

动力学模型系统误差及其协方差阵的随机加权拟合法

冯志华^{1,2}, 高社生¹, 陈丽容², 焦雅林¹

(1. 西北工业大学自动化学院, 陕西 西安 710072;

2. 北京计算机技术及应用研究所, 北京 100854)

摘要: 在现有的基于移动窗口函数模型和随机模型系统误差自适应拟合方法的基础上, 提出一种基于移动窗口动态导航模型系统误差的随机加权拟合法, 在相同的窗口内给出了相应的状态预报向量协方差阵的随机加权拟合。由于动力学模型系统误差难以直接修正, 采用修正状态估计误差向量及动力学模型误差向量的方法, 实现对动力学模型系统误差的修正, 然后利用修正后的动力学模型及相应的协方差阵进行导航滤波计算, 有效地抑制动力学模型系统误差的影响, 提高导航解算的精度。仿真结果证明, 采用随机加权拟合后的算法精度优于未进行拟合的卡尔曼滤波和自适应卡尔曼滤波算法。

关键词: 动态模型系统误差; 协方差矩阵; 随机加权估计; 卡尔曼滤波

中图分类号: TP 391.9

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.02.25

Random weighting fitting method of systemic errors and covariance matrices in dynamic model

FENG Zhi-hua^{1,2}, GAO She-sheng¹, CHEN Li-rong², JIAO Ya-lin¹

(1. School of Automation, Northwest Polytechnic University, Xi'an 710072, China;

2. Beijing Institute of Computer Technology and Applications, Beijing 100854, China)

Abstract: On the basis of adaptive fitting method which is based on the existing mobile window function model and the stochastic model system error, a random weighting fitting method for both the systematic errors and covariance matrices of kinematics navigation model errors is presented by using moving windows. The random weighting estimation for covariance matrices of predicted states are given within the same window; the covariance matrices of the modified predicted states are also estimated. The predicted states are then modified. It is shown by the calculation and simulation results that the random weighting estimation algorithm can effectively resist the influence of the systematic errors on the estimated states of navigation, and the performance is superior to the traditional method without random weighting estimation algorithm.

Keywords: dynamic model system error; covariance matrix; random weighting estimation; Kalman filtering

0 引言

将卡尔曼滤波(Kalman filtering, KF)用于动态导航数据处理时,总是假设载体在各观测历元的误差服从均值为零的正态分布,即观测不含任何局域性系统误差。同时,期望事先构造的载体动力学模型不存在系统偏差,即由载体动力学模型所预测的载体状态向量误差也服从均值为零的正态分布^[1]。偏离理想假设的观测向量或偏离理想假设的动力学模型,必然会给动态导航结果带来偏差,甚至使 Kalman 滤波发散^[1-2]。

国内外的许多学者对飞行器动力学模型误差的估计问题进行了研究。文献[3]对观测误差和模型误差做了一些近

似假设,即在较短的观测时间段内,如从 t_{k-n} 到 t_k 时刻,观测系统误差和动力学模型系统误差只有微小的变化,则可以采用某些简单方法近似拟合。由于这种拟合是一种近似,所以不可避免地存在误差。文献[4]提出一种模型方差自适应补偿法,即在 Kalman 滤波过程中,利用观测信息自适应地生成模型误差的协方差矩阵,使预测残差与其相应地统计量保持良好的一致性。文献[5]提出了一种利用新息序列的自适应估计开窗逼近法,要求观测方程协方差阵及状态误差协方差阵随时自适应于观测信息。但文献[4-5]中所提出的方法将同一时间窗口内的所有状态预报残差等同看待,加之采用了过多的历史信息,导致所拟合的动力学模型不可能可靠地

