

多变量非线性系统的直接自适应模糊预测控制

师五喜, 郭利进, 郭文成

(天津工业大学电气工程与自动化学院, 天津 300160)

摘要: 对一类多变量非线性系统提出了直接自适应模糊预测控制方法, 此方法首先对被控对象提出了线性时变子模型加非线性子模型的预测模型, 然后直接利用模糊系统设计预测控制器, 并基于时变增益自适应律对控制器中的未知向量和逼近误差估计值进行自适应调整。证明了此方法可使跟踪误差收敛到原点的一个邻域内, 仿真结果验证了此方法的有效性。

关键词: 未知多变量非线性系统; 自适应模糊控制; 预测控制; 时变增益自适应律

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.03.21

Direct adaptive fuzzy predictive control for a class of multivariable nonlinear systems

SHI Wu-xi, GUO Li-jin, GUO Wen-cheng

(School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China)

Abstract: A direct adaptive fuzzy predictive control method for a class of unknown multivariable nonlinear systems is presented. In this method, the plant is represented by a predictive model consisting of a linear time varying submodel plus a nonlinear submodel, then the fuzzy systems are used to design a predictive controller directly, and the unknown vector in the controller and the estimated value of the approximation error are adjusted by the time-varying gain adaptive law. It is proved that the proposed method can make the tracking error converge to a neighborhood of the origin. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed control scheme.

Keywords: unknown multivariable nonlinear system; adaptive fuzzy control; predictive control; time-varying gain adaptive law

0 引言

预测控制作为一种面向复杂对象的控制方法, 一直受到国内外众多学者的高度关注, 并在理论研究和应用方面取得一系列成果。研究初期, 预测控制主要是针对线性系统提出的, 如模型算法控制(model algorithmic control, MAC)、动态矩阵控制(dynamic matrix control, DMC)和广义预测控制(generalized predictive control, GPC)^[1], 由于工业过程通常既是多变量的, 又含有复杂非线性特性, 因此对于多变量非线性系统预测控制的研究有重要的意义。对单变量非线性系统, 一般方法是在工作点附近通过线性化建立预测模型, 然后采用线性预测控制方法进行控制, 这对于多变量非线性系统往往得不到满意的控制效果。

近年来, 对单变量非线性系统提出了大量基于模糊模型的预测控制方法^[2-6], 这些方案一般都基于高木-关野(T-S)^[7]模糊系统的逼近性, 使非线性系统表示为多个线性

子系统的时变加权组合^[2-5], 或采用线性多模型策略^[6], 最后还是采用线性系统预测控制的思路在线求得预测控制律。这不可避免地要在每个时刻在线调整辨识模型中的未知参数, 为求得预测控制律, 还要计算矩阵的逆或求解非线性优化问题, 使在线计算量较大。如文献[1]所说, 用模糊系统建立非线性系统的全局模型已经是非常复杂的事情, 再结合预测控制算法反而更加增加了复杂性。

为避免以上的复杂性问题, 文献[8]对一类单变量非线性系统提出线性时变子模型加非线性子模型的预测模型, 然后基于此预测模型提出了直接自适应模糊预测控制方法。文献[9]又对参数未知多变量线性系统提出了直接自适应模糊预测控制方法。本文在文献[8-9]的基础上, 对非线性向量值函数未知的一类多变量非线性系统提出了线性时变子模型加非线性子模型的预测模型, 然后直接利用模糊辑系统设计预测控制器的每个分量, 并基于时变增益自适应律对未知向量进行自适应调整。为补偿逼近误差, 文中对逼近误差估计值设计了自适应调节律, 且证明此方法

收稿日期: 2011-04-07; 修回日期: 2011-09-21。

基金项目: 国家自然科学基金(60974054); 天津市自然科学基金(10JCYBJC07400); 天津市电工电能新技术重点实验室项目资助课题

作者简介: 师五喜(1964-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为模糊预测控制、模糊控制。E-mail: shiwuxi@163.com

可使跟踪误差收敛到原点的一个邻域内。

1 预测模型及预测控制律推导

考虑如下的多变量非线性离散时间系统

$$y(t+1) = F[y(t), \dots, y(t-n+1), u(t), \dots, u(t-m+1)] \quad (1)$$

式中, $y(t)=[y_1(t), \dots, y_k(t)]^T, u(t)=[u_1(t), \dots, u_k(t)]^T$ 分别表示系统的输出和输入; n 和 m 表示输出和输入的阶数, 且已知。 $F[\cdot]=[f_1[\cdot], \dots, f_k[\cdot]]^T$ 是未知的连续可微向量值函数。

