当 n 较大时)
$$p_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^t n_{ij}^k}{\sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^m n_{ij}^k}$$

服从自由度为 $(m-1)(n-1)(t-1)$ 的 χ^2 分布
$$\hat{\chi}^2 = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^t n_{ij}^k \left| \log \frac{p_{ij}(k)}{p_{ij}} \right|$$

1.3 国内关于马尔科夫链的相关研究

国内外的研究主要有两方面

- 采用马尔科夫转移矩阵预测股指或个股的走势
- 检验股指运行是否满足马尔科夫性质

主要文献

- 王新蕾，肖冬荣（2005），韩苗（2005），他们采用卡方检验的方法证明了股指运行走势满足马尔科夫性质。
- 刘志新（2000）采用了两状态的马尔科夫转移矩阵证明了上证指数的弱有效性。
- 关丽娟（2005）等基于马尔科夫性质对股指走势进行了预测，并显示了这种预测的相对准确性。

2. 马尔科夫链在股指期货投资中的应用

2. 马尔科夫链在股指期货交易中的应用

- 数据选择
- 状态划分与过程
- 马氏过程检验
- 马尔科夫链在股指期货交易的实证结果
- 实证结果的含义与应用

2.1 数据的选择

- 马尔科夫链在牛市中的运用

训练数据集：2005年4月28日~2006年12月29日的沪深300的1分钟的高频数据。

预测数据集：2007年1月4日-2007年5月18日

- 马尔科夫链在熊市中的运用

训练数据集：2003年1月4日-2004年12月31日的上证指数日内一分钟数据作为。

预测数据集：2005年1月4日-2005年12月31日的上证指数日内一分钟数据作为
预测数据集

- 选择日内数据作为我们研究的对象

指数日间走势受消息面的影响较大，市场的不确定性较日内更大。日间操作持仓时间过长，风险较大。日内操作可以增加操作频率，提高累计收益。

2.2 状态的划分与构造

- 收益状态划分：将收益率从小到大分为5个状态，分别为：大跌、中跌、维持不变、中涨、大涨，分别用5、4、3、2、1来表示。
- 交易量状态的划分：以前一天的平均交易量作为基准，将最近一期状态交易量超过基准的百分比的大小分为三类：放量、维持不变、缩量，分别用1、0、-1来表示。
- 将交易价格和交易量结合构造一个状态空间，

$$(p_t, R_t, R_{t-1}, R_{t-2})$$

- 以转移概率高且预测大涨或大跌作为有效状态，在预测时进行交易。

2.3 马尔科夫链检验

- 我们采用卡方检验分别对日内股指走势和日间股指走势的马氏性进行检验
- 检验结果表明：
 日间股指走势并不满足马氏过程
 日内股指走势满足马氏过程
- 结论：我们采用日间股指走势作为我们的研究对象更为合理

2.4 马尔科夫链在股指期货交易的实证结果

- 牛市运用结果
 - 2-5分钟合约收益汇总
 - 3分钟有效状态特征分析
 - 3分钟合约收益分析
- 熊市交易结果
 - 2-6分钟合约收益汇总
 - 5分钟有效状态特征分析
 - 5分钟合约收益分析

2.4.1 牛市2-5分钟合约收益汇总（预测）

牛市中2分钟到5分钟合约的收益

	交易次数	累计利润	累计成本	累计净利润	累计收益率	平均次净收益率
2分钟	1165	4994.52	1938.42	3056.10	288.39%	0.0939%
3分钟	1807	9290.98	3026.29	6264.69	928.98%	0.1240%
4分钟	1667	8623.70	2795.37	5828.33	808.56%	0.1262%
5分钟	1473	6580.13	2466.44	4113.69	431.61%	0.1009%

注：股指期货每次交易费用为万分之三，不考虑期货保证金

2.4.2 牛市3分钟有效状态特征分析（训练）

牛市中3分钟的有效状态特征（按量汇总）

状态集类型	有效状态数量	平均转移概率	累计发生频数	平均发生概率
缩量 看涨	8	73.00%	586	0.60%
放量 看涨	14	79.21%	1165	1.19%
平量 看涨	15	80.80%	1780	1.82%
合计	37	78.51%	3531	3.61%
缩量 看跌	7	68.00%	387	0.40%
放量 看跌	14	75.79%	1160	1.18%
平量 看跌	13	74.15%	1431	1.46%
合计	34	73.56%	2978	3.04%

