

基于 Niche 的间接 T-S 模糊自适应控制

李医民, 郝云力

(江苏大学理学院, 江苏 镇江 212013)

摘要: 提出了新的基于生态系统的 Niche 间接 T-S(Takagi-Sugeno)自适应模糊控制,将含有参数的生态位贴近度函数作为模糊规则的后件,从而构成零阶的 T-S 模糊控制模型。采用 Lyapunov 合成方法设计控制器,并使用梯度下降法优化后件参数,最后得到了后件参数的自适应律,体现了生物个体的自适应能力,引入了生态位的模糊系统具有生物个体始终朝着有利于自身方向发展的特性。因此,所建立的模糊 T-S 系统具有更好的自适应性,可以获得更小的变动跟踪误差,并保证整个闭环系统全局稳定性。通过对生态系统的二维捕食系统的仿真验证了本方法的可行性。

关键词: T-S 模糊系统; 间接自适应; 生态位; 贴近度

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2011.10.28

Indirect adaptive control of T-S fuzzy systems based on Niche

LI Yi-min, HAO Yun-li

(Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: A new indirect T-S (Takagi-Sugeno) adaptive fuzzy control based on niche of ecosystems is presented. Regarding the approach degree function of niche with unknown parameters as the consequent of fuzzy rules, the zero-order T-S fuzzy control based on niche is constructed. The controller is designed by using the method of Lyapunov's synthesis and the consequent parameters are determined by using a gradient descent method. Finally, the adaptive law of consequent parameters is gotten. The fuzzy system based on niche embodies biological individual's self-adaptivity, namely the individual is evolving in a direction that favors its development. So the proposed fuzzy T-S fuzzy system has better adaptivity, such as obtaining a smaller fluctuant tracking error, and the global stability of the closed-loop system can be assured. Simulation of two-dimensional predator system tracking is carried out to verify the design approach.

Keywords: T-S (Takagi-Sugeno) fuzzy system; indirect adaptive; niche; approach degree

0 引言

文献[1]提出了 T-S (Takagi-Sugeno)模糊模型,在保证系统的稳定性^[2-15]和逼近性能^[15-18]方面非常优越。随之间接自适应 T-S 模糊控制得到了较多的关注^[2,4,8,11,19-20],首先为了使输入状态向量稳定,在等效控制器的基础上加了监督控制器^[8,11,21-23]。文献[21]提出一种间接型 T-S 自适应控制器,但是要求知道估计误差的界,这在实际中不一定能获得。因为 T-S 模糊逻辑系统与系统状态有关,估计误差完全依赖于可调参数 $\hat{g}(\mathbf{X})$ 的选则,为此文献[8]通过在线调节后件参数提出了一种新的自适应模糊控制器,为保证 $\hat{g}(\mathbf{X})$ 非零,采取了一种新的措施。同时,为获得全局稳定性,应用 Lyapunov 合成方法构建自适应模糊控制器。文

献[8,11]都是假设系统的状态向量可测,这在实际中存在局限,为此文献[2,19]提出在状态向量不可测的情况下设计反馈控制,也取得了很好的效果。但这些都缺乏对随时间变动的跟踪目标函数的研究和系统自身的具体意义。

由于生态系统的冗余性和稳定性,使系统内的生物个体具备适应环境的能力,并始终朝着有利于个体生存的方向发展,最终使系统处于平衡状态。生态系统的稳定性与个体的生态位密切相关,本文利用生态系统的这种特性,将生态位与模糊控制相结合,提出了一种新的基于生物进化特性的间接 T-S 模糊自适应控制方法。该模糊系统将一个含有参数的生态位贴近度作为 T-S 型自适应模糊控制的后件,采用文献[10]的设计方法得出控制器和后件参数的自适应律,对变动的误差目标函数取得了很好的跟踪效果。

收稿日期:2010-10-24; 修回日期:2011-01-21。

基金项目:国家自然科学基金(11072090);校高级人才基金(10JDG093)资助课题

作者简介:李医民(1963-),男,教授,主要研究方向为生物数学与模糊控制。E-mail:llym@ujs.edu.cn

具有生态位的模糊 T-S 系统反映了生物开发和利用环境的程度,并始终朝着适合自身发展的方向,通过不断交互,逐步协调与环境以及各自之间的关系,使整个系统向前发展,这使所设计的模糊控制系统本身具有明确的生物意义。