本文的控制目的是: 设计控制律 $u(t)$, 使系统的输出 $y(t+j)$ 跟踪有界参考序列 $y_r(t+j) (j=1, 2, \dots)$, 为此取性能指标函数如下:

$$J = \sum_{j=1}^N \|y(t+j) - y_r(t+j)\|^2 \quad (2)$$

式中, N 是最大预测时域。

以下推导系统(1)的预测模型。记

$$I_i(t) = \{y_i(t), \dots, y_i(t-n+1)\}, i = 1, \dots, k$$

$$J_l(t) = \{u_l(t-1), \dots, u_l(t-m+1)\}, l = 1, \dots, k$$

则当 $m \geq 2$ 时, 对于系统(1)中的 $y_i(t)$, 有

$$y_i(t+1) = f_i[I_1(t), \dots, I_k(t), u_1(t), J_1(t), \dots, u_k(t), J_k(t)]$$

由于 $f_i[\cdot]$ 连续可微, 利用微分中值定理得

$$y_i(t+1) = [a_{i1}^1(t), \dots, a_{ik}^k(t)]u(t) + F_{i1}(X(t)) \quad (3)$$

式中, $a_{ii}^i(t)$ 是 $f_i[\cdot]$ 对于 $u_i(t)$ 的偏导数 $\frac{\partial f_i}{\partial u_i(t)}$ 在 0 与 $u_i(t)$ 之间某一点处的值, $X(t)=[I_1(t), \dots, I_k(t), J_1(t), \dots, J_k(t)]^T, F_{i1}(X(t))=f_i[I_1(t), \dots, I_k(t), 0, J_1(t), \dots, 0, J_k(t)]$ 。由式(3)得 2 步超前预测输出为

$$y_i(t+2) = [a_{i1}^1(t+1), \dots, a_{ik}^k(t+1)]u(t+1) + f_{i1}[I_1(t), \dots, I_k(t), u_1(t), J_1(t), \dots, u_k(t), J_k(t)]$$

式中, $f_{i1}[\cdot]$ 是把 $y_i(t+1) = f_i[I_1(t), \dots, I_k(t), u_1(t), J_1(t), \dots, u_k(t), J_k(t)]$ 代入 $F_{i1}(X(t+1))$ 后所得。

由微分中值定理得

$$y_i(t+2) = [a_{i1}^1(t+1), \dots, a_{ik}^k(t+1)]u(t+1) + [a_{i1}^2(t), \dots, a_{ik}^2(t)]u(t) + F_{i2}(X(t))$$

式中, $a_{ii}^2(t)$ 是 $f_{i1}[\cdot]$ 对于 $u_i(t)$ 的偏导数 $\frac{\partial f_{i1}}{\partial u_i(t)}$ 在 0 与 $u_i(t)$ 之间某一点处的值; $F_{i2}(X(t))=f_{i1}[I_1(t), \dots, I_k(t), 0, J_1(t), \dots, 0, J_k(t)]$ 。

递推地, 可得到 $j(\geq 2)$ 步超前预测输出

$$y_i(t+j) = \sum_{r=1}^{j-1} [a_{i1}^r(t+j-r), \dots, a_{ik}^k(t+j-r)] \cdot u(t+j-r) + f_{ij}(X(t))$$

由微分中值定理得

$$y_i(t+j) = \sum_{r=1}^j [a_{i1}^r(t+j-r), \dots, a_{ik}^k(t+j-r)]u(t+j-r) + F_{ij}(X(t)) \quad (4)$$

式中, $a_{ii}^j(t)$ 是 $f_{i(j-1)}[\cdot]$ 对 $u_i(t)$ 的偏导数 $\frac{\partial f_{i(j-1)}}{\partial u_i(t)}$ 在 0 与

$u_i(t)$ 之间某一点处的值; $F_{ij}(X(t))=f_{i(j-1)}[I_1(t), \dots, I_k(t), 0, J_1(t), \dots, 0, J_k(t)]$ 。由式(4)得

$$y(t+j) = \sum_{r=1}^j A_{rj}(t+j-r)u(t+j-r) + H_j(X(t)) \quad (5)$$

其中

$$A_{rj}(t+j-r) = \begin{bmatrix} a_{11}^r(t+j-r) & \dots & a_{1k}^r(t+j-r) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1}^r(t+j-r) & \dots & a_{kk}^r(t+j-r) \end{bmatrix}$$

$$H_j(X(t)) = \begin{bmatrix} F_{1j}(X(t)) \\ \vdots \\ F_{kj}(X(t)) \end{bmatrix}$$

