

基于拓扑的不相交路径抗毁性评估方法

包学才^{1,2}, 戴伏生^{1,2}, 韩卫占^{1,2}

(1. 哈尔滨工业大学(威海)信息工程学院, 山东威海 264209;

2. 通信网信息传输与分发技术重点实验室, 河北石家庄 050081)

摘要: 为了能够定量地计算出通信网络的抗毁性,以网状全连通网络作为参考基准,定义了基于拓扑的不相交路径抗毁性评估指标,以及节点和链路重要性评估指标,并配套研究了不相交路径的计算方法。计算被考核网络与全连通网络节点间不相交路径数的比重,得到抗毁性指标。通过计算各节点及链路失效后抗毁性变化的大小,得到网络元素重要性评估指标。阐述了计算方法的正确性,并给出时间及空间复杂度。通过算例分析并且与基于最短路径的评估方法进行对比,论证了不相交路径抗毁性评估指标和计算方法更加合理,更能体现出实际通信网络性能。

关键词: 通信网络; 抗毁性; 可靠性; 网络拓扑; 不相交路径

中图分类号: TN 915.2 TP 393.0

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.01.31

Evaluation method of network invulnerability based on disjoint paths in topology

BAO Xue-cai^{1,2}, DAI Fu-sheng^{1,2}, HAN Wei-zhan^{1,2}

(1. School of Information Engineering, Weihai Campus, Harbin Institute of Technology, Weihai 264209, China;

2. Key Laboratory of Science and Technology on Information Transmission and Dissemination in Communication Networks, Shijiazhuang 050081, China)

Abstract: In order to quantitatively calculate the invulnerability of the communication network, taking fully connected network as a reference, an evaluation method based on disjoint paths in topology is proposed to define the index of the invulnerability and the vitality of node and link. Meanwhile, a method for calculating the disjoint paths is proposed. The index of the invulnerability is obtained by calculating the ratio of the disjoint paths of the nodes for both target network and fully connected network. Furthermore, according to the size of the value of the invulnerability index in condition of node or link failure, the importance of node and link is evaluated. The correctness and the time and space complexity of the proposed method are discussed. By giving an example and comparing with the evaluation method based on the shortest paths, it is indicated that the proposed method is more reasonable and is better for reflecting the actual communication network performance.

Keywords: communication network; invulnerability; reliability; network topology; disjoint path

0 引言

目前,评价网络拓扑抗毁性度量的方法有连通度、凝聚度、分散度、攻击度等。其中,连通度衡量的是网络拓扑中节点或链路之间连通的程度;凝聚度衡量的是网络各元素连通性方面相互依赖紧密程度;分散度衡量的是网络拓扑中节点或链路连通性方面的分布均匀程度;攻击度衡量的是不同打击方式下能保持网络连通性的承受程度。这些度量方法有一个共同特点,都是基于拓扑连通性角度来衡量

抗毁性。其典型的分析方法有:最短路径数^[1-4]、跳面节点^[5]、网络结构熵或凝聚度^[6-7]及生成树数目等方法^[8-10]。这些方法可以分析抗毁方面的一些特定问题,但同时也存在局限性。最短路径数方法定义了基于平均最短路径的抗毁性度量方法,并针对节点重要性进行了分析,但没有对链路重要性做出评价,其归一化度量值缺乏合理性。基于跳面节点方法,能得出网络可靠性和抗毁性宏观指标,但这一指标仅能反映出网络拓扑可靠性和抗毁性的相对性能,而且其网络抗毁性评估模型还不够严谨,计算度量上还存在

收稿日期:2011-02-28; 修回日期:2011-11-08。

基金项目:通信网信息传输与分发技术重点实验室开放课题(ITD-U11002)资助课题

作者简介:包学才(1983-),男,博士研究生,主要研究方向为通信网可靠性及路由算法。E-mail:baoxuecai@sina.com

不确切等情况。凝聚度及生成树数目方法只适用于宏观评估全连通网络相对抗毁性,但不能评估非连通网络节点重要性^[11]。虽然文献[12]可以得到稀疏网络节点重要性指标,但稀疏网络不具备普适性。尽管这些方法都从其侧重的特性方面能对网络抗毁性进行评估,却缺少对网络拓扑内部细节的考虑,获得的指标仅能反映网络抗毁性的一个趋势,很难说明网络内部各节点和链路对抗毁性差异化影响的大小,而且指标的物理概念也不够明确。要合理评价一个网络拓扑的抗毁性,抗毁性度量的指标不仅要求能全面反映网络拓扑的凝聚度、连通度、分散度、攻击度等,同时还需要反映连通分支所包含的节点数目及连通分支特性上的差异^[13]。众所周知,从网络拓扑角度考虑,对于各节点间均存在直达链路的全连通网状网络,由于不相交路径最多,公认其是抗毁性度量各个方面中最强的网络状态,如果以全连通网络作为抗毁性比较和参考的基准,研究基于网络拓扑的不相交路径抗毁性指标及评价方法,应更能反映网络抗毁性的物理特性。它不仅可以作为评价现有多路径抗毁路由协议的一个参考,而且对今后路由协议设计也具有指导作用。