1 问题阐述

考虑如下形式的 n 阶非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dots \\ \dot{x}_n = f(x_1, \dots, x_n) + g(x_1, \dots, x_n)u \\ y = x_1 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y = x \end{cases} \quad (1)$$

式中, $u \in \mathbf{R}$ 和 $y \in \mathbf{R}$ 分别是系统的输入和输出, $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) \in \mathbf{R}^n$ 是可测量的系统状态向量。若非线性函数 $f(\mathbf{X})$ 和 $g(\mathbf{X})$ 是已知的连续函数,则可得到形式如下的理想控制器:

$$u^* = \frac{1}{g(\mathbf{X})}[-f(\mathbf{X}) + y_m^{(n)} + \mathbf{K}^T \mathbf{e}]$$

式中, $\mathbf{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T, e = y_m - y = y_m - x$, $\mathbf{K} = (k_n, \dots, k_1)^T$ 使多项式 $s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$ 的所有根都在复平面的左半开平面上,由 \mathbf{K} 的选取,可得 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{e}(t) \rightarrow 0$,即系统的输出 y 渐近地收敛于理想输出 y_m 。

若 $f(\mathbf{X})$ 和 $g(\mathbf{X})$ 是未知的连续函数,为使系统(1)可控,必须使系统当 \mathbf{X} 属于某可控区间 $U_c \subset \mathbf{R}^n$ 时 $g(\mathbf{X}) \neq 0$ 。由于 $g(\mathbf{X})$ 为连续函数,不失一般性,可以假设对 $\mathbf{X} \in U_c$,有 $g(\mathbf{X}) > 0$ 。控制目的是在所有信号有界的情况下,使 y 跟踪一个有界的参考信号 $y_m(t)$ 。即寻找一个反馈控制 $u(x|\boldsymbol{\theta})$ 和一个调整参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的自适应律,使得

假设 1 在所有变量 $x(t), \boldsymbol{\theta}(t)$ 和 $u(x|\boldsymbol{\theta})$ 一致有界时,闭环系统具有全局稳定性。即对所有的 $t \geq 0$,都有 $\|\mathbf{X}(t)\| \leq M_x < \infty, \|\boldsymbol{\theta}(t)\| \leq M_\theta < \infty, |u(x|\boldsymbol{\theta})| \leq M_u < \infty$,其中, M_x, M_θ, M_u 为设计参数。

构造 1 在满足假设 1 的情况下,跟踪误差 $e = y_m - y$ 应尽可能小。

因为 $f(\mathbf{X})$ 和 $g(\mathbf{X})$ 未知,用 T-S 模糊系统来估计。设模糊系统 $\hat{f}(\mathbf{X})$ 由一系列模糊规则构成:

$$R_l^j: \text{if } x_1 \text{ is } A_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^l, \text{ then } \hat{f}(\mathbf{X}) = \frac{3}{2} - \vartheta \left[\frac{\lambda_l^j - \lambda}{\sigma_l^j + \sigma} \right], l = 1, \dots, m$$

这里, x_1, x_2, \dots, x_n 代表个体生态位的实际生态因子,后件表示个体实际生态位状态与其理想生态位的差异程度,用贴近度函数来表示,即

$$H(A, B) = \frac{3}{2} - \vartheta \left[\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right]$$

$$\text{式中, } \vartheta(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

假设当模糊集满足 $A_l^j = 1$ 时, $\sum_{j=1}^m A_l^j \ll 1$, 即 $\sum_{j=1, j \neq l}^m A_l^j$ 的值几乎可以忽略不计。选择高斯型隶属函数,必须满足 $x_i^l - x_j^l \gg \delta$, 其中 x_i^l, x_j^l 和 σ 分别是隶属函数的中心点和间距。