式(5)写成向量形式为

$$Y = G(t)U + F \quad (6)$$

其中

$$G(t) = \begin{bmatrix} A_{11}(t) & & & & \\ & A_{22}(t) & A_{12}(t+1) & & \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \\ & & & & A_{NN}(t) & A_{N-1N}(t+1) & \dots & A_{1N}(t+N-1) \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y(t+1) \\ y(t+2) \\ \vdots \\ y(t+N) \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t+1) \\ \vdots \\ u(t+N-1) \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} H_1(X(t)) \\ H_2(X(t)) \\ \vdots \\ H_N(X(t)) \end{bmatrix}$$

当 $m=1$ 时, 按照以上思路也可得形如式(6)的预测模型, 只是此时

$$X(t) = [I_1(t), \dots, I_k(t), u_1(t-1), \dots, u_k(t-1)]^T$$

定义

$$Y_r = [y_r^T(t+1), y_r^T(t+2), \dots, y_r^T(t+N)]^T$$

则性能指标函数式(2)可写成

$$J = \|Y - Y_r\|^2 \quad (7)$$

把式(6)代入式(7), 可得使 J 取最小值的控制律为

$$U = G^{-1}(t)[Y_r - F] \quad (8)$$

令 $R^T(t)$ 是 $G(t)^{-1}$ 的前 k 行, 根据滚动优化的思想, 预测控制律可写成如下形式

$$u(t) = R^T(t)[Y_r - F] \quad (9)$$

对式(6)的预测模型, 由于 $G(t)$ 是可逆的, 因此 $A_{11}(t)$ 也是可逆的, 本文借鉴文献[10]的思路做如下假设:

假设 1 存在一正交矩阵 $Q(t) \in R^{k \times k}$ 和已知常数 $a > 0$, 使得 $Q(t)A_{11}^{-1}(t)$ 的特征值互异且满足 $\lambda(Q(t)A_{11}^{-1}(t)) \geq a(\lambda(*)$ 表示矩阵的特征值)。

注 1 正如文献[10]所述, 如果对被控对象一无所知, 那么正交矩阵 $Q(t)$ 将无法构造。但一般情况下, 对被控对象的性能总会有部分了解, 可帮助选取适当的正交矩阵 $Q(t)$ 。如若知道 $A_{11}(t)$ 的特征值全为正, 可选择 $Q(t)=I$ 。如若知道 $A_{11}(t)$ 的特征值全为负, 可选择 $Q(t)=-I$ 。

2 直接自适应模糊预测控制器设计与稳定性分析

由于被控对象(1)中的函数未知, 所以预测模型(6)中

$G(t)$ 和 F 也未知,这样控制器(8)不能实现。由于模糊系统具有万能逼近特性^[11],因此本文直接利用模糊系统逼近式(8)中的各元素,得到自适应模糊控制器,然后根据滚动优化的思想得到自适应模糊预测控制器。

本文所采用的模糊系统规则库具有如下形式^[11]:

$R^{(l)}: IF x_1 \text{ is } F_1^l, \text{ and } \dots, x_n \text{ is } F_n^l, \text{ THEN } y \text{ is } G^l$

式中, $l=1,2,\dots,M,M$ 为规则库中的模糊规则数; $\mathbf{x}=[x_1, \dots, x_n]^T$ 和 y 是输入和输出语言变量, $F_i^l(i=1,\dots,n)$ 和 G^l 均为模糊集合,其对应的隶属函数分别为 $\mu_{F_i^l}(x_i)$ 和 $\mu_{G^l}(y)$ 均取高斯型。采用单值模糊产生器、中心平均模糊消除器和乘积推理规则,则模糊系统的输出可表示为^[11]

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\xi}(x) \tag{10}$$

式中, $\boldsymbol{\theta}=[\theta_1, \dots, \theta_M]^T, \boldsymbol{\xi}(x)=[\xi_1(x), \dots, \xi_M(x)]^T, \theta_l =$

$$\overline{y^l}(\overline{y^l} \text{ 为 } \mu_{G^l} \text{ 取最大值时所对应的点}), \xi_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{i=1}^M \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}$$

为模糊基函数。

根据以上分析,控制器(8)不能实现,本文直接利用形如式(10)的模糊系统来逼近式(8)中的每个元素,得如下自适应模糊控制律

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{11}^T \boldsymbol{\xi}_{11}(\mathbf{X}(t)) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}_{1k}^T \boldsymbol{\xi}_{1k}(\mathbf{X}(t)) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}_{N1}^T \boldsymbol{\xi}_{Nn_1}(\mathbf{X}(t)) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}_{Nk}^T \boldsymbol{\xi}_{Nn_k}(\mathbf{X}(t)) \end{bmatrix} \tag{11}$$