收稿日期:2011-05-09; 修回日期:2011-08-08。

基金项目:国家高技术研究发展计划(863计划)(2010AA7042007)资助课题

作者简介:冯志华(1979-),男,博士研究生,主要研究方向为智能信息处理。E-mail:zhizhua_feng@126.com

表征当前 t_k 历元的实际系统误差。为了适应动态载体导航精度的要求,一些学者提出了利用抗差估计和状态协方差矩阵膨胀模型相结合的自适应滤波算法^[6-7]。抗差估计能自适应地确定观测噪声协方差矩阵,并利用自适应因子调节状态噪声的协方差矩阵,因此,可以控制观测异常和动态模型噪声异常对状态参数估值的影响^[8-10]。抗差自适应滤波吸收了抗差估计和自适应滤波的优点,不但能对标准 Kalman 滤波模型预报状态的协方差阵进行膨胀,起到减弱模型误差影响的作用,而且对观测信息采用抗差估计的原理,当观测存在异常时,仍能获得较可靠的滤波效果。但抗差自适应滤波方法也存在一些缺点,因为抗差自适应滤波通常需要迭代计算,在求观测噪声的等价协方差阵时,需要可靠的状态估值。若状态估值受异常影响,则很难求得可靠的、表征观测噪声水平的等价协方差阵^[11-12]。文献^[13-14]对新息向量和观测残差向量的协方差阵的估计均采用算术平均值法,这种估计方法存在缺点,即用算术平均值法估计的观测噪声向量的协方差阵中,含有状态预测值的误差,若状态预测值的误差较大,预测残差必然大,从而由预测残差计算的新息向量和观测残差向量的协方差阵的估计可靠性就差。随机加权估计是一种新兴的统计计算方法^[15-16],它有许多优点,如计算简单,不需要准确知道统计量的分布函数等。本文在现有的动力学模型系统误差的算术平均值拟合法的基础上^[17],采用随机加权法,对动力学模型系统误差及状态预报向量协方差阵进行拟合,有效地抑制了观测系统偏差的影响,提高导航解算的精度。仿真结果表明,提出的动力学模型系统误差及状态预报向量协方差阵的随机加权拟合法,其精度优于未进行误差及状态预报向量协方差阵拟合的卡尔曼滤波和自适应卡尔曼滤波算法。

1 随机加权法的基本思想

随机加权方法是一种非常实用的统计计算方法^[14],它主要用于估计量误差分布的计算。由于该方法有很多优点,因而吸引了诸多学者的广泛关注,并且逐渐在许多领域得到了广泛的应用^[14-16]。

设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自分布函数 $F(x)$ 的独立同分布样本,其经验分布函数为 $F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{(X_i \leq x)}$, 则 $F_n(x)$ 的随机加权估计为

$$H_n(x) = \sum_{i=1}^n v_i I_{(X_i \leq x)} \quad (1)$$

式中, $I_{(X_i \leq x)}$ 是示性函数,即

$$I_{(X_i \leq x)} = \begin{cases} 1, & X_i \leq x \\ 0, & X_i > x \end{cases}$$

向量 (v_1, v_2, \dots, v_n) 服从 Dirichlet $D(1, \dots, 1)$ 分布,且满足

$$\sum_{i=1}^n v_i = 1, (v_1, v_2, \dots, v_{n-1}) \text{ 的分布密度为}$$

$$f(v_1, v_2, \dots, v_{n-1}) = \Gamma(n),$$

$$(v_1, v_2, \dots, v_{n-1}) \in S_{n-1} = \left\{ (v_1, \dots, v_{n-1}) : v_i \geq 0, \sum_{i=1}^{n-1} v_i \leq 1 \right\}$$

2 动力学系统误差模型

设动力学模型方程为^[1]

$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{W}_k \quad (2)$$

式中, $\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{k-1}$ 分别为 t_k 和 t_{k-1} 时刻的状态参数向量; $\Phi_{k,k-1}$ 为状态转移矩阵; \mathbf{W}_k 为动力学模型误差向量,其协方差矩阵为 \mathbf{H}_{W_k} 。