2.4.3 牛市3分钟有效状态特征分析（训练）

牛市中3分钟的有效**看涨**状态特征（按价汇总）

状态集类型	有效状态数量	平均转移概率	发生次数	平均发生概率
(1,1,2)	2	64.01	1172	1.20%
(1,1,3)	3	71.09	357	0.37%
(1,1,4)	3	83.18	99	0.10%
(1,1,5)	2	98.33	51	0.05%
(1,2,3)	3	64.96	636	0.65%
(1,2,4)	3	78.55	216	0.22%
(1,2,5)	1	85.00	34	0.03%
(1,3,4)	3	74.78	138	0.14%
(1,3,5)	3	91.73	125	0.13%
(1,4,5)	2	91.77	65	0.07%
(1,5,5)	2	96.10	50	0.05%
(2,3,5)	2	69.59	71	0.07%
(2,4,5)	3	75.88	197	0.20%
(2,5,5)	2	83.53	62	0.06%
(3,5,5)	3	64.10	258	0.26%

2.4.4 牛市中3分钟有效状态特征分析（训练）

牛市中3分钟的有效看跌状态特征（按价汇总）

状态集类型	有效状态数量	平均转移概率	发生次数	平均发生概率
(4,1,1)	3	75.19	121	0.12%
(4,2,1)	3	63.19	192	0.20%
(4,3,1)	1	70.93	61	0.06%
(5,1,1)	2	86.52	86	0.09%
(5,2,1)	1	84.31	43	0.04%
(5,3,1)	2	88.56	91	0.09%
(5,3,2)	2	78.38	58	0.06%
(5,3,3)	1	63.41	26	0.03%
(5,4,1)	2	84.11	81	0.08%
(5,4,2)	3	73.99	170	0.17%
(5,4,3)	3	69.01	488	0.50%
(5,5,1)	3	69.29	90	0.09%
(5,5,2)	3	67.65	80	0.08%
(5,5,3)	3	71.41	236	0.24%
(5,5,4)	2	69.28	1155	1.18%

2.4.5 牛市3分钟合约收益分析（预测）

牛市中3分钟合约收益分析（按量汇总）

状态集类型	有效状态数量	累计发生频数	累计盈利	累计成本	累计净利润
缩量 看涨	7	239	933.16	403.6143	529.5457
平量 看涨	13	441	2270.12	732.3719	1537.748
放量 看涨	12	263	1679.11	441.6269	1237.483
合计	32	943	4882.39	1577.613	3304.777
缩量 看跌	7	216	904.01	356.2321	547.7779
平量 看跌	13	428	2181.33	717.905	1463.425
放量 看跌	14	222	1323.25	377.0559	946.1941
合计	34	866	4408.59	1451.193	2957.397

2.4.6 牛市3分钟合约收益分析（预测）

牛市中3分钟的**看涨**合约收益分析（按价汇总）

有效状态集	有效状态数	累计频数	累计利润	累计成本	累计净利润
(1,1,2)	2	151	377.75	252.66	125.09
(1,1,3)	3	30	159.08	48.32	110.76
(1,1,4)	3	32	164.24	53.76	110.48
(1,1,5)	1	1	17.05	2.18	14.87
(1,2,3)	3	154	444.11	258.36	185.75
(1,2,4)	3	28	135.46	46.51	88.95
(1,2,5)	1	9	57.16	14.43	42.73
(1,3,4)	3	65	291.91	109.05	182.86
(1,4,5)	2	83	587.63	136.84	450.79
(1,5,5)	2	86	1039.13	147.08	892.05
(2,3,5)	1	1	5.90	2.22	3.68
(2,4,5)	3	106	463.61	176.80	286.81
(2,5,5)	2	62	441.99	102.57	339.42
(3,5,5)	3	135	697.37	226.82	470.55

2.4.7 牛市3分钟合约收益分析（预测）

牛市中3分钟看跌合约收益分析（按价汇总）

有效状态集	有效状态数	累计频数	累计利润	累计成本	累计净利润
(4,1,1)	3	80	464.17	134.08	330.09
(4,2,1)	3	133	554.57	221.87	332.70
(4,3,1)	1	39	112.84	64.09	48.75
(5,1,1)	2	54	405.64	88.46	317.18
(5,2,1)	1	12	64.57	19.32	45.25
(5,3,1)	2	70	440.64	118.79	321.85
(5,3,2)	2	39	224.28	66.04	158.24
(5,3,3)	1	7	93.37	12.00	81.37
(5,4,1)	2	2	27.88	3.70	24.18
(5,4,2)	3	16	120.54	25.49	95.05
(5,4,3)	3	167	694.20	279.12	415.08
(5,5,1)	3	5	-95.51	7.48	-102.99
(5,5,2)	3	58	329.42	98.68	230.74
(5,5,3)	3	66	295.68	110.22	185.46
(5,5,4)	2	118	676.30	201.83	474.47
合计	34	866	4408.59	1451.19	2957.40