1 基于不相交路径网络抗毁性评估指标

1.1 术语与引用的定理

定义 1^[14] 在由链路集合 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 连接各节点集合 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 的网络 $G(V, E)$ 中,当且仅当由链路串联的路径 P 与 Q 无公共内部节点,称两条 P 和 Q 内部不相交。

Menger 定理 1^[14] 在网络 $G(V, E)$ 中,节点集 $V(G) \geq k+1$,当且仅当 G 中任意两不同顶点至少被 k 条内部不相交的路径所连接,则 G 为 k 连通的。

Menger 推论^[14] 设 v_s 与 v_1, v_2, \dots, v_n 为 n -连通图 G 中 $n+1$ 个不同顶点,则 G 中存在 n 条内部不相交 (v_s, v_i) 路径 $(i=1, 2, \dots, n)$ 。

Menger 定理 2^[15] 对于网络 $G(V, E)$,设 v_x, v_y 为 G 中不同两个节点,则 (v_x, v_y) 间的内部不相交路径数等于最小分离集节点数。

1.2 抗毁性指标

根据 Menger 定理和推论,节点间的不相交路径数,不仅能够反映连通网络的特性,而且重要的是,对于相同的连通度网络,不相交路径更能细化评价网络的两端及整体抗毁性。所以,为了能够准确评价不同拓扑网络的抗毁性差别,以各节点间均有直达链路的全连通网状网络为参考标准,定义网络的任意两个不同节点间网络抗毁性指标为

$$N_{\text{inv}}(v_i, v_j) = \frac{P_{i,j}}{P_{i,j}(\text{max})}, i, j \in V, i \neq j \quad (1)$$

$$N_{\text{inv}}(G) = \frac{\sum_{\substack{i,j \in V \\ i \neq j}} P_{i,j}}{\sum_{\substack{i,j \in V \\ i \neq j}} P_{i,j}(\text{max})} \quad (2)$$

式中, $N_{\text{inv}}(v_i, v_j)$ 表示网络两端的抗毁性度量; $N_{\text{inv}}(G)$ 表示网络全端的整体抗毁性度量; $P_{i,j}$ 表示两不同节点间的内部不相交路径数。式(2)中分子表示网络中所有任意两不同节点间的内部不相交路径数之和;分母表示如果达到全连通网状网络任意两节点间不相交路径数总数。

根据第 1.1 节中的定理可知,全连通网络的任意两不同节点对有 $N(N-1)/2$ 个(N 为网络节点数),每个节点对有 $N-1$ 条内部不相交路径,所以全连通网络任意两不同节点间的内部不相交路径数总数有 $(N-1)N(N-1)/2$ 条。当网络为全连通时, N_{inv} 等于 1,而对其他非全连通网络 N_{inv} 的值小于 1。

式(1)考察实际的通信过程中,两不同节点间通信的抗毁性度量,式(2)是一种全网的宏观抗毁性评估,以及在全连通网络比较下的绝对抗毁性评估。评价指标不仅考虑评价网络两端及全端的抗毁性,而且根据不相交路径数量还可以反映出不同网络间的抗毁性差别。

1.3 网络节点及链路重要性评价方法

对网络节点及链路重要性的评估,是考虑节点失效后对网络的影响程度来评价节点及链路的重要性。通过节点或链路遭攻击失效后,不相交路径相对减少的数量,对网络抗毁性的相对影响程度,评价节点与链路的重要性。指标如下:

$$V_{\text{imp}}(k) = \frac{\sum_{\substack{i,j \in V \\ i \neq j}} P_{i,j} - \sum_{\substack{i,j \in (V-v_k) \\ i \neq j}} P_{i,j}}{\sum_{\substack{i,j \in V \\ i \neq j}} P_{i,j}} \quad (3)$$

式中, $k=1, 2, \dots, n$; $V_{\text{imp}}(k)$ 表示节点 k 被破坏后,对网络抗毁性的影响程度,其值越大表明该节点越重要。

$$E_{\text{imp}}(e_k) = \frac{\sum_{\substack{i,j \in V \\ i \neq j}} P_{i,j} - \sum_{\substack{i,j \in V, V \in (G-e_k) \\ i \neq j}} P_{i,j}}{\sum_{\substack{i,j \in V \\ i \neq j}} P_{i,j}} \quad (4)$$

式中, $k=1, 2, \dots, m$; $E_{\text{imp}}(e_k)$ 表示链路 e_k 被破坏后,对网络抗毁性的影响程度,值越大表明该链路越重要。