预测向量为

$$\bar{\mathbf{X}}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (3)$$

相应地误差方程为

$$\mathbf{V}_{\bar{\mathbf{X}}_k} = \hat{\mathbf{X}}_k - \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} = \hat{\mathbf{X}}_k - \bar{\mathbf{X}}_k \quad (4)$$

式中, $\mathbf{V}_{\bar{\mathbf{X}}_k}$ 是 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 的残差向量。

在 t_k 历元,观测模型误差为^[1]

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{e}_k \quad (5)$$

式中, \mathbf{Z}_k 是观测向量; \mathbf{A}_k 是设计矩阵; \mathbf{e}_k 是观测误差向量,其协方差矩阵为 \mathbf{P}_k 。假设 $\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_j, \mathbf{e}_k$ 和 \mathbf{e}_j 互不相关,相应的误差方程为

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{Z}_k \quad (6)$$

式中, \mathbf{V} 是 \mathbf{Z}_k 的残差向量。

理论上通常假定 \mathbf{W}_k 和 \mathbf{e}_k 的数学期望为 0,而实践中观测模型和动力学模型误差的期望不可能为 0,即

$$\mathbf{E}(\mathbf{e}_k) = \mathbf{u}_k, \mathbf{E}[(\mathbf{e}_k - \mathbf{u}_k)(\mathbf{e}_k - \mathbf{u}_k)^T] = \mathbf{P}_k \quad (7)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{W}_k) = \mathbf{s}_k, \mathbf{E}[(\mathbf{W}_k - \mathbf{s}_k)(\mathbf{W}_k - \mathbf{s}_k)^T] = \mathbf{H}_{W_k} \quad (8)$$

式中, \mathbf{u}_k 和 \mathbf{s}_k 分别为观测模型系统误差和动力学模型系统误差。文献^[1]在忽略观测系统误差和动力学模型误差的条件下,证明了由式(7)和式(8)所求得的状态参数估计值是有偏的。

假设已经求出模型系统误差估值 $\hat{\mathbf{u}}_k$ 和 $\hat{\mathbf{s}}_k$,则修正后的观测误差方程和动力学模型预报值的误差方程分别为

$$\mathbf{V}'_k = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{u}}_k \quad (9)$$

$$\mathbf{V}'_{\bar{\mathbf{X}}_k} = \hat{\mathbf{X}}_k - \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \hat{\mathbf{s}}_k \quad (10)$$

实际中,要在每一个观测历元都求解模型系统误差非现实,如果完全放弃估计模型系统误差可能会导致导航滤波解的发散。本文在固定的观测历元间视模型系统误差为常量,或围绕某个常量随机变化,固定窗口内的动力学模型系统误差和状态预报向量残差,采用随机加权估计法进行拟合。

3 动力学模型系统误差及状态预报向量协方差阵的拟合

3.1 动力学模型系统误差的随机加权拟合

由式(8)可知, \mathbf{s}_k 为动力学模型系统误差,动力学模型系统误差反映状态预报值的偏差。根据式(10),在 t_{k-i} 历元有

$$\mathbf{V}'_{\bar{\mathbf{X}}_{k-i}} = \hat{\mathbf{X}}_{k-i} - \Phi_{k-i,k-i-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-i-1} - \hat{\mathbf{s}}_k, i = 1, \dots, N \quad (11)$$

假设动力学模型系统误差在时间 $(t_{k-N} \sim t_k)$ 内有微小变化,即满足^[1]

$$E(\mathbf{W}_{k-i}) = \mathbf{s}_k \quad (12)$$

则状态预报向量残差 $\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}}$ 的期望为 0,即

$$E(\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}}) = 0 \quad (13)$$

式(11)两端求和再除以 N ,并考虑到式(4)得到 \mathbf{s}_k 的算术平均值估计为

$$\hat{\mathbf{s}}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\mathbf{X}}_{k-i} - \Phi_{k-i,k-i-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-i-1}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} \quad (14)$$