为便于讨论,令 $a_0^l = \frac{3}{2} - \vartheta \left[\frac{\lambda_l^j - \lambda}{\sigma_l^j + \sigma} \right], b_0^l = \frac{3}{2} - \vartheta \left[\frac{\lambda_l^l - \lambda}{\sigma_l^l + \sigma} \right]$ 。在规则满足假设(1)的情况下,采用中心平均去模糊,乘积推理规则和单值模糊化及高斯隶属函数,则基于生态位的模糊子系统可以表达成以下的形式:

$$\hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}) = \frac{\sum_{l=1}^m a_0^l \left(\prod_{j=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_j - \bar{x}_j^l}{\sigma_j^l} \right)^2 \right) \right)}{\sum_{l=1}^m \prod_{j=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_j - \bar{x}_j^l}{\sigma_j^l} \right)^2 \right)} = \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}) \boldsymbol{\theta}_f^T \bar{\mathbf{X}} \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}) &= (\xi^1(x), \dots, \xi^m(x)) \in \mathbf{R}^{1 \times m} \\ \xi^l(x) &= \frac{\prod_{j=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_j - \bar{x}_j^l}{\sigma_j^l} \right)^2 \right)}{\sum_{l=1}^m \prod_{j=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_j - \bar{x}_j^l}{\sigma_j^l} \right)^2 \right)} \\ \boldsymbol{\theta}_f &= (a_0^l, 0, \dots, 0) \in \mathbf{R}^{1 \times (n+1)} \\ \bar{\mathbf{X}} &= [1, x_1, \dots, x_n]^T \\ \boldsymbol{\theta}_f &= \begin{bmatrix} \theta_f^1 \\ \vdots \\ \theta_f^n \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{m \times (n+1)} \end{aligned} \quad (3)$$

同法,可以给出 $\hat{g}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta})$ 的表达式。

2 自适应控制

2.1 自适应控制律

假设存在三个函数 $f^u(\mathbf{X}), g^u(\mathbf{X}), g_l(\mathbf{X})$, 使得 $|f(\mathbf{X})| \leq f^u(\mathbf{X})$, 并且 $0 < g_l(\mathbf{X}) \leq g(\mathbf{X}) \leq g^u(\mathbf{X})$, 其中 $\mathbf{X} \in U_c$, 且有 $f^u(\mathbf{X}) < \infty$ 。

令 $\mathbf{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T, \mathbf{K} = (k_n, \dots, k_1)^T \in \mathbf{R}^n$, 要求 $h(s) = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$ 的所有根都在复平面的左半平面上,得

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_c \mathbf{e} + \mathbf{b}_c [(\hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}) - f(\mathbf{X})) + (\hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}) - g(\mathbf{X}))u_c] \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \dots & -k_1 \end{bmatrix}_{n \times n}, \mathbf{b}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

由于 $|\mathbf{S}\mathbf{I} - \mathbf{A}_c| = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$, 必定存在唯一的一个 n 阶正定矩阵 \mathbf{P} , 使得 Lyapunov 方程 $\mathbf{A}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_c = -\mathbf{Q}$ 的解存在, 其中 \mathbf{Q} 是任意的一个 n 阶正定矩阵。

选择控制律为 $u = u_c + u_s$, 其中

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta})} [-\hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}) + y_m^{(n)} + \mathbf{K}^T \mathbf{e}] \quad (5a)$$

监督控制律为

$$u_s = I^* \operatorname{sgn}(\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c) \left[|u_c| + \frac{1}{g_l(\mathbf{X})} (f^u(\mathbf{X}) + |y_m^{(n)}| + |\mathbf{K}^T \mathbf{e}|) \right] \quad (5b)$$

式中, 用 $\frac{V_c}{V}$ 来替代 I^* 。

2.2 自适应调节

把 $\hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta})$ 和 $\hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta})$ 替换为 $\hat{f}(\mathbf{X})$ 和 $\hat{g}(\mathbf{X})$ 的形式, 并定义

$$\boldsymbol{\theta}_f^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_f \in \Omega_f} [\sup_{\mathbf{X} \in \Omega_X} |\hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}) - f(\mathbf{X})|]$$

$$\boldsymbol{\theta}_g^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_g \in \Omega_g} [\sup_{\mathbf{X} \in \Omega_X} |\hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}) - g(\mathbf{X})|]$$

