

航迹拓扑序列的 SVD 相关匹配算法

吴泽民¹, 蒋叶金², 任姝婕³

(1. 解放军理工大学通信工程学院, 江苏 南京 210007; 2. 中国人民解放军 73683 部队, 福建 福州 350102;
3. 解放军理工大学理学院, 江苏 南京 211101)

摘要: 基本拓扑序列法为适应雷达系统误差需要步进旋转拓扑序列, 造成过大的计算量。通过推导系统误差与拓扑序列的近似线性关系, 得到了一种基于奇异值分解(singularity value decomposition, SVD)的修正匹配算法, 可以一次性地计算出匹配情况下的序列旋转角度, 不但极大地提高了计算效率, 而且避免了基本拓扑法中选择角度旋转步长的难题。通过仿真测试, SVD 算法能减少计算时间 90% 以上, 而且在相同系统误差情况下的正确相关概率和误相关概率性能指标都有较大的提高。

关键词: 数据融合; 航迹相关; 拓扑序列; 奇异值分解

中图分类号: TN 957

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.08.38

SVD correlating algorithm for track topology sequence

WU Ze-min¹, JIANG Ye-jin², REN Shu-jie³

(1. Institute of Communication Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China;
2. Unit 73683 of the PLA, Fuzhou 350102, China;
3. Institute of Sciences, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China)

Abstract: In order to tolerate radar system errors, the basic topology sequence algorithm rotates topology sequence step by step, which leads to too much calculation burden. A novel singularity value decomposition (SVD) based modified topology sequence matching algorithm is introduced after inferring the approximate linear relation between system errors and topology sequence. Through direct calculation of sequence rotation angle, the modified algorithm not only greatly promotes calculation efficiency, but also avoids the dilemma of selecting angle step size. Through simulation, the SVD algorithm proves reducing calculation time more than 90%. The performance indexes of both correct correlation ratio and false correlation ratio under the same system errors are also promoted greatly.

Keywords: data fusion; track correlation; topology sequence; singularity value decomposition (SVD)

0 引言

利用数据融合技术进行多传感器数据跟踪, 需要解决的一个关键问题就是航迹相关。在完成单个传感器的航迹起始和跟踪后, 必须通过航迹相关来判断不同传感器的航迹属于同一个目标。由于传感器存在随机误差和系统噪声, 所以设计高性能的航迹相关算法具有极大的挑战性。特别是传感器系统误差, 在航迹相关时如何减小其影响是一个难题。

基于统计原理和模糊数学的方法^[1-5]对上述误差的鲁棒性不高, 特别是存在传感器观测值系统误差时, 相关的成功率很低。近期出现了一些新的航迹相关算法: 文献[6]采用了光学方法处理目标属性, 作为航迹相关的补充; 文献[7]充分考虑非线性估计带来的影响, 对基于统计原理的航迹相关算法性能做了比较完整的修正, 对算法性能的提高有较好作用; 文献[8]针对异类传感器的情况, 提出使用

模糊逻辑的手段完成航迹相关。雷达仍然是主要的传感器, 提高雷达的航迹相关性能是首要任务。拓扑序列法是一个新的雷达航迹相关思路^[9-11], 对存在较高的系统误差的传感器也具有很高的相关成功率。拓扑序列法通过构造每个目标的拓扑序列形成目标的特征, 该特征序列具有一定的角度旋转不变性。通过匹配修正的拓扑序列, 可以容忍一定量的误差。但是, 一次完整的匹配过程的计算开销很大, 对计算压力较大的系统不合适。

本文提出了一种基于奇异值分解(singularity value decomposition, SVD)的修正拓扑序列算法。该算法的计算负荷大大减少, 同时计算流程简单明了, 不存在多次步进搜索的情况。论文分析了 SVD 算法的原理, 然后进行了全面的性能仿真。

1 修正拓扑序列法

拓扑序列法^[9]以目标的邻居作为参照物, 计算目标与

每个邻居的距离向量差。把距离向量差按照方位角递增的顺序排列成向量序列,由于该序列是参照物空间拓扑关系的表示,所以称其为拓扑序列。拓扑序列是每个目标的空间属性,但是它可能不是唯一的;与目标的空间绝对位置结合,可以实现高效的航迹相关算法。为了对抗传感器误差导致的拓扑序列误差,基本拓扑法采用逐步旋转拓扑序列的方法,虽然带来了性能的提升,但是计算量非常大。参考文献[12-13]的思路,本节通过推导系统误差与目标的拓扑序列的近似的线性关系,结合空间点集变换参数的最小二乘估计法^[7],得到了一种航迹相关的高效修正算法。