式(14)的随机加权估计为

$$\hat{\mathbf{s}}_k^* = \sum_{i=1}^N v_i (\hat{\mathbf{X}}_{k-i} - \Phi_{k-i,k-i-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-i-1}) = \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} \quad (15)$$

式(14)中对 $\mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} (i=1, \dots, N)$ 取算术平均值,而式(15)是根据每个 $\mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}}$ 的大小不同进行随机加权,因此式(15)的估计精度要优于式(14)。

如前所述,动力学模型系统误差反映状态预报值的偏差,即由 $\bar{\mathbf{X}}_{k-i} = \Phi_{k-i,k-i-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-i-1}$ 表示的 $\bar{\mathbf{X}}_{k-i}$ 含有系统误差,由式(2),理论上应有

$$\mathbf{X}_{k-i} = \Phi_{k-i,k-i-1} \mathbf{X}_{k-i-1} + \mathbf{W}_{k-i} \quad (16)$$

因此,式(15)可以改写为

$$\hat{\mathbf{s}}_k^* = \sum_{i=1}^N v_i [(\hat{\mathbf{X}}_{k-i} - \mathbf{X}_{k-i}) - \Phi_{k-i,k-i-1} (\hat{\mathbf{X}}_{k-i-1} - \mathbf{X}_{k-i-1}) + \mathbf{W}_{k-i}] = \sum_{i=1}^N v_i (\Delta \hat{\mathbf{X}}_{k-i} - \Phi_{k-i,k-i-1} \Delta \hat{\mathbf{X}}_{k-i-1} + \mathbf{W}_{k-i}) \quad (17)$$

式中, $\Delta \hat{\mathbf{X}}_{k-i}$ 和 $\Delta \hat{\mathbf{X}}_{k-i-1}$ 分别是 $\hat{\mathbf{X}}_{k-i}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{k-i-1}$ 真实误差。

式(17)为动力学模型系统误差 $\hat{\mathbf{s}}_k^*$ 的随机加权拟合表达式,即对真实误差向量 $\Delta \hat{\mathbf{X}}_{k-i}$ 和 $\Delta \hat{\mathbf{X}}_{k-i-1}$ 及动力学模型误差向量 \mathbf{W}_{k-i} 经过随机加权,可实现对 $\hat{\mathbf{s}}_k^*$ 的拟合。由于动力学模型系统误差 \mathbf{s}_k 难以直接修正,通过修正误差向量 $\Delta \hat{\mathbf{X}}_{k-i}$ 和 $\Delta \hat{\mathbf{X}}_{k-i-1}$ 及动力学模型误差向量 \mathbf{W}_{k-i} 可以实现对观测系统误差 \mathbf{s}_k 的修正。

3.2 状态预报向量协方差阵的随机加权拟合

定理 1 假设预报残差向量 $\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_k}$ 的协方差阵 $\mathbf{P}_{\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_k}}$ 的随机加权估计为 $\mathbf{P}_{\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_k}}^*$, 状态估计向量 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 的协方差阵 $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_k}$ 的随机加权估计为 $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_k}^*$, 预报向量 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 的协方差阵 $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_k}$ 的随机加权估计为 $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_k}^*$ 。那么,下列关系式成立:

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_k}^* = \mathbf{P}_{\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_k}}^* + \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_k}^* \quad (18)$$

证明 为了求状态预报向量 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 的协方差阵 $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_k}$, 需要先求出预报参差向量 $\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_k}$ 的协方差阵。由式(13)可知, $\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_k}$ 的数学期望为 0, 在考虑到式(11)和式(4)有

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}}} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} \mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}}{}^T = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\mathbf{X}}_{k-i} - \Phi_{k-i,k-i-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-i-1} - \hat{\mathbf{s}}_k) \cdot \\ & \quad (\hat{\mathbf{X}}_{k-i} - \Phi_{k-i,k-i-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-i-1} - \hat{\mathbf{s}}_k)^T = \end{aligned}$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} - \hat{\mathbf{s}}_k) (\mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} - \hat{\mathbf{s}}_k)^T \quad (19)$$