2 不相交路径数计算方法

2.1 算法描述

指标计算的关键是获得节点间的不相交路径数,本文提出基于最大流最小割算法的不相交路径数计算方法^[14]。

两个不同节点的内部不相交路径数等于最小分离集节点数。由于没有直接求解最小分离集节点数的算法,但通过分析可知,把每个节点分裂成两个节点,分裂后的两节点通过一条弧连接,这样就可以能通过求解最小边割集方法来计算最小分离集节点数,而求解最小边割集可以通过求解单位容量下的最大整数流,具体证明见第 2.2 节。

在计算 n 个节点网络图 $G(V, E)$ 的节点间不相交路径过程中, m 表示两不同节点的不相交最大路径数, $\lambda(v_s, v_t)$ 表示两节点间的最小顶点集, $\eta(v_s, v_t)$ 表示两节点间的最小割集, f_k 表示节点 (v_s, v_t) 间的可行流, $c_{ji}(f_k)$ 为在当前

增广流 f_k 下弧 (v_i, v_j) 的容量, P 为 (v_s, v_t) 之间一条路径。算法步骤如下:

步骤 1 对网络图 $G(V, E)$ 进行分裂运算。分裂运算按照如下方式进行:

若 G 为无向图: ① 对于 $G(V, E)$ 图中的每个顶点 v_i 变成的两个顶点 v'_i 和 v''_i , 顶点 v'_i 至 v''_i 有一条弧(有向边)连接, 弧容量为 1; ② 对于 $G(V, E)$ 图中每条边 $e' = uv_i$, 修改为两条弧 $e' = u''v'_i, e'' = v''_i u'$ 与之对应, e' 弧容量为 ∞ , e 弧容量为 ∞ (弧是有向边)。

若 G 为有向图: ① 对于 $G(V, E)$ 图中的每个顶点变成 v'_i 和 v''_i , 顶点 v'_i 至 v''_i 有一条弧连接, 弧容量为 1; ② 对于 $G(V, E)$ 图中的每条弧 $e = uv_i$ 变成一条有向弧 $u''v'_i, v''_i$, 其中轨上的弧 $u''v'_i$ 的容量为 ∞ 。

步骤 2 给顶点 v_i 以标号 $l_i = -1, d_i = \infty$ 和 $d_k = 0 (k \neq s)$ 。

步骤 3 设 v_i 的标号为 (l_i, d_i) , 如果 $i \neq s$, 任取一条弧 (v_i, v_j) ; 否则, 取 $\min(d_j)$ 的一条弧 (v_i, v_j) , 然后令 $d_j = \min\{d_i, c_{ij}(f_k)\}, l_j = i$ 。

步骤 4 如果 $j = t$, 转步骤 5; 否则, 令 $i = j$, 转步骤 3。

步骤 5 从 v_t 的前点标号 l_t 出发进行反向追踪, 求出 (v_s, v_t) 的路径 R , 沿 R 对 f_k 增广得到的新的可行流仍记为 f_k , 对 R 上每条弧的容量 $c_{ij}(f_k)$ 改为 $c_{ij}(f_k) - f_k$, 反向容量 $c_{ji}(f_k)$ 改为 $c_{ji}(f_k) + f_k$ 。

步骤 6 令 $f_{k+1} = f_k, k = k + 1$, 转步骤 2 继续执行寻找 (v_s, v_t) 的路径 R , 如果不存在路径 R , 则结束, 输出 f_k 。

步骤 7 输出 f_k 即为单位容量网络的最大的整数流, 即等于最小边割集, 亦即 $\eta(v_s, v_t) = f_k$ 。

步骤 8 令 $\lambda(v_s, v_t) = \eta(v_s, v_t)$, 输出 $m = \lambda(v_s, v_t)$, 结束。

注: 步骤 3~步骤 6 是基于最大流最小割算法的步骤。

2.2 计算方法正确性论证

定理 3 对于网络 $G(V, E)$, 设 v_x, v_y 为 G 中不同两个节点, 则 (v_x, v_y) 间最小边割集等于网络 $G(V, E)$ 单位容量下的最大整数流。

证明 由最大流最小割定理可知, 在任何容量网络中, 最大流等于最小截容量(即最小容量的截边集), 当网络中每条边赋于单位容量 1 时, 利用最大流最小截算法求得的容量是最小容量的截边集, 由于每条边容量为 1, 所以, 最小容量截边集等于等于最小截边集。证毕

定理 4 对于网络 $G(V, E)$, 设 v_x, v_y 为 G 中不同两个节点, 则 (v_x, v_y) 间的内部不相交路径数等于网络顶点分裂运算后的单位容量下最大整数流。