1.1 雷达的观测模型

假设雷达观测目标的本地极坐标数据用向量表示为

$$\mathbf{r} = (r, \theta, \varphi)$$

式中, r 是径向距离; θ 是相对于正北的方位角; φ 是以过雷达站址的地球切平面为参考面的高低角。把极坐标数据转化成雷达的本地直角坐标:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \varphi \cos \theta \\ r \cos \varphi \sin \theta \\ r \sin \varphi \end{bmatrix}$$

把本地直角坐标转换到地心地固坐标系 (earth center earth fix, ECEF) 中, 满足关系

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{L} \quad (1)$$

式中, \mathbf{L} 为雷达在 ECEF 坐标系中的位置; \mathbf{R} 为旋转矩阵, 与雷达的经度 λ 和纬度 ψ 具有如下关系:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\sin \psi \cos \lambda & \cos \psi \cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin \psi \sin \lambda & \cos \psi \sin \lambda \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix}$$

雷达的观测值中存在随机误差和系统误差, 与真实值 \mathbf{x}_i 比较, 误差值相对较小。真实值处, 把 ECEF 坐标值 \mathbf{x} 进行一阶泰勒展开

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_i + \mathbf{J}\Delta\mathbf{r} \quad (2)$$

式中, \mathbf{J} 是在真实值 \mathbf{x}_i 处的 Jacobi 矩阵。为计算的方便, 计算 \mathbf{J} 时直接使用角度和径向距离测量值

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \sin \theta & r \cos \varphi \cos \theta & -r \sin \varphi \sin \theta \\ \cos \varphi \cos \theta & -r \cos \varphi \sin \theta & -r \sin \varphi \cos \theta \\ \sin \varphi & 0 & r \cos \varphi \end{bmatrix}$$

1.2 拓扑序列与系统误差的线性关系

在雷达局部直角坐标系下, 设 \mathbf{x}_0 是参考点, 邻居目标为 $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}$ 。观测值的随机误差由于噪声的影响而产生, 是一个随机变量, 一般用高斯分布来描述; 系统误差是由于雷达使用过程中由于机械、老化等原因产生的固定大小偏差。误差一般用局部极坐标系中的量来表示。按照文献[9]对拓扑序列的定义, 假设雷达的观测值存在随机误差 $\Delta\mathbf{r}_n$ 和系统误差 $\Delta\mathbf{r}_s$ 存在的情况下, 则参考点的拓扑序列 $\{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_n\}$ 可以表示为

$$\mathbf{z}_i = (\mathbf{x}_{i,t} - \mathbf{x}_{0,t}) + (\mathbf{J}_{i,t} - \mathbf{J}_{0,t})(\Delta\mathbf{r}_n + \Delta\mathbf{r}_s)$$

式中, $i=1, 2, \dots, n$; 下标 t 表示真实值。设雷达局部直角坐标系中目标为 \mathbf{x}_i , ECEF 坐标系中对应的数据为 \mathbf{y}_i , 由式(1)有

$$\mathbf{x}_{i,t} - \mathbf{x}_{0,t} = \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y}_{i,t} - \mathbf{y}_{0,t})$$

假设雷达 A 和 B 观测到公共目标, 为了区分各自的拓扑序列, 在变量中添加表示雷达的标记后, 则状态数据表示为

$$\mathbf{z}_i^A = \mathbf{R}_A^{-1}(\mathbf{y}_{i,t} - \mathbf{y}_{0,t}) + (\mathbf{J}_{i,t}^A - \mathbf{J}_{0,t}^A)(\Delta\mathbf{r}_{A,n} + \Delta\mathbf{r}_{A,s})$$

$$\mathbf{z}_i^B = \mathbf{R}_B^{-1}(\mathbf{y}_{i,t} - \mathbf{y}_{0,t}) + (\mathbf{J}_{i,t}^B - \mathbf{J}_{0,t}^B)(\Delta\mathbf{r}_{B,n} + \Delta\mathbf{r}_{B,s})$$