相应地, $\mathbf{P}_{\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_k}}$ 的随机加权估计为

$$\mathbf{P}_{\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_k}}^* = \sum_{i=1}^N v_i (\mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} - \hat{\mathbf{s}}_k) (\mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} - \hat{\mathbf{s}}_k)^T \quad (20)$$

由于^[17]

$$\mathbf{H}_{\mathbf{W}_{k-i}} = \mathbf{Q}_{\mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}}} + \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} - \Phi_{k,k-i-1} \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i-1}} \Phi_{k,k-i-1}^T \quad (21)$$

取

$$\hat{\mathbf{H}}_{\mathbf{W}_k} = \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{H}_{\mathbf{W}_{k-i}} \quad (22)$$

将式(21)代入式(22),同时顾及式(10),有

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}_{\mathbf{W}_k} &= \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{P}_{\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}}} + \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} - \\ & \quad \sum_{i=1}^N v_i (\Phi_{k,k-i-1} \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i-1}} \Phi_{k,k-i-1}^T) \end{aligned} \quad (23)$$

为了直接估计 $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_k}$, 可以取

$$\hat{\mathbf{Q}}_{\hat{\mathbf{x}}_k}^* = \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} \quad (24)$$

考虑到式(20)、式(23)和式(25):

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} = \Phi_{k,k-i-1} \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i-1}} \Phi_{k,k-i-1}^T + \mathbf{H}_{\mathbf{W}_{k-i}} \quad (25)$$

得到

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Q}}_{\hat{\mathbf{x}}_k}^* &= \sum_{i=1}^N v_i (\Phi_{k,k-i-1} \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i-1}} \Phi_{k,k-i-1}^T + \mathbf{H}_{\mathbf{W}_{k-i}}) = \\ &= \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{P}_{\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}}} + \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-i}} - \hat{\mathbf{H}}_{\mathbf{W}_k} + \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{H}_{\mathbf{W}_{k-i}} = \mathbf{P}_{\mathbf{V}'_{\hat{\mathbf{x}}_k}}^* + \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}_k}^* \end{aligned} \quad (26)$$

证毕

从定理可知,状态预报向量协方差阵的随机加权估计,等于预报残差向量协方差阵的随机加权估计与状态估计向量协方差阵的随机加权估计之和。因此,可以通过求取预报残差向量协方差阵的随机加权拟合与状态估计向量协方差阵的随机加权拟合,来得到状态预报向量协方差阵的随机加权拟合。

4 试验仿真及分析

本文对提出的随机加权拟合方法进行仿真验证,试验使用的动力学数据来自某型号无人机在陕西某地飞行的试验数据。在试验中,该无人机采用惯性导航/全球定位(inertial navigation system/global position system, INS/GPS)组合导航系统,其中 INS 作为主导航系统, GPS 辅助修正 INS 输出。在试验过程中始终保持接收 7 颗以上的可用卫星信号。由地面观测站记录无人机飞行位置信息,作为导航系统输出参考数据。整个飞行过程持续约 80 min,无人机平均飞行速度 187 km/h,平均飞行高度 2 km。实验使用 Matlab 进行仿真,坐标系采用东-北-天坐标系。

设计滤波系统动力学模型方程和观测模型方程见式(2)和式(5)。这里,状态量 \mathbf{X}_k 定义为

$$\mathbf{X}_k = [\phi_{E_k}, \phi_{N_k}, \phi_{U_k}, \delta V_{E_k}, \delta V_{N_k}, \delta V_{U_k}, \delta L_k, \delta \lambda_k, \delta t_k]^T \quad (27)$$