证明 由 Menger 定理 2 可知, 两不同节点 (v_x, v_y) 间的内部不相交路径数等于这两不同节点的最小顶点分离集。两不同节点 (v_x, v_y) 的最小顶点分离集可以通过分裂运算后, 等于求解两不同节点的最小边割集, 而由定理 3 可知, 最小边割集等于网络单位容量下的最大整数流, 因此内部不相

交路径数等于网络顶点分裂运算后的最大整数流。证毕

在计算复杂度方面, 计算过程中, 第一部分, 对网络顶点进行分裂运算, 由于只针对每个节点操作, 其时间复杂度为 $O(n)$; 第二部分, 利用最小割最大算法^[15]进行最小割集计算, 算法时间复杂度为 $O(nmC)$ 。其中, C 是最大整数值; 对空间复杂度, 由于网络以不同存储方式其空间复杂度存在差别, 以矩阵存储为例, 空间复杂度为 n^2 。所以, 总的时间复杂度为 $O(nmC+n)$, 空间复杂度为 n^2 。

3 网络抗毁性及节点和链路重要性评价

3.1 网络抗毁性评价

以网络拓扑模型 $G_1(V, E)$ 和 $G_2(V, E)$ 为例, 计算它们的网络抗毁性度量。如图 1 所示, 分别计算 G_1 和 G_2 任意两个不同节点间的不相交路径数总数, 然后再利用式(1)和式(2), 得到 G_1 和 G_2 各自的网络抗毁性的度量值。

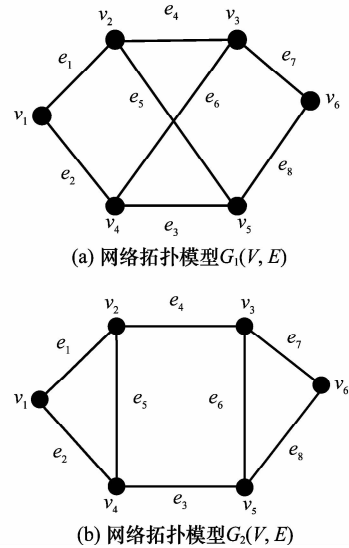


图 1 两个无向图网络拓扑模型

以图 $G_1(V, E)$ 的 v_1 到 v_6 节点为例, 根据第 2.1 节不相交路径计算方法, 得到不相交路径数为 2。再根据式(1), 得到网络 $G_1(V, E)$ 的节点 v_1 与 v_6 间抗毁性 $N_{inv}(v_1, v_6) = 0.4$ 。其他计算依次类推不再赘述, 详见表 1。

表 1 $G_1(V, E)$ 和 $G_2(V, E)$ 的两端及全端抗毁性

抗毁性 指标	网络模型		抗毁性 指标	网络模型	
	$G_1(V, E)$	$G_2(V, E)$		$G_2(V, E)$	$G_1(V, E)$
$N_{inv}(v_1, v_2)$	0.4	0.4	$N_{inv}(v_2, v_6)$	0.4	0.4
$N_{inv}(v_1, v_3)$	0.4	0.4	$N_{inv}(v_3, v_4)$	0.6	0.4
$N_{inv}(v_1, v_4)$	0.4	0.4	$N_{inv}(v_3, v_5)$	0.6	0.6
$N_{inv}(v_1, v_5)$	0.4	0.4	$N_{inv}(v_3, v_6)$	0.4	0.4
$N_{inv}(v_1, v_6)$	0.4	0.4	$N_{inv}(v_4, v_5)$	0.6	0.4
$N_{inv}(v_2, v_3)$	0.6	0.4	$N_{inv}(v_4, v_6)$	0.4	0.4
$N_{inv}(v_2, v_4)$	0.6	0.6	$N_{inv}(v_5, v_6)$	0.4	0.4
$N_{inv}(v_2, v_5)$	0.6	0.4	N_{inv}	0.48	0.427

从以上的计算结果可以看出,网络模型 $G_1(V, E)$ 的节点间抗毁性强于或等于 $G_2(V, E)$, 而宏观抗毁性 $G_1(V, E)$ 强于 $G_2(V, E)$, 该两个网络抗毁性的度量值反映出整个网络的抗毁性强弱的同时, 还得到网络两端抗毁性的具体差别。因此, 该评价方法不仅评价结果准确, 而且其归一化值反映与全连通网络抗毁性的差距更具合理性。

3.2 网络节点及链路重要性评价实例

对网络的节点及链路分别进行假设失效后, 计算网络剩余部分节点间的不相交路径数, 再用式(3)和式(4)计算, 得到抗毁性相对改变程度, 计算结果值越大, 表明对应节点或链路对网络抗毁性影响就越大。节点及链路在整个网络中的重要性结果见表 2 和表 3。