对式 \mathbf{z}_i^A 左乘 $\mathbf{R}_B^{-1}\mathbf{R}_A$, 代入 \mathbf{z}_i^B 的表达式消去公共的 ECEF 坐标后, 得到:

$$\mathbf{R}_B^{-1}\mathbf{R}_A\mathbf{z}_i^A = \mathbf{R}_B^{-1}(\mathbf{y}_{i,t} - \mathbf{y}_{0,t}) +$$

$$\mathbf{R}_B^{-1}\mathbf{R}_A(\mathbf{J}_{i,t}^A - \mathbf{J}_{0,t}^A)(\Delta\mathbf{r}_{A,n} + \Delta\mathbf{r}_{A,s}) =$$

$$\mathbf{z}_i^B + \mathbf{R}_B^{-1}\mathbf{R}_A(\mathbf{J}_{i,t}^A - \mathbf{J}_{0,t}^A)\Delta\mathbf{r}_{A,s} - (\mathbf{J}_{i,t}^B - \mathbf{J}_{0,t}^B)\Delta\mathbf{r}_{B,s} +$$

$$\mathbf{R}_B^{-1}\mathbf{R}_A(\mathbf{J}_{i,t}^A - \mathbf{J}_{0,t}^A)\Delta\mathbf{r}_{A,n} - (\mathbf{J}_{i,t}^B - \mathbf{J}_{0,t}^B)\Delta\mathbf{r}_{B,n}$$

整理后, 令

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}_B^{-1}\mathbf{R}_A \quad (3)$$

$$\mathbf{t} = (\mathbf{J}_{i,t}^B - \mathbf{J}_{0,t}^B)\Delta\mathbf{r}_{B,s} - \mathbf{R}_B^{-1}\mathbf{R}_A(\mathbf{J}_{i,t}^A - \mathbf{J}_{0,t}^A)\Delta\mathbf{r}_{A,s} \quad (4)$$

$$\mathbf{N} = (\mathbf{J}_{i,t}^B - \mathbf{J}_{0,t}^B)\Delta\mathbf{r}_{B,n} - \mathbf{R}_B^{-1}\mathbf{R}_A(\mathbf{J}_{i,t}^A - \mathbf{J}_{0,t}^A)\Delta\mathbf{r}_{A,n} \quad (5)$$

则可得到

$$\mathbf{z}_i^B = \mathbf{M}\mathbf{z}_i^A + \mathbf{t} + \mathbf{N} \quad (6)$$

式中, \mathbf{M} 是一个旋转矩阵, 利用该矩阵可以计算两个雷达的拓扑序列需要旋转的角度。在一个雷达的观测范围中, 以参考点为中心, 半径 10 km 的球形空间内, 假设参考点的测量值与邻居点的测量值具有角度差值 $\Delta\theta$, 径向距离差值 Δr 。因为目标离雷达的距离较远, 通常大于 100 km, 所以角度差值 $\Delta\theta$ 不超过 $2^\circ \sim 3^\circ$ 。径向距离可能存在最大 10 km 左右的差值, 但是与目标距离相比, 其带来的影响小于 10%。所以, 参考点目标与它的邻居的测量值相似, 也就是说它们的 Jacobi 阵相似。每部雷达的系统误差较小(通常角度系统误差小于 5° , 距离系统误差小于 1 000 m)且相对稳定, 利用式(4)计算后得到的偏移向量 \mathbf{t} 可以看成是一个常量。N 是噪声, 在使用 SVD 法时作为噪声分量。所以, 两个不同的雷达对相同目标形成的拓扑序列, 在存在系统误差的情况下也近似满足相似变换, 可以通过旋转和平移操作可以实现序列的匹配。

1.3 基于 SVD 的序列线性变换

两个向量序列 \mathbf{x}_i 和 $\mathbf{y}_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。它们满足相似变换

$$\mathbf{y}_i = c\mathbf{M}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} \quad (7)$$

式中, c 是尺度常数, 表示雷达径向距离系统误差导致的变化; \mathbf{M} 是旋转矩阵, 表示雷达角度系统误差导致的变化; \mathbf{t} 是平移向量, 表示径向距离和角度系统误差的综合影响。已知两个拓扑序列时, 相似变换的参数由最小二乘法得到, 拟合误差为

$$e^2(\mathbf{M}, \mathbf{t}, c) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{y}_i - (c\mathbf{M}\mathbf{x}_i + \mathbf{t})\|^2$$