式中, $(\phi_{Ek}, \phi_{Nk}, \phi_{Uk})$ 为平台失准误差; $(\delta V_{Ek}, \delta V_{Nk}, \delta V_{Uk})$ 为速度误差; $(\delta L_k, \delta \lambda_k, \delta h_k)$ 为位置误差, 包括纬度、经度和高度误差。动力学模型误差向量 W_k 定义为

$$W_k = [\epsilon_{Ek}, \epsilon_{Nk}, \epsilon_{Uk}, \nabla_{Ek}, \nabla_{Nk}, \nabla_{Uk}]^T \quad (28)$$

式中, $(\epsilon_{Ek}, \epsilon_{Nk}, \epsilon_{Uk})$ 为陀螺仪漂移误差, $(\nabla_{Ek}, \nabla_{Nk}, \nabla_{Uk})$ 为加速度计误差。

基于位置/速度组合方式, 观测向量 Z_k 定义为

$$Z_k = [\delta L_k, \delta \lambda_k, \delta h_k, \delta v_{Ek}, \delta v_{Nk}]^T = [L_I - L_G, \lambda_I - \lambda_G, h_I - h_G, v_{EI k} - v_{EG k}, v_{NI k} - v_{NG k}]^T \quad (29)$$

式中, $(L_I, \lambda_I, h_I, v_{EI k}, v_{NI k})$ 为 INS 得到的位置和速度信息; $(L_G, \lambda_G, h_G, v_{EG k}, v_{NG k})$ 为 GPS 得到的位置和速度信息。

选取无人机试验中持续 1 000 s 的 INS 和 GPS 所得导航数据作为仿真数据来源, 两者之差作为系统观测向量。利用 KF 和自适应 Kalman 滤波 (adaptive Kalman filtering, AKF) 算法, 分别对经随机加权拟合修正后的动力学模型系统误差和状态预报向量的协方差阵进行导航滤波计算, 并与未经修正的导航滤波算法进行比较。这里仅给出位置信息的仿真结果, 其中横轴为时间, 纵轴 Δ_{err} 定义为

$$\Delta_{err} = P_{INS} + \hat{X}_k - P_{ref} \quad (30)$$

式中, P_{INS} 为 INS 得到的位置信息; \hat{X}_k 为滤波器估计误差; P_{ref} 为地面观测站测得的无人机位置信息, 这里作为参考数据。仿真试验分为以下 3 个方案:

- (1) 未对状态预报向量及相应地协方差阵进行随机加权拟合, 分别使用 KF 和 AKF 进行导航滤波计算;
- (2) 仅对动力学模型系统误差进行随机加权拟合, 然后利用 KF 和 AKF 进行导航滤波计算;
- (3) 对动力学模型系统误差及状态预报向量的协方差阵进行随机加权拟合, 然后分别使用 KF 和 AKF 进行导航滤波计算。