从表 2 和表 3 的结果看, 节点遭破坏比链路遭破坏对归一化重要性指标影响程度要大得多, 即节点比链路更为重要, 这也符合网络的事实。按表中重要性的度量值进行排序, 可以得出 $G_1(V, E)$ 和 $G_2(V, E)$ 的节点及链路重要性, 并且从度量值的大小可以反映出其节点和链路在整个网络中的份量。

同样也可以通过节点重要性评价, 对网络的节点及链路分别进行删除后, 求出该节点或链路失效后, 在剩余网络的其他不同两节点间的重要性, 从而更加具体地反映该节点的重要性, 以节点 v_2 为例, 反映在网络两节点间的重要性见表 4。其他节点和链路可按照前述计算方法求出, 这里不再逐一列出。

综上所述可知, 该方法不仅能评价出各节点和链路在整个网络全端的重要性, 而且能评价节点和链路在网络两节点间的重要性, 并且评价结果的归一化值能准确地反映其单个节点或链路在整个网络中及网络两不同节点间的重要性程度。

4 实验仿真及对比分析

4.1 评价方法正确性验证

为进一步衡量评价方法的正确性, 采用图论中的图模型来模拟实际的网络, 利用 VC++ 建立 Waxman 模型随机生成无向网络图^[16]。在节点 v_i 和 $v_j (i \neq j)$ 间, 按照 $P(v_i, v_j) = \beta e^{-d(v_i, v_j)/L}$ 的概率来引入链路(边), 当生成的 $[0, 1]$ 之间的随机数大于 $P(v_i, v_j)$ 时, 则产生 v_i 和 v_j 链路。 $P(v_i, v_j)$ 与顶点间的距离 L 有关, 从而将节点之间边存在与否和顶点间的距离关联起来。 α 和 β 为调解随机网络图的特征参数, 若 α 增加, 则长边相对于短边的数量增加; 若 β 增加, 则节点的度数增加。可调整这两个参数产生不同的随机网络图, 以接近实际通信网络。利用模型随机分别产生具有 20、30 和 40 个节点的 3 组网络拓扑, 每组有 3 个网络拓扑。在随机破坏 1、2 和 3 条网络链路的情况下, 分别计算每组每个网络拓扑的不相交路径损失程度, 实验 10 万次取平均。网络拓扑理论计算值以及破坏后不相交路径损失程度见图 2~图 7。

表 2 网络模型 $G_1(V, E)$ 及 $G_2(V, E)$ 节点重要性

网络拓扑	节点					
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
$G_1(V, E)$	0.417	0.527	0.527	0.527	0.527	0.417
$G_2(V, E)$	0.344	0.594	0.594	0.594	0.594	0.344

表 3 网络模型 $G_1(V, E)$ 及 $G_2(V, E)$ 链路重要性

网络拓扑	链路							
	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8
$G_1(V, E)$	0.278	0.278	0.167	0.167	0.139	0.139	0.278	0.278
$G_2(V, E)$	0.188	0.188	0.375	0.375	0.031	0.031	0.188	0.188

表 4 网络模型 $G_1(V, E)$ 及 $G_2(V, E)$ 的节点 v_2 在其他两节点间的重要性

网络拓扑	节点对									
	(v_1, v_3)	(v_1, v_4)	(v_1, v_5)	(v_1, v_6)	(v_3, v_4)	(v_3, v_5)	(v_3, v_6)	(v_4, v_5)	(v_4, v_6)	(v_5, v_6)
$G_1(V, E)$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.33	0.33	0	0.33	0	0
$G_2(V, E)$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.33	0	0.5	0.5	0

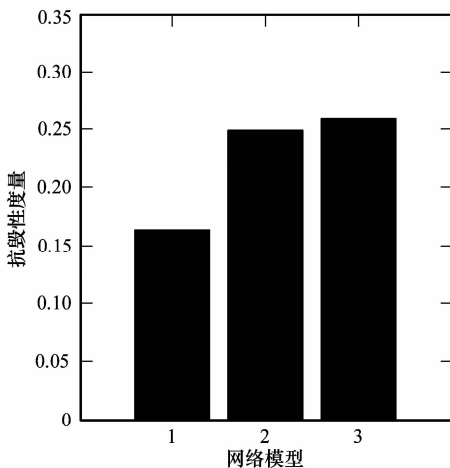


图 2 抗毁性度量值(20 个节点网络)

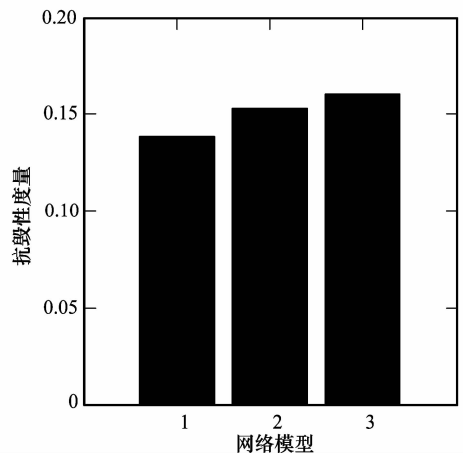


图 3 抗毁性度量值(30 个节点网络)