由于控制律(8)是基于预测模型(6)和性能指标(7)得到的预测控制律,因此根据滚动优化的思想,取式(11)前 k 行可得如下的自适应模糊预测控制律:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{11}^T \boldsymbol{\xi}_{11}(\mathbf{X}(t)) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}_{1k}^T \boldsymbol{\xi}_{1k}(\mathbf{X}(t)) \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Xi}^T(\mathbf{X}(t)) \boldsymbol{\Theta} \tag{12}$$

其中

$$\boldsymbol{\Xi}^T(\mathbf{X}(t)) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{11}^T(\mathbf{X}(t)) & & & \\ & \ddots & & \\ & & \boldsymbol{\xi}_{1k}^T(\mathbf{X}(t)) & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \theta_{11} \\ \vdots \\ \theta_{1k} \end{bmatrix}.$$

下面研究如何对控制律式(12)中的参数向量 $\boldsymbol{\Theta}(t)$ 设计自适应调节律。

由于控制律式(8)是使性能指标式(7)取最小值得到的,而式(9)又是采用滚动优化所得的预测控制律,因此对于自适应模糊预测控制(12)中的未知参数,本文以下基于跟踪误差来调整。

记跟踪误差向量为 $\mathbf{E}_0(t+N) = \mathbf{Y} - \mathbf{Y}_r$,且 $\mathbf{E}(t+N) = \mathbf{G}^{-1}(t)\mathbf{E}_0(t+N)$,定义

$$\boldsymbol{\Theta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\Theta} \in \bar{\boldsymbol{\Omega}}} \sup_{\mathbf{X}(t) \in \Omega_t} \|\boldsymbol{\Xi}^T(\mathbf{X}(t))\boldsymbol{\Theta} - \mathbf{R}^T[\mathbf{Y}_r - \mathbf{F}]\|$$

式中, $\bar{\boldsymbol{\Omega}}$ 是参数可行集,并记 $\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*$,最佳逼近误差向

量 $\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\Xi}^T(\mathbf{X}(t))\boldsymbol{\Theta}^* - \mathbf{R}^T[\mathbf{Y}_r - \mathbf{F}]$,由文献[11]中的万能逼近定理可知 $\boldsymbol{\omega}(t)$ 有界,为此作如下假设。

假设 2 对所有的 $t > 0, \boldsymbol{\omega}(t)$ 有界。

把式(11)代入式(6)得

$$\mathbf{E}(t+N) = \mathbf{G}^{-1}(t)(\mathbf{G}(t)\mathbf{U} + \mathbf{F} - \mathbf{Y}_r) =$$

$$\mathbf{U} - \mathbf{G}^{-1}(t)(\mathbf{Y}_r - \mathbf{F}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi}^T(\mathbf{X}(t))\boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{\omega}(t) \\ * \\ \vdots \\ * \end{bmatrix}$$

式中,*表示向量的其他元素。

记跟踪误差 $e(t) = \mathbf{y}(t-N+1) - \mathbf{y}_r(t-N+1)$,由于 $\mathbf{E}_0(t+N) = \mathbf{G}(t)\mathbf{E}(t+N)$,因此有

$$e(t) = \mathbf{A}_{11}(t-N)(\boldsymbol{\Xi}^T(\mathbf{X}(t-N))\boldsymbol{\Phi}(t-N) + \boldsymbol{\omega}(t-N)) \tag{13}$$

由假设 2 可令 $\frac{|\boldsymbol{\omega}(t-N)|}{a} \leq \rho^*$, ρ^* 是大于零的未知常数,

假设 $\rho(t)$ 是其估计值,其自适应律由后面来设计。本文基于估计值 $\rho(t-N)$ 设计如下的死区函数:

$$\zeta(t) = \begin{cases} \Gamma, & \|e(t)\| > \frac{\rho(t-N)}{1-L} \\ 0, & \|e(t)\| \leq \frac{\rho(t-N)}{1-L} \end{cases} \tag{14}$$

式中, $\Gamma = \frac{2La}{\alpha + a^2\gamma} [1 - \frac{\rho(t-N)}{\|e(t)\|(1-L)}], 0 < L < 1$ 。

分别采用如下的自适应律来调节参数向量 $\boldsymbol{\Theta}(t)$ 和参数 $\rho(t)$

$$\boldsymbol{\Theta}(t) = \boldsymbol{\Theta}(t-N) - \alpha\zeta(t)\boldsymbol{\Xi}(\mathbf{X}(t-N))\mathbf{Q}^T(t-N)e(t) \tag{15}$$

$$\rho(t) = \rho(t-N) + \alpha\gamma\zeta(t) \|e(t)\| \tag{16}$$

式中, $\alpha > 0, \gamma > 0$ 。

注 2 以上式(15)和式(16)中, $\alpha\zeta(t)$ 和 $\alpha\gamma\zeta(t)$ 可以看成时变增益。在死区函数中引入参数 L ,一方面可调节自适应速度,另一方面亦可调节误差的收敛范围。