仿真结果如图 1~图 6 所示。滤波输出量的误差统计表如表 1 所示。

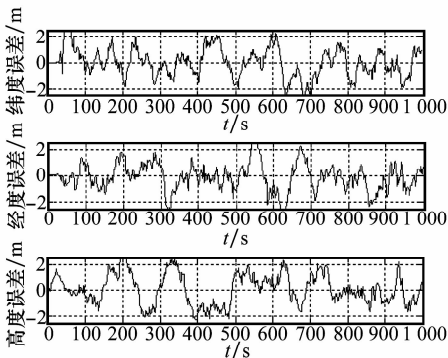


图 1 方案 1 的 KF 结果

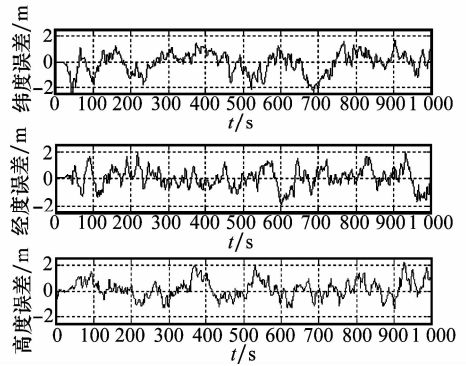


图 2 方案 1 的 AKF 结果

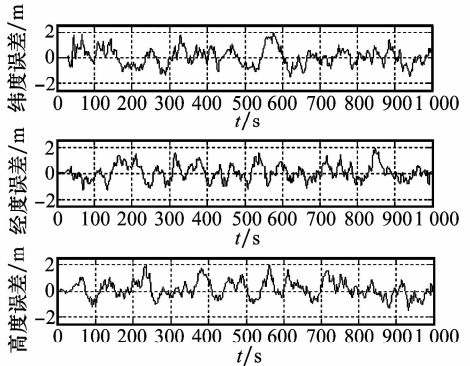


图 3 方案 2 的 KF 结果

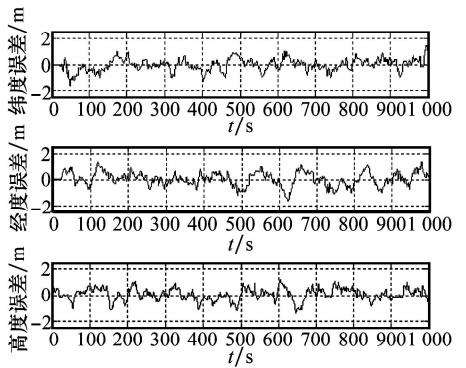


图 4 方案 2 的 AKF 结果

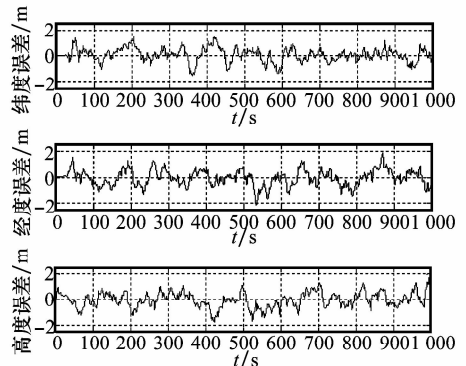


图 5 方案 3 的 KF 结果

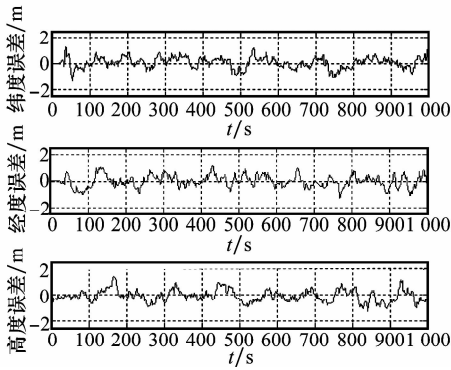


图 6 方案 3 的 AKF 结果

表 1 滤波输出量的误差统计

| 方案 | 误差均值/m | 标准偏差/m |
|------------|--------|--------|
| 方案 1 的 KF | 1.859 | 2.011 |
| 方案 1 的 AKF | 1.653 | 1.924 |
| 方案 2 的 KF | 0.981 | 1.107 |
| 方案 2 的 AKF | 0.749 | 0.816 |
| 方案 3 的 KF | 0.328 | 0.439 |
| 方案 3 的 AKF | 0.257 | 0.283 |

从图 1~图 6 和表 1 可以看出,AKF 因为对模型误差的协方差矩阵进行了一定程度的补偿,因此滤波效果要比单独使用 KF 好;另外,从方案 2 和方案 3 可以看出,仅对动力学模型系统误差进行拟合,可以在一定程度上提高导航定位精度。方案 3 显示,本文提出的随机加权拟合方法针对动力学模型系统误差及状态预报向量的协方差阵同时进行拟合,取得了良好的效果,提高了导航性能。