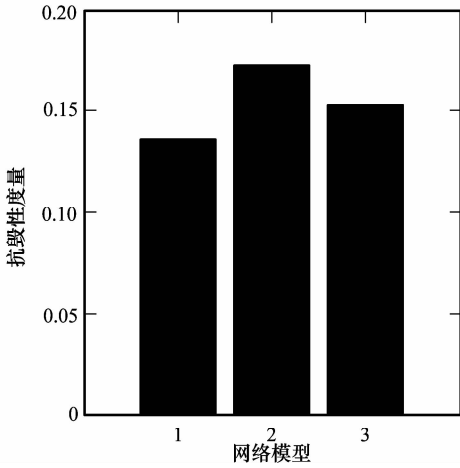


图 4 抗毁性度量值(40 个节点网络)

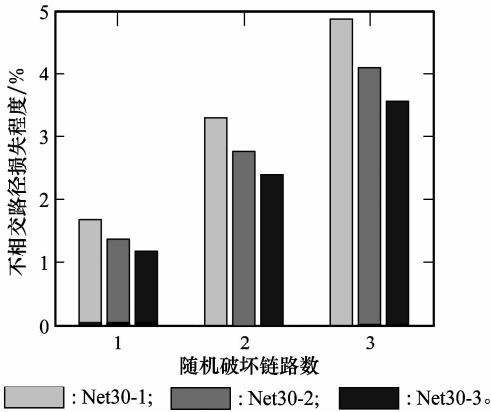


图 6 不相交路径损失程度(30 个节点网络)

由图 2~图 7 可以看出,在与全连通网络为评价基准的情况下,针对网络随机破坏不同链路数,不相交路径损失程度与抗毁性度量值一一对应,有效反映了网络的抗毁性,从而进一步验证了评价方法的正确性。

4.2 评价方法对比分析

4.2.1 评价方法合理性对比分析

从构建最优可靠性网络可知,在一定成本情况下构建 k -连通网络是最优的抗毁性网络。首先,根据图论中 Menger 定理可得,网络中任意两个不同节点间的内部不相交路径数能够准确反映 k -连通网络特性,并且可以反映出在相同连通度网络下不同网络的差别。因此,计算内部不相交路径数就能准确评价其抗毁性。其次从抗毁性角度来看,抗毁性主要是反映在不同破坏策略情况下的网络连通的鲁棒性,以及网络遭破坏后连通分支的抗毁性。如果一个网络是由两个连通块组成,两个连通块是由一条链路相连,如果采用最短路径数来评价网络,则会出现连通块本身节点之间的最短路径数相对较少,反而连通块间最短路径数相对较多的情况。而采用本文的内部不相交路径数的评价方法,连通块本身的内部不相交路径数多,而连通块之间

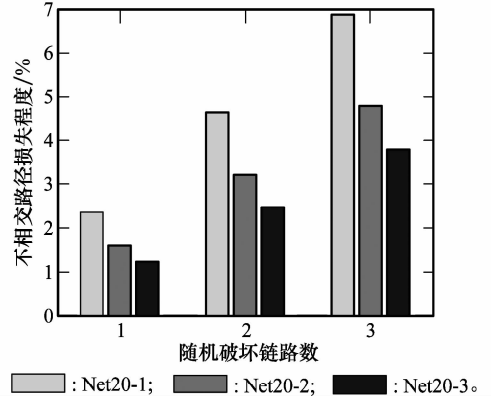


图 5 不相交路径损失程度(20 个节点网络)

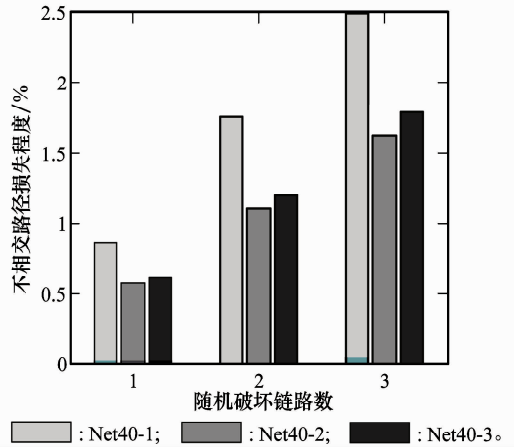


图 7 不相交路径损失程度(40 个节点网络)