对以上所设计的自适应模糊预测控制器的性能,由如下的定理描述:

定理 1 对被控对象(1),其自适应模糊预测控制器为式(12),未知参数的自适应调节律分别为式(15)和式(16),则 $\|e(t)\|$ 收敛到原点的一个邻域内。

证明 记 $\rho^* - \rho(t) = \bar{\rho}(t)$ 。取函数

$$V(t) = \frac{1}{\alpha} \boldsymbol{\Phi}^T(t)\boldsymbol{\Phi}(t) + \frac{1}{\gamma} \bar{\rho}^T(t)\bar{\rho}(t)$$

且令 $V(t) - V(t-N) = \Delta V(t)$,由式(15)和式(16)得

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \boldsymbol{\Phi}(t-N) - \alpha\zeta(t)\boldsymbol{\Xi}(\mathbf{X}(t-N))\mathbf{Q}^T(t-N)e(t) \tag{17}$$

$$\bar{\rho}(t) = \bar{\rho}(t-N) - \alpha\gamma\zeta(t) \|e(t)\| \tag{18}$$

所以

$$\begin{aligned} \Delta V(t) = & -2\zeta(t)e^T(t)\mathbf{Q}(t-N)\boldsymbol{\Xi}^T(\mathbf{X}(t-N)) \cdot \\ & \boldsymbol{\Phi}(t-N) + \alpha\zeta^2(t)e^T(t)\mathbf{Q}(t-N)\boldsymbol{\Xi}^T(\mathbf{X}(t-N)) \cdot \\ & \boldsymbol{\Xi}(\mathbf{X}(t-N))\mathbf{Q}^T(t-N)e(t) - 2\alpha\zeta(t)\bar{\rho}(t-N) \cdot \\ & \|e(t)\| + \alpha^2\gamma\zeta^2(t)\|e(t)\|^2 \end{aligned} \tag{19}$$

又由式(13)得

$$\Xi^T(\mathbf{X}(t-N))\Phi(t-N) = \mathbf{A}_{11}^{-1}(t-N)\mathbf{e}(t) - \omega(t-N) \quad (20)$$

将式(20)代入式(19)得

$$\begin{aligned} \Delta V(t) = & -2\zeta(t)\mathbf{e}^T(t)\mathbf{Q}(t-N)\mathbf{A}_{11}^{-1}(t-N)\mathbf{e}(t) + \\ & 2\zeta(t)\mathbf{e}^T(t)\mathbf{Q}(t-N)\omega(t-N) + \alpha\zeta^2(t)\mathbf{e}^T(t)\mathbf{Q}(t-N) \cdot \\ & \Xi^T(\mathbf{X}(t-N))\Xi(\mathbf{X}(t-N))\mathbf{Q}^T(t-N)\mathbf{e}(t) - \\ & 2a\zeta(t)\bar{\rho}(t-N)\|\mathbf{e}(t)\| + a^2\gamma\zeta^2(t)\|\mathbf{e}(t)\|^2 \end{aligned} \quad (21)$$

由假设 1 知, $\mathbf{Q}(t-N)\mathbf{A}_{11}^{-1}(t-N)$ 可对角化, 所以

$$\mathbf{Q}(t-N)\mathbf{A}_{11}^{-1}(t-N) = \mathbf{P}^{-1}(t-N)\mathbf{\Gamma}(t-N)\mathbf{P}(t-N)$$

式中, $\mathbf{\Gamma}(t-N)$ 是由 $\mathbf{Q}(t-N)\mathbf{A}_{11}^{-1}(t-N)$ 的特征值所组成的对角阵, $\mathbf{P}(t-N)$ 是相应特征值所对应的特征向量构成的矩阵。又由假设 1 知 $\lambda(\mathbf{Q}(t)\mathbf{A}_{11}^{-1}(t)) \geq a$, 所以

$$\begin{aligned} -\mathbf{e}^T(t)\mathbf{Q}(t-N)\mathbf{A}_{11}^{-1}(t-N)\mathbf{e}(t) = & -\mathbf{e}^T(t)\mathbf{P}^{-1}(t-N)\mathbf{\Gamma}(t-N)\mathbf{P}(t-N)\mathbf{e}(t) \leq -a\|\mathbf{e}(t)\|^2 \\ \text{又 } \Xi^T(\mathbf{X}(t-N))\Xi(\mathbf{X}(t-N)) = & \text{diag}(\|\xi_{11}(\mathbf{X}(t-N))\|^2, \dots, \|\xi_{1k}(\mathbf{X}(t-N))\|^2), \text{ 而 } \|\xi_{1i}(\mathbf{X}(t-N))\|^2 < 1, \text{ 且知 } \\ \mathbf{Q}(t-N) \text{ 是正交矩阵, 所以} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^T(t)\mathbf{Q}(t-N)\Xi^T(\mathbf{X}(t-N))\Xi(\mathbf{X}(t-N)) \cdot \\ \mathbf{Q}^T(t-N)\mathbf{e}(t) \leq \|\mathbf{e}(t)\|^2 \end{aligned}$$