按照文献[14-15]的步骤计算相似变换参数:

步骤 1 计算序列均值、方差及互协方差

$$\boldsymbol{\mu}_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i$$

$$\boldsymbol{\mu}_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{y}_i$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_x\|^2$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{y}_i - \boldsymbol{\mu}_y\|^2$$

$$\Sigma_{xy}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)(x_i - \mu_x)^T$$

步骤 2 互协方差矩阵进行 SVD 分解

$$\Sigma_{xy}^2 = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}(d_i), d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_m \geq 0$$

步骤 3 计算 S 矩阵

$$\mathbf{S} = \begin{cases} \mathbf{I}, \det(\Sigma_{xy}^2) \geq 0 \\ \text{diag}(1, 1, \dots, 1, -1), \det(\Sigma_{xy}^2) < 0 \end{cases}$$

步骤 4 计算相似变换参数

$$\mathbf{M} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T$$

$$c = \text{tr}(\mathbf{D} \mathbf{S}) / \sigma_x^2$$

$$\mathbf{t} = \mu_y - c \mathbf{M} \mu_x$$

拟合误差为

$$e^2(\mathbf{M}, \mathbf{t}, c) = \sigma_y^2 - c$$

1.4 拓扑序列的匹配

计算出拓扑序列的线性变换关系后,把其中的 X 序列经线性变换后与 Y 序列进行匹配。匹配的具体算法基于 F 统计量的假设检验,与文献[9]相同。

1.5 合法旋转矩阵的判定

对不同雷达的两个拓扑序列进行 SVD 相关时,这里假设它们符合线性变换关系,只需要进行旋转、平移和尺度变换就能实现匹配。但是这只是数学关系上的匹配,并不一定具有物理上的正确性,存在不同目标的拓扑序列满足线性变换的情况。

按线性变换的物理意义,我们发现旋转矩阵 M 可以按式(3)表示为两个 ECEF 旋转阵的乘积,而 ECEF 旋转阵由传感器所在的经纬度决定。具有相同观测目标的传感器,其所在位置的经度、纬度变化范围较小,按式(3)计算的 M 矩阵应该接近于单位阵。对地球表面上相距 300 km 的两点,经纬度最大相差 2.7°,这里以最大 3°的经纬度差值来验证旋转阵 M 是否近似为单位阵。为了满足计算快速的要求,选择对角线成员比重验证法,计算下式:

$$\text{weight} = \sum_{i=1}^3 m(i, i) / \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \text{abs}(m(i, j))$$

式中, $m(i, j)$ 是 M 矩阵的分量。通过计算对角线元素的值与旋转阵所有元素绝对值的比例,能有效地判断该矩阵是否近似单位阵。设雷达位置的纬度范围 20°~50°、经度范围 90°~120°,经度和纬度差值为 3°,按式(3)计算的 M 矩阵对角线元素比例,发现 M 矩阵对角线比例在 92% 以上。估计出两个拓扑序列的线性关系后,通过验证其旋转矩阵的对角线比例是否大于阈值 92%,小于阈值的为无效变换关系,可以直接判定航迹相关失败。

1.6 拓扑序列方差的修正

序列经过线性变换后,序列方差也需要经过修正。按式(7)表示的线性变换,向量 x_i 的方差为 $P_{x,i}$,在经变换后,新向量 y_i 的方差 $P_{y,i}$ 为

$$P_{y,i} = c^2 \mathbf{M}^T P_{x,i} \mathbf{M}$$

经过变换的拓扑序列实现了状态空间和方差的转换,然后用新形成的拓扑序列进行相似性统计量的测试。

2 算法过程

总结以上内容,结合文献[5]的算法描述,完整的 SVD

航迹相关法步骤如下:

步骤 1 基于各雷达自身的探测数据,计算每个目标的拓扑序列,拓扑序列以方位角递增的顺序排列。

步骤 2 把不同雷达的目标两两测试,先按 ECEF 绝对坐标位置,把不可能的航迹相关对过滤掉,形成航迹相关的候选集合。考虑雷达系统误差的影响,位置绝对邻近的标准选定为:ECEF 坐标系内距离差小于 10 km。