2.4.8 熊市2-6合约收益汇总（预测）

熊市中2分钟到6分钟合约的收益

	交易次数	累计利润	累计成本	累计净利润	累计收益率	平均次净收益率
2分钟	1516	1664.21	1044.00	620.21	161.81%	0.0357%
3分钟	3577	3852.48	2465.22	1387.26	323.97%	0.0337%
4分钟	3695	4561.99	2547.24	2014.75	564.97%	0.0473%
5分钟	3350	4332.25	2311.23	2021.02	566.84%	0.0523%
6分钟	2866	3547.99	1977.242	1570.75	377.13%	0.0472%

注：股指期货每次交易费用为万分之三，不考虑期货保证金

2.4.9 熊市中5分钟有效状态特征分析（训练）

熊市到5分钟有效状态特分析（按量汇总）

有效状态空间	有效状态数量	累计频数	平均转移概率	平均发生概率
缩量 看涨	6	282	72.22	0.24%
平量 看涨	17	2073	74.74	1.79%
放量 看涨	14	1363	72.16	1.18%
合计	37	3718	219.12	3.21%
缩量 看跌	6	277	69.99	0.24%
平量 看跌	18	2531	69.54	2.18%
放量 看跌	17	1639	73.84	1.41%
合计	41	4447	213.37	3.84%

2.4.10 熊市5分钟有效状态特征分析（训练）

熊市5分钟有效**看涨**状态特征分析（按价汇总）

状态集类型	有效状态数量	发生次数	平均转移概率	平均发生概率
(1,1,2)	2	1242	65.92	1.07%
(1,1,3)	2	303	70.63	0.26%
(1,1,4)	1	28	77.78	0.02%
(1,1,5)	1	23	67.65	0.02%
(1,2,3)	2	472	67.58	0.41%
(1,2,4)	3	151	75.07	0.13%
(1,2,5)	2	77	77.24	0.07%
(1,3,2)	1	21	65.63	0.02%
(1,3,3)	2	121	70.23	0.10%
(1,3,4)	3	132	78.41	0.11%
(1,3,5)	3	146	71.51	0.13%
(1,4,5)	2	51	84.05	0.04%
(1,5,5)	2	55	83.27	0.05%
(2,3,5)	3	220	67.24	0.19%
(2,4,5)	3	186	75.39	0.16%
(2,5,5)	3	120	79.09	0.10%
(3,5,5)	2	370	62.55	0.32%

2.4.11 熊市5分钟有效状态特征分析（训练）

熊市5分钟有效看跌状态特征分析（按价汇总）

状态集类型	有效状态数量	发生次数	平均转移概率	平均发生概率
(3,1,1)	2	364	68.98	0.31%
(3,2,1)	1	122	63.54	0.11%
(4,1,1)	2	71	71.03	0.06%
(4,2,1)	3	169	76.12	0.15%
(4,2,2)	2	48	70.43	0.04%
(4,3,1)	2	120	65.64	0.10%
(4,3,2)	2	267	64.49	0.23%
(4,4,2)	1	27	62.79	0.02%
(5,1,1)	1	73	76.84	0.06%
(5,2,1)	3	107	84.35	0.09%
(5,3,1)	3	181	75.80	0.16%
(5,3,2)	3	215	76.01	0.19%
(5,3,3)	2	184	64.88	0.16%
(5,4,1)	1	32	68.09	0.03%
(5,4,2)	3	163	74.59	0.14%
(5,4,3)	2	550	72.29	0.47%
(5,5,1)	2	63	62.47	0.05%
(5,5,2)	2	84	70.14	0.07%
(5,5,3)	2	435	69.92	0.38%
(5,5,4)	2	1172	67.26	1.01%

2.4.12 熊市中5分钟合约收益（预测）

熊市中5分钟合约收益分析（按量汇总）

有效状态空间	有效状态数量	累计发生频数	累计利润	累计成本	累计净利润
缩量 看涨	6	235	246.63	160.18	86.45
平量 看涨	16	983	1267.49	678.71	588.78
放量 看涨	14	451	497.3	311.64	185.66
合计	36	1669	2011.42	1150.53	860.89
缩量 看跌	6	173	170.42	117.32	53.10
平量 看跌	18	1030	1441.92	712.81	729.11
放量 看跌	17	478	708.49	330.56	377.93
合计	41	1681	2320.83	1160.69	1160.14