由式(21)得

$$\begin{aligned} \Delta V(t) \leq & -2a\zeta(t)\|\mathbf{e}(t)\|^2 + 2a\zeta(t)\rho^* \|\mathbf{e}(t)\| - \\ & 2a\zeta(t)\bar{\rho}(t-N)\|\mathbf{e}(t)\| + (\alpha + a^2\gamma)\zeta^2(t)\|\mathbf{e}(t)\|^2 \end{aligned} \quad (22)$$

又 $\rho^* - \rho(t-N) = \bar{\rho}(t-N)$, 所以

$$\begin{aligned} \Delta V(t) \leq & -\zeta(t)\|\mathbf{e}(t)\|^2 [2a - \zeta(t)(\alpha + a^2\gamma)] + \\ & 2a\zeta(t)\rho(t-N)\|\mathbf{e}(t)\| \end{aligned} \quad (23)$$

当 $\|\mathbf{e}(t)\| \leq \frac{\rho(t-N)}{1-L}$ 时, $\zeta(t) = 0$, 此时 $\Delta V(t) = 0$ 。当 $\|\mathbf{e}(t)\| > \frac{\rho(t-N)}{1-L}$ 时, 由式(14)知

$$\zeta(t) = \frac{2La}{\alpha + a^2\gamma} \left[1 - \frac{\rho(t-N)}{\|\mathbf{e}\|(1-L)} \right] \quad (24)$$

于是

$$2a - \zeta(t)(\alpha + a^2\gamma) \geq 2a(1-L) \quad (25)$$

把式(25)代入式(23)得

$$\begin{aligned} \Delta V(t) \leq & -2a(1-L)\zeta(t)\|\mathbf{e}(t)\| \cdot \\ & \left[\|\mathbf{e}(t)\| - \frac{\rho(t-N)}{1-L} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

考虑式(24)

$$2a(1-L)\zeta(t)\|\mathbf{e}(t)\| = \Pi \left[\|\mathbf{e}(t)\| - \frac{\rho(t-N)}{1-L} \right] \quad (27)$$

式中, $\Pi = \frac{4a^2l(1-L)}{\alpha + a^2\gamma}$ 。由式(26)和式(27)得

$$\Delta V(t) \leq -2\Pi \left[\|\mathbf{e}(t)\| - \frac{\rho(t-N)}{1-L} \right]^2 \quad (28)$$

所以对所有的 $\mathbf{e}(t)$ 有

$$\Delta V(t) \leq 0$$

由此知 $V(t)$, $\|\Theta(t)\|$ 和 $\rho(t)$ 均有界。

由式(28)得

$$V(t) \leq V(t-N) - 2\Pi \left[\|\mathbf{e}(t)\| - \frac{\rho(t-N)}{1-L} \right]^2 \quad (29)$$

对式(29), 当 t 从 N 到 p 时, 各式相加得

$$\begin{aligned} V(p) + V(p-1) + \dots + V(p-N+1) \leq & V(0) + \\ V(1) + \dots + V(N-1) - 2\Pi \sum_{t=N}^p & \left[\|\mathbf{e}(t)\| - \frac{\rho(t-N)}{1-L} \right]^2 \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow \infty} 2\Pi \sum_{t=N}^p \left[\|\mathbf{e}(t)\| - \frac{\rho(t-N)}{1-L} \right]^2 \leq \\ V(0) + V(1) + \dots + V(N-1) < \infty \end{aligned} \quad (30)$$

利用级数收敛时其通项趋于零的性质, 由式(30)知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[\|\mathbf{e}(t)\| - \frac{\rho(t-N)}{1-L} \right]^2 = 0 \quad (31)$$

由式(31)知, 当 $\|\mathbf{e}(t)\| > \frac{\rho(t-N)}{1-L}$ 时, $\|\mathbf{e}(t)\|$ 将收敛到原点的邻域内。当 $\|\mathbf{e}(t)\| \leq \frac{\rho(t-N)}{1-L}$ 时, 显然 $\|\mathbf{e}(t)\|$ 在原点的邻域内。