的内部不相交路径数就少,这不仅反映了网络整体抗毁性,而且反映了连通分支所包含的节点数目有多有少及连通分支的形状特性上的差异。

关于节点重要性评价方法,文献[1]中的分析表明最短路径方法在评价节点重要性方面比生成数目法、跳面节点法和节点收缩法等更为合理和准确。为了表明本文的内部不相交路径数量的评价方法在节点重要性方面同样更为合理和准确,分别与生成数目法、跳面节点法和节点收缩法进行比较。假设网络拓扑如图 8 和图 9 所示^[1]。在图 8 中,文献[1]认为节点 v_1 比 v_3 重要,而利用生成数目方法来评价节点重要性,节点 v_1 和 v_3 的重要性是一样的。利用本文内部不相交路径数方法,得出节点 v_1 的重要性为 0.8125,节点 v_3 的重要性为 0.625,准确评价出节点 1 比节点 3 重要。以图 9 为例,节点 v_1 被破坏后,节点收缩法、生成树数目法和跳面节点法的计算方法都要求网络是连通的,不能区分处于不同子网中节点的相对重要性。而利用本文内部不相交路径数方法能评价出节点 v_2 比 v_3 更为重要,这与文献[1]一致。

因此,基于内部不相交路径数量的抗毁性评价不仅更

具备合理性,而且能较好地反映网络中各部分的抗毁性度量。

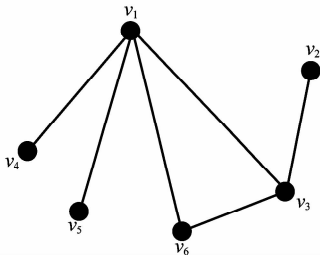


图 8 多个节点的网络拓扑图

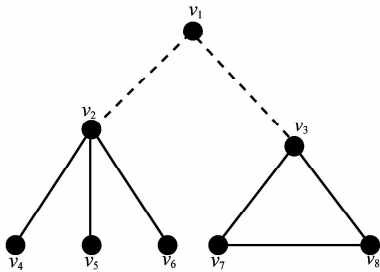


图 9 非连通网络拓扑图

4.2.2 抗毁性归一化值对比分析

从上一节的实例可以看出,该评价方法的归一化度量值不仅能合理区分不同网络之间的抗毁性,而且归一化度量值能准确反映与全连通网络的差距。为了更好地说明评价方法的有效性及其合理性,与目前普遍采用的评价方法进行比较,即与基于最短路径数的网络抗毁性评价方法^[1-3]进行比较。以图 2 为例,用本文中的方法和基于最短路径数的方法分别计算网络抗毁性度量。本文评价方法的计算结果 $N_{inv}(G_1) = 0.480, N_{inv}(G_2) \approx 0.427$, 而基于最短路径数的评价方法 $N_{inv}(G_1) = 0.736, N_{inv}(G_2) \approx 0.648$ 。虽然两种方法对 G_1 和 G_2 网络拓扑间相对的抗毁性趋势是一致的,但是图 2 中的网络模型 $G_1(V, E), G_2(V, E)$ 与全连通网络相比,无论是从连通度上还是抗毁性上都存在很大差距。而最短路径数方法在同样以全连通网络为衡量标准的情况下,其抗毁性度量的归一化值却没有体现出来,度量值明显偏大,并且依据最短路径数得出的节点及链路重要性归一化值更为偏大,这一归一化值与其相同节点的全连通网络抗毁性相比是不相称的。而本方法的归一化值,从第 1.1 节的理论分析和第 3.1 节的实例分析可知,无论从理论上还是从直观的网络结构上看都更为合理。因此,从网络的抗毁性来讲,本文提出的根据内部不相交路径算法计算的归一化度量值能更为准确地反映与全连通网络的差距,而且相对于最短路径数方法更具合理性和准确性。

4.2.3 时间及空间复杂度对比分析

在时间及空间复杂度方面,根据第 2.2 节的计算时间复杂度及空间复杂度,计算两端的抗毁性时间复杂度为 $O(nmC+n)$,当计算网络全端的抗毁性时,时间复杂度为 $O(n/2(n-1)(nmC+n))$,最坏复杂度为 $O(n^3mC)$ 。在空间复杂度方面,由于全端是由任意两端不相交路径数计算之和,每计算一次两端抗毁性后,空间可以重新利用。因此,两端及全端空间复杂度一样,即 n^2 。对于最短路径数方法,由于需要计算两端从 1 到 $n-1$ 跳的所有最短路径数,时间复杂度为 $O(n^3)$;计算全端从 1 到 $n-1$ 跳的所有最短路径数,时间复杂度为 $O(n^4)$ 。在空间复杂度方面,每计算下一跳的最短路径数时,要保存上一跳数的最短路径数。因此,空间复杂度为 $2n^2$ 。从上述分析可知,该评价方法的最坏时间复杂度与基于最短路径数方法接近,当 m 边数大于节点数时,复杂度略高于基于最短路径数方法,但在空间复杂度方面,空间复杂度略小于基于最短路径数方法。