步骤 3 从候选集合中选择一个组合,直到没有新的组合则结束匹配过程,否则进入步骤 4。

步骤 4 将候选组合进行基于 SVD 的拓扑序列匹配,计算线性变换参数;根据旋转阵的对角线比例判定其是否近似为单位阵,如果是无效的变换关系,转步骤 3,否则进行步骤 5。

步骤 5 估计线性变换关系,计算拓扑序列的线性变换以消除系统误差,然后计算 F 统计量判定候选组合是否相关。回到步骤 3。

基于 SVD 的拓扑序列匹配后,完成了航迹相关的一次判决,结合计分法^[1]等传统手段,可以完成最终的航迹相关过程。

3 仿真与分析

为验证 SVD 匹配算法的性能,这里对仿真的场景做如下设定:两部雷达的位置相距 200 km,存在公共探测目标,并且与两部雷达的径向距离在 50 km 以上;随机产生公共目标的位置,邻居的位置和数量也是随机产生;雷达的观测值同时包括随机误差和系统误差。对每个误差因素进行 5 000 次仿真,以平均性能作为仿真结果。基本拓扑法仿真时,选用角度步进步长为 0.25°,径向距离步进步长为 50 m。

首先仿真航迹正确相关率与参考点邻居数量的关系。假设每部雷达的随机误差为高斯随机噪声,径向距离噪声的均方误差为 200 m,高低角和方位角的均方误差为 0.2°;径向距离系统误差为 100 m,角度系统误差为 0.1°。图 1 表示单次序列匹配的成功率。SVD 法在绝大多数情况下的正确相关概率比基本拓扑法高 10% 以上。对 2 个邻居的情况,由于 SVD 分解比较容易出现奇异性,所以线性变换计算差错会导致相关成功率下降。在实际中,半径 10 km 的空域内有 10 个以上目标的概率很小,所以 SVD 算法的可用性很好。

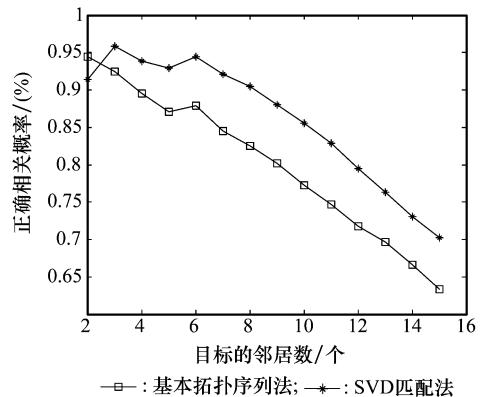


图 1 正确相关率与邻居数量的关系

拓扑序列法以 ECEF 绝对位置邻近的参考点作为测试候选目标。受雷达测量值噪声影响,当参考点目标间距较

近时,即使测量值属于不同的物理目标,仍然可能被航迹相关算法误判为同一个目标,这就是航迹误相关率。航迹误相关将增加后续航迹处理过程的难度。图 2 显示了误相关率与参考点间距的关系。通过比较,SVD 法的误相关概率远低于基本拓扑序列法,其误相关率低于 10%,特别是当参考点间距接近 100 m(通常飞行器不可能到达这种飞行间距)时,误相关率也低于 17%。而基本拓扑法的误相关率在目标间距较小时接近 60%以上,会向航迹融合过程提供大量的错误航迹对,使数据融合过程无法使用。

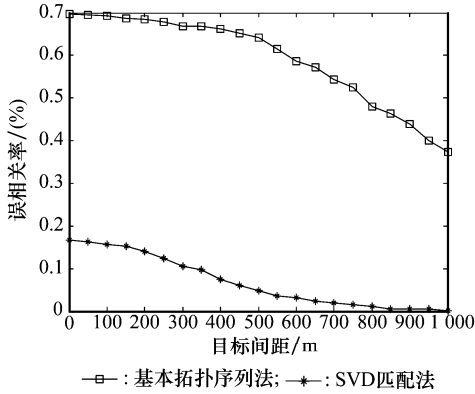


图 2 误相关率与目标间距的关系

与基本拓扑法比较,SVD 匹配法直接计算线性变换关系,用调整后的拓扑序列进行航迹相关,能节省基本拓扑法中大量的旋转步进过程,极大地减少计算时间。这里对比了两种算法的计算时间,在存在方位角系统误差的情况下,结果如图 3 所示。