综上所述, 定理结论成立。

注 3 由式(16)知, 只要 $\rho(t)$ 的初始值大于零, 则 $\rho(t)$ 大于零, 且由以上定理证明知, $\rho(t)$ 有界。

注 4 一般地, 预测控制的性能指标中会有控制增量的加权项, 以使控制增量的值不会发生剧烈变化, 但本文为研究问题方便, 没有考虑控制增量加权项。为使控制增量的值不会发生剧烈变化, 可采用如下的控制律:

当 $\|\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}(t-1)\| \leq \epsilon$ 时, $\mathbf{u}(t)$ 取式(12);

当 $\|\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}(t-1)\| > \epsilon$ 时,

$$\begin{aligned} u_i(t) = u_i(t-1) + \frac{\epsilon}{\sqrt{k}} \cdot \text{sign}(u_i(t) - u_i(t-1)) \\ i = 1, \dots, k \end{aligned}$$

这样一来, 总能保证 $\|\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}(t-1)\| \leq \epsilon$, ϵ 是一比较小的正数。

3 仿 真

考虑如下非线性系统^[12]:

$$\begin{aligned} y_1(t+1) = & 0.2\cos[2(y_1(t) + y_1(t-1)) + \\ & 0.2(y_2(t) + y_2(t-1))] + 0.2\sin[0.2(y_1(t) + \\ & y_1(t-1) + u_1(t) + u_1(t-1) + u_2(t-1) + 0.1] + \\ & \frac{u_1(t) + u_1(t-1) + u_2(t-1)}{1 + \cos(y_1(t) + 0.2y_2(t))} - 0.2y_2(t+1) = \\ & 0.2\sin[0.2(y_1(t) + y_1(t-1)) + \\ & 2(y_2(t) + y_2(t-1))] + 0.2\sin[0.2(y_2(t) + \\ & y_2(t-1) + u_2(t) + u_2(t-1) + u_1(t-1) + 0.1] + \\ & \frac{u_2(t) + u_2(t-1) + u_1(t-1)}{1 + \sin(0.2y_1(t) + y_2(t))} \end{aligned}$$

本文中取参考序列为

$$y_{r1}(t) = 0.3 \left[\sin\left(\frac{\pi t}{100}\right) + \sin\left(\frac{\pi t}{150}\right) \right]$$

$$y_{r2}(t) = 0.3 \left[\sin\left(\frac{\pi t}{100}\right) + \sin\left(\frac{\pi t}{150}\right) \right]$$

由定理 1 结论知, 本文的方法可以保证系统的输出跟

踪给定参考序列, 所以 $y_1(t), y_2(t)$ 的值应该在 $(-\pi/4, \pi/4)$ 内, 通过简单估算得知 $\mathbf{A}_{11}(t)$ 的特征值均大于零, 且估算出 $\mathbf{A}_{11}^{-1}(t)$ 的特征值均大于 0.28, 所以以下取 $\mathbf{Q}(t) = \mathbf{I}, a = 0.28$ 。

控法算法中 $N=2, \alpha=15, \gamma=0.01$ 。被控对象初始值 $[y_1(0), y_1(-1)] = [0.4, 0], [y_2(0), y_2(-1)] = [0.4, 0]$ 。参数向量初值 $\boldsymbol{\theta}(0)$ 和 $\boldsymbol{\theta}(-1)$ 的每个分量均在区间 $[-0.2, 0.2]$ 内随机选取, $[\rho(0), \rho(-1)] = [0.01, 0.01], L=0.5$ 。

为了保证 $y_i(t), y_i(t-1)$ 和 $u_i(t-1) (i=1, 2)$ 的取值在一定范围内, 进行如下的映射^[8]:

$$\bar{y}_i(t) = \frac{y_i(t)}{|y_i(t)| + 1}$$

这样对于任意的 $y_i(t), \bar{y}_i(t) \in (-1, 1)$ 。对 $y_i(t-1)$ 和 $u_i(t-1)$ 可做同样的映射。

因此, 模糊系统 $\boldsymbol{\theta}_{11}^T \boldsymbol{\xi}_{11}(\mathbf{X}(t))$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{12}^T \boldsymbol{\xi}_{12}(\mathbf{X}(t))$ 中, $\mathbf{X}(t) = [\bar{y}_1(t), \bar{y}_1(t-1), \bar{u}_1(t-1), \bar{y}_2(t), \bar{y}_2(t-1), \bar{u}_2(t-1)]^T$, 每个输入的隶属函数均取为

$$\mu_1 = \exp\left(-\left(\frac{x+1}{0.3}\right)^2\right), \mu_2 = \exp\left(-\left(\frac{x}{0.3}\right)^2\right)$$