综合对比分析可知,计算复杂度与基于最短路径数方法接近的情况下,本文方法更具合理性和准确性。

5 结束语

本文提出了一种基于内部不相交路径数的网络拓扑抗毁性和节点及链路重要性的评价方法,该评价方法不仅能反映出网络的整体抗毁性和网络两节点间的抗毁性,而且反映出网络内部各节点和链路对抗毁性影响的大小。并且配套设计出两不同节点间的内部不相交路径数的计算方法,该方法计算简单,为快速计算网络拓扑的抗毁性提供了保证。本文不仅从理论上论证了该评价方法的合理性,而且举例详细计算了网络拓扑模型的抗毁性度量。通过实例的评价结果与普遍采用的最短路径数评价方法进行了对比分析,表明了该评价方法更具合理性。不仅能为网络拓扑可靠性的综合评价提供参考,而且能为通信网拓扑结构的设计和优化提供指导作用。

参考文献:

[1] 饶育萍,林竞羽,侯德亭. 基于最短路径数的网络抗毁评价方法[J]. 通信学报,2009,34(4):113-117. (Rao Y P, Lin J Y, Hou D T. Evaluation method for network invulnerability based on shortest route number[J]. *Journal on Communications*, 2009,34(4):113-117.)

[2] Malik K, Mittal A K, Gupta S K. The k most vital arcs in the shortest path problem[J]. *Operations Research Letters*, 1989, 8(4):223-227.

[3] Nardelli E, Proietti G, Widmayer P. Finding the detour-critical edge of a shortest path between two nodes[J]. *Information Processing Letters*, 1998,67(1):51-54.

- [4] 任俊亮, 申卯兴, 史向峰. 通信网络抗毁性的评价方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2010, 11(1): 70 - 73. (Ren J L, Shen M X, Shi X F. A method of evaluating the invulnerability of communication networks structure [J]. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2010, 11(1): 70 - 73.)
- [5] 郭伟. 野战地域通信网可靠性的评价方法[J]. 通信学报, 2000, 28(1): 3 - 6. (Guo W. Reliability evaluating method of tactical communication network[J]. *Journal on Communications*, 2000, 28(1): 3 - 6.)
- [6] 邓宏钟, 吴俊, 李勇, 等. 复杂网络拓扑结构对系统抗毁性影响研究[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(12): 2425 - 2428. (Deng H Z, Wu J, Li Y, et al. Influence of complex network topologic structure on system invulnerability[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(12): 2425 - 2428.)
- [7] 谭跃进, 吴俊, 邓宏钟. 复杂网络中节点重要度评估的节点收缩方法[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(11): 79 - 83. (Tan Y J, Wu J, Deng H Z. Evaluation method for node importance based on node contraction in complex networks[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2006, 26(11): 79 - 83.)
- [8] 陈四军, 贾连兴, 李晶晶, 等. 基于通信网抗毁性的链路重要性比较[J]. 计算机工程应用, 2009, 45(1): 118 - 120. (Chen S J, Jia L X, Li J J, et al. Link importance comparison based on communication networks invulnerability[J]. *Computer Engineering and Application*, 2009, 45(1): 118 - 120.)
- [9] 陈勇, 胡爱群, 蔡天佑, 等. 通信网中链路重要性的评价方法[J]. 电子学报, 2003, 31(4): 573 - 575. (Chen Y, Hu A Q, Cai T Y, et al. Evaluation method for link importance in communication networks[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(4): 573 - 575.)
- [10] 陈勇, 胡爱群, 胡啸. 通信网中节点重要性的评价方法[J]. 通信学报, 2004, 25(8): 129 - 134. (Chen Y, Hu A Q, Hu X. Evaluation method for node importance in communication networks [J]. *Journal on Communications*, 2004, 25(8): 129 - 134.)
- [11] 饶育萍, 林竞羽, 周东方. 网络抗毁度和节点重要性评价方法[J]. 计算机工程, 2009, 35(6): 14 - 16. (Rao Y P, Lin J Y, Zhou D F. Method for network invulnerability and node importance evaluation[J]. *Computer Engineering*, 2009, 35(6): 14 - 16.)
- [12] Arulselvan A, Commander C W, Elefteriadou L, et al. Detecting critical nodes in sparse graphs. [J]. *Computers and Operations Research*, 2009, 36(7): 2193 - 2200.
- [13] Tony H G, Timothy C M, Alan T M. Comparative approaches for assessing network vulnerability[J]. *International Regional Science Review*, 2008, 31(1): 88 - 112.
- [14] 孙惠泉. 图论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2004. (Sun H Q. *Graph theory and its applications*[M]. Beijing: Science Press, 2004.)
- [15] 徐俊明. 图论及其应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2003. (Xu J M. *Graph theory and its applications*[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2003.)
- [16] Waxman B M. Routing of multipoint connections[J]. *IEEE Journal on Selected Areas Communications*, 1988, 6(9): 1617 - 1622.