2.4.13 熊市5分钟看涨合约收益分析（预测）

熊市中5分钟看涨合约收益分析（按价汇总）

有效状态集	有效状态数	累计频数	累计利润	累计成本	累计净利润
(1,1,2)	2	405	567.81	281.91	285.90
(1,1,3)	2	37	64.13	25.50	38.64
(1,1,4)	1	9	5.55	5.96	-0.41
(1,1,5)	1	5	18.65	3.53	15.12
(1,2,3)	2	250	366.45	173.15	193.30
(1,2,4)	3	41	52.23	27.89	24.34
(1,2,5)	1	2	-4.96	1.43	-6.39
(1,3,2)	1	23	22.59	15.70	6.89
(1,3,3)	2	99	87.87	67.56	20.31
(1,3,4)	3	84	103.81	57.96	45.85
(1,3,5)	3	38	49.65	25.74	23.91
(1,4,5)	2	36	38.69	24.76	13.93
(1,5,5)	2	25	49.79	17.14	32.65
(2,3,5)	3	111	111.17	76.38	34.79
(2,4,5)	3	138	107.6	95.56	12.04
(2,5,5)	3	92	146.62	62.41	84.21
(3,5,5)	2	274	223.77	187.96	35.81

2.4.14 熊市5分钟合约收益分析（预测）

熊市中5分钟看跌合约收益分析（按价汇总）

有效状态集	有效状态数	累计频数	累计利润	累计成本	累计净利润
(3,1,1)	2	225	259.81	156.17	103.64
(3,2,1)	1	84	85.23	58.11	27.12
(4,1,1)	2	55	107.51	38.13	69.38
(4,2,1)	3	125	136.11	86.29	49.82
(4,2,2)	2	57	65.77	39.39	26.38
(4,3,1)	2	47	47.72	31.72	16.00
(4,3,2)	2	130	142.54	90.31	52.23
(4,4,2)	1	8	12.53	5.58	6.95
(5,1,1)	1	38	89.01	25.92	63.09
(5,2,1)	3	64	81.62	44.17	37.45
(5,3,1)	3	26	26.67	17.71	8.96
(5,3,2)	3	110	147.01	75.45	71.56
(5,3,3)	2	129	220.19	89.77	130.42
(5,4,1)	1	7	10.99	4.90	6.09
(5,4,2)	3	25	33.71	17.00	16.71
(5,4,3)	2	168	278.88	115.73	163.15
(5,5,1)	2	13	9.68	8.95	0.73
(5,5,2)	2	17	5.06	11.64	-6.58
(5,5,3)	2	57	103.25	39.06	64.19
(5,5,4)	2	296	457.54	204.71	252.83

3. 马尔科夫链的实际意义与应用

3.1 实证结果的含义

- 马尔科夫转移矩阵的有效状态以近时点动量策略远时点反转策略为主，有效抓住了上涨或下跌的中期和初期。
- 发生频率较高的有效状态多为涨跌波动较为平稳的状态，而转移概率较高的有效状态多为前期涨跌波动较大的状态。
- 缩量的有效状态相对较少，而且转移概率相对较低，说明量在预测中有一定作用。
- 无论熊市还是牛市，有效状态都非常相似，这说明有效状态与市场运行趋势关系不大，为我们实施马尔科夫链奠定了良好的基础。
- 从训练数据的有效状态与预测数据的合约收益来看，马尔科夫矩阵的转移概率非常稳定，只有个别状态出现亏损。

3.1 实证结果的含义（续）

- 马尔科夫策略的收益取决于三个因素：一是发生频率，二是转移概率及其稳定性，三是涨跌幅度。以第二价格状态来看，牛市中反转策略带来的收益更高，熊市中惯性策略带来的收益更高。
- 牛市中次均交易收益较高，而熊市中次均收益较低，这与样本数据选择有关，以2007年上半年涨幅绝对值较高，而2005年跌幅绝对值较小。
- 无论是牛市还是熊市，看涨和看跌合约的收益几乎相当，这是因为马尔科夫链准确的抓住了日内股指波动。
- 牛市中状态持续时间较短，3分钟交易收益最高，反映出多空争夺更加激烈。熊市中状态持续时间较长，5分钟交易收益最高。

3.2 实证成功的原因

- 马尔科夫策略成功之处在于转移概率高而且稳定。我们认为主要因为以下几个因素决定的：

一是股指不被操纵，受投资者情绪影响，动量反转策略有成功的基础，对操纵和投机较为明显的权证来说，马尔科夫策略不一定适用。

二是选择了日内数据，不仅使得转移状态平稳，而且即使在单边市场中日内的涨跌波动也比较明显，使得多头空头合约都能够有收益。

三是我们对状态进行了有效的划分，准确地把握了市场的节奏。

3.3 实际应用的问题

- 我们以现货指数走势来模拟股指期货走势。但在实际运用中，由于期货走势和现货走势存在明显差异，其效果还有待于进一步观察
- 在计算中，我们没有考虑冲击成本。

谢谢!

海通证券研究所金融工程部