$$\mu_3 = \exp\left(-\left(\frac{x-1}{0.3}\right)^2\right)$$

图 1 是系统输出 $y_1(t)$ 跟踪参考序列 $y_{r1}(t)$ 的情况, 图 2 是系统输出 $y_2(t)$ 跟踪参考序列 $y_{r2}(t)$ 的情况。和文献 [12] 的方法相比, 本文方法基于死区函数对逼近误差的估计值设计了时变增益自适应律, 且可以通过调整设计参数 L 的大小来调整死区大小, 这样就能调整跟踪误差的大小。从图中可以看出, 本文方法在选择 $L=0.5$ 使系统的输出很好地跟踪参考序列。

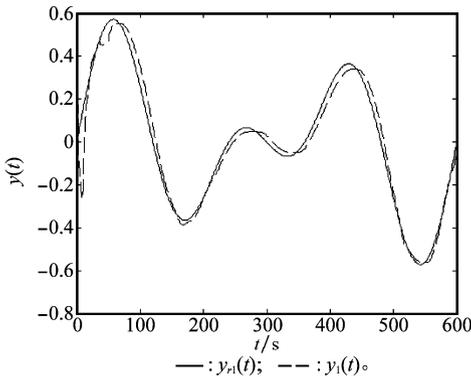
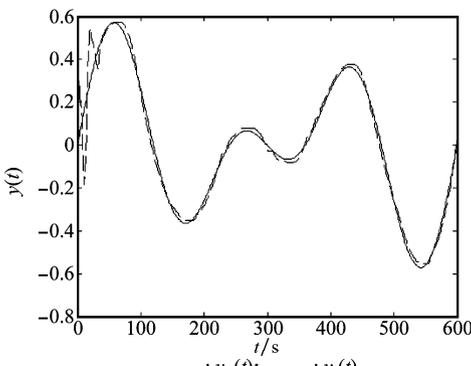


图 1 参考序列 $y_{r1}(t)$ 和输出 $y_1(t)$



4 结 论

本文对一类未知多变量非线性系统提出了直接自适应模糊预测控制方法, 此方法的主要特点是:

- (1) 对被控对象提出了线性时变子模型加非线性子模型的预测模型;
- (2) 没有直接对预测模型进行辨识, 而是基于此模型用模糊逻辑系统设计预测控制器的每个分量;
- (3) 为补偿逼近误差, 文中基于时变增益自适应律对控制器参数和逼近误差估计值进行自适应调整。

参考文献:

[1] 李少远, 李柠. 复杂系统的模糊预测控制及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003; 1-10. (Li S Y, Li N. *Fuzzy predictive control and application for complex systems*[M]. Beijing: Science Press, 2003; 1-10.)

[2] Stanimir M, Ton van den B, Federico C, et al. Robust stability constraints for fuzzy model predictive control[J]. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2002, 10(1): 50-63.

[3] Stanimir M, Robert B, Janos A, et al. Effective optimization for fuzzy model predictive control[J]. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2004, 12(5): 661-675.

[4] Su B L, Chen Z Q, Yuan Z Z. A novel algorithm of constrained multivariable fuzzy generalised predictive control for nonlinear systems[J]. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2007, 2(2): 120-129.

[5] Liao Q F, Li N, Li S Y. Type-II T-S fuzzy model-based predictive control[C]// *Proc. of the 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, 2009; 4193-4198.

[6] Li N, Li S Y, Xi Y G. Multi-model predictive control based on the Takagi-Sugeno fuzzy models: A case study[J]. *Information Sciences*, 2004, 165(3-4): 247-263.

[7] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116-132.

[8] 师五喜, 霍伟, 吴宏鑫. 一类未知非线性离散系统的直接自适应模糊预测控制[J]. *自动化学报*, 2004, 30(5): 664-670. (Shi W X, Huo W, Wu H X. Direct adaptive fuzzy predictive control for a class of unknown nonlinear discrete systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(5): 664-670.)

[9] 师五喜. 未知参数多变量线性系统自适应模糊广义预测控制[J]. *控制与决策*, 2009, 24(2): 313-316. (Shi W X. Adaptive fuzzy generalized predictive control for unknown parameters multivariable linear systems[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(2): 313-316.)

[10] Ge S S, Li G Y, Zhang J, et al. Direct adaptive control for a class of MIMO nonlinear systems using neural networks[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2004, 49(11): 2001-2006.

[11] Wang L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146-155.

[12] Adetona O, Garcia E, Keel L H. A new method for the control of discrete nonlinear dynamic systems using neural networks[J]. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2000, 11(1): 102-112.