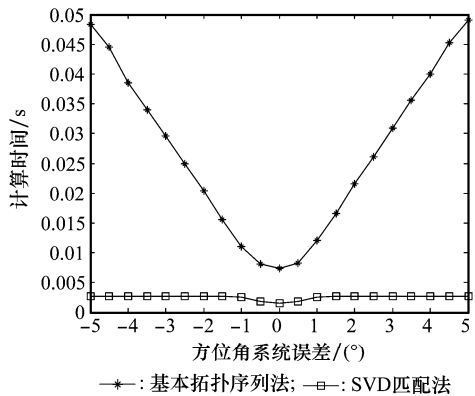


图 3 单次匹配计算时间与角度系统误差的关系

基本拓扑法的序列匹配过程依靠步进搜索,角度系统误差越大,搜索范围和次数就越多,所以在图 3 中的计算时间表现为近似线性增长。SVD 匹配法是一次性计算线性变换关系,计算时间与方位角系统误差大小无关,所以在图 3 中计算时间表现为近似平坦常量直线。两种算法的计算时间差别在 3~20 倍间变化。

4 结束语

利用 SVD 估计线性变换关系,然后完成拓扑序列的匹配,不但能提高算法对雷达系统误差的鲁棒性,同时能减少

单次匹配的计算量。使用 SVD 匹配法作为前端航迹相关算法,结合传统的后续验证算法,能设计出更高效的航迹相关系统。

参考文献:

- [1] 何友,王国宏,陆大纶,等,多传感器信息融合及应用[M]. 2 版. 北京:电子工业出版社,2007:128 - 183. (He Y, Wang G H, Lu D J, et al. *Multisensor information fusion with application*[M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007:128 - 183.)
- [2] He Y, Zhang J W. New track correlation algorithms in a multi-sensor data fusion system[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electric System*, 2006, 42(4): 1359 - 1371.
- [3] Bar S Y. On the sequential track correlation algorithm in a multi-sensor data fusion system[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electric System*, 2008, 44(1): 396 - 396.
- [4] Guan X, He Y, Yi X. Gray track-to-track correlation algorithm for distributed multitarget tracking system[J]. *Elsevier Signal Processing*, 2006, 3(1): 3448 - 3455.
- [5] 田宝国,何友,杨日杰. 平均场网络在航迹关联中的应用[J]. 航空学报,2005,26(1):94 - 97. (Tian B G, He Y, Yang R J. Application of mean field network to track correlation[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2005, 26(1): 94 - 97.)
- [6] Stubberud S C, Kramer K. Track-to-track association using a phase-only filter[C]// *Proc. of International Society for Optical Engineering*, 2010:769 - 773.
- [7] Oussalah M, Messaoui Z. Track-to-track measurement fusion architectures and correlation analysis[J]. *Journal of Universal Computer Science*, 2010, 16(1): 37 - 61.
- [8] Huang Y P, Li L, Zhou Y F. A heterogeneous sensors track to track correlation algorithm based on fuzzy numbers similarity degree[C]// *Proc. of International Conference on Information and Computing Science*, 2009:191 - 194.
- [9] 吴泽民,任姝婕,刘熹. 基于拓扑序列的航迹相关算法研究[J]. 航空学报,2009,30(10):1937 - 1942. (Wu Z M, Ren S J, Liu X. Topology sequence based track correlation algorithm[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2009, 30(10): 1937 - 1942.)
- [10] Padgett C, Delgado K K. A grid algorithm for autonomous star identification[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electric System*, 1997, 33(1): 202 - 213.
- [11] Na M, Zheng D, Ja P F. Modified grid algorithm for noisy all-sky autonomous star identification[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electric System*, 2009, 45(2): 516 - 522.
- [12] McCreath E C. Partial matching of planar polygons under translation and rotation[J]. *International Conference on Computational Geometry*, 2008:251 - 257.
- [13] Ding M, Cao Y F, Wu Q X. Autonomous craters detection from planetary image[C]//*Proc. of the 3rd International Conference on Innovative Computing and Control*, 2008:129 - 133.
- [14] Umeyama S. Least square estimation of transformation parameters between two points patterns[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, 13(4): 376 - 380.
- [15] Arun K S, Huang T S, Blostein S D. Least squares fitting of two 3D points sets[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1987, 9(5): 698 - 700.