5 结论

在实际导航解算中,由于动力学模型系统误差很难估计而常常被忽略,但这种会严重影响导航计算的精度。本文提出了一种基于移动窗口导航系统误差的随机加权拟合法,在相同的窗口内给出了相应地动力学模型系统误差及状态预报向量协方差阵的随机加权拟合,利用修正后的动力学模型及相应的协方差阵进行导航滤波计算,能有效地抑制动力学模型系统误差的影响,其精度优于未进行系统误差及状态预报向量协方差阵拟合的 KF 和 AKF 算法。另外,从定理可知,状态预报向量协方差阵的随机加权估计,等于预报残差向量协方差阵的随机加权估计与状态估计向量协方差阵的随机加权估计之和。因此,下一步通过控制预报残差向量的协方差阵和状态估计向量的协方差阵的大小,来控制状态预报向量协方差阵,从而增强状态预报的准确性;通过采取系统级综合方法,实现高级语言算法模块到硬件电路的设计自动化,提高导航系统的软硬件协同设计效率及导航计算的定位精度和实时性。

参考文献:

[1] Yang Y X, Zhang S C. Fitting of systematic errors and covari-

ance matrices in navigation[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*,2004,33 (3):189-194.

[2] Ding W D, Wang J L, Rizos C. Improving adaptive Kalman estimation in GPS/INS integration[J]. *Journal of Navigation*, 2007,60(3):517-529.

[3] Gao W G, Yang Y X, Cui X Q, et al. Application of adaptive Kalman filtering algorithm in IMU/GPS integrated navigation system[J]. *Geo-Spatial Information Science*,2007,10 (1):22-26.

[4] Jazwinski A H. *Stochastic processes and filtering theory*[M]. New York: Academic Press,1970.

[5] Methra R K. On the identification of variances and adaptive Kalman filtering[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1970,15 (2):175-184.

[6] Zhu J, Park J H, S K, et al. Robust extended Kalman filter of discrete-time Markovian jump nonlinear system under uncertain noise[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2008,22 (6):1132-1139.

[7] Gao S S, Jiao Y L, Gu Y, et al. Error-resistant adaptive filtering for INS/SAR integrated navigation system[C]// *Proc. of the 2nd International Congress on Image and Signal Processing*,2009:3898-3901.

[8] Gao S S, Zhong Y M, Zhang X Y, et al. Multi-sensor optimal data fusion for INS/GPS/SAR integrated navigation system[J]. *Aerospace Science and Technology*,2009,13(4/5):232-237.

[9] Yang Y X, Gao W G. A new learning statistic for adaptive filter based on predicted residuals[J]. *Progress in Natural Science*, 2006,16(8):833-837.

[10] Yang Y X, Xu T H. An adaptive Kalman filter based on sage windowing weights and variance components[J]. *Journal of Neuroscience*,2003,56(2):231-240.

[11] Ning X L, Fang J C. An autonomous celestial navigation method for LEO satellite based on unscented Kalman filter and information fusion[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2007 (11):222-228.

[12] Witzum E R, Stow D A. Analysing direct impacts of recreation activity on coastal sage scrub habitat with very high resolution multi-spectral imagery[J]. *International Journal of Remote Sensing*,2004,25(17):3477-3496.

[13] Wang J, Liu J, Cai B. Study on information fusion algorithm in embedded integrated navigation system[C]// *Proc. of the International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*,2008:1007-1010.

[14] Zheng Z G. Random weighting method[J]. *Advances in Mathematics (China)*,1989,18(1):44-54.

[15] Gao S S, Feng Z H, Zhong Y M, et al. Random weighting estimation of parameters in generalized Gaussian distribution[J]. *Information Science*,2008,178(9):2275-2281.

[16] Gao S S, Zhang Z L, Yang B. The random weighting estimate of quantile process[J]. *Information Science*,2004,164(1-4):139-146.

[17] Yang Y, Zhang S. Adaptive fitting of systematic errors in navigation[J]. *Journal of Geodesy*, 2005,79(1-3):43-49.