式中, Ω_f 和 Ω_g 分别为 $\boldsymbol{\theta}_f$ 和 $\boldsymbol{\theta}_g$ 的约束集, 其值由设计者取定。对 Ω_f 和 Ω_g 要求

$$\Omega_f = \{\boldsymbol{\theta}_f^l : \|\boldsymbol{\theta}_f^l\| \leq M_f\}$$

$$\Omega_g = \{\boldsymbol{\theta}_g^l : \|\boldsymbol{\theta}_g^l\| \leq M_g, b_0^l > \varepsilon\}$$

其中, M_f, M_g, ε 是由设计者取定的正常量, 对于保证 $b_0^l > \varepsilon$ 可以参看文献[8, 13], 不再赘述。

定义最小近似误差为

$$\omega = [\hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_f^*) - f(\mathbf{X})] + [\hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_g^*) - g(\mathbf{X})] u_c$$

则可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \mathbf{A}_c \mathbf{e} - \mathbf{b}_c \mathbf{g}(\mathbf{X}) u_s + \mathbf{b}_c [(\hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}) - \hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_f^*)) + \\ &\quad \mathbf{b}_c [(\hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}) - \hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_g^*)) + \omega] = \\ &\mathbf{A}_c \mathbf{e} - \mathbf{b}_c \mathbf{g}(\mathbf{X}) u_s + \mathbf{b}_c [(\hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}) - \hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_f^*)) + \\ &\quad \mathbf{b}_c (\hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}) - \hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_g^*)) u_c + \mathbf{b}_c \omega \end{aligned} \quad (6)$$

由于

$$\begin{aligned} \hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_f) - \hat{f}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_f^*) &= \\ \sum_{l=1}^m \xi^l(x) (\boldsymbol{\theta}_f^l - \boldsymbol{\theta}_f^{l*}) \bar{\mathbf{X}} &= \sum_{l=1}^m \xi^l(x) \boldsymbol{\phi}_f^l \bar{\mathbf{X}} \\ \boldsymbol{\phi}_f^l &= \boldsymbol{\theta}_f^l - \boldsymbol{\theta}_f^{l*} \end{aligned}$$

同理

$$\begin{aligned} \hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_g) - \hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_g^*) &= \sum_{l=1}^m \xi^l(x) (\boldsymbol{\theta}_g^l - \boldsymbol{\theta}_g^{l*}) \bar{\mathbf{X}} = \\ \sum_{l=1}^m \xi^l(x) \boldsymbol{\phi}_g^l \bar{\mathbf{X}}, \boldsymbol{\phi}_g^l &= \boldsymbol{\theta}_g^l - \boldsymbol{\theta}_g^{l*} \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \mathbf{A}_c \mathbf{e} - \mathbf{b}_c \mathbf{g}(\mathbf{X}) u_c + \mathbf{b}_c \left(\sum_{l=1}^m \xi^l(x) \boldsymbol{\phi}_f^l \bar{\mathbf{X}} \right) + \\ &\quad \mathbf{b}_c \left(\sum_{l=1}^m \xi^l(x) \boldsymbol{\phi}_g^l \bar{\mathbf{X}} \right) u_c + \mathbf{b}_c \omega \end{aligned} \quad (7)$$

令

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \sum_{l=1}^m \boldsymbol{\phi}_f^l \times \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Gamma}_f^l)^{-1} (\boldsymbol{\phi}_f^l)^T + \sum_{l=1}^m \boldsymbol{\phi}_g^l \times \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Gamma}_g^l)^{-1} (\boldsymbol{\phi}_g^l)^T$$

由式(7), 则 V 对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \omega - \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \mathbf{g}(\mathbf{X}) u_s + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \cdot \\ &\quad \left[\sum_{l=1}^m \xi^l(x) \boldsymbol{\phi}_f^l \bar{\mathbf{X}} + \left(\sum_{l=1}^m \xi^l(x) \boldsymbol{\phi}_g^l \bar{\mathbf{X}} \right) u_c \right] + \sum_{l=1}^m \boldsymbol{\phi}_f^l \cdot \\ &\quad (\boldsymbol{\Gamma}_f^l)^{-1} (\boldsymbol{\phi}_f^l)^T + \sum_{l=1}^m \boldsymbol{\phi}_g^l (\boldsymbol{\Gamma}_g^l)^{-1} (\boldsymbol{\phi}_g^l)^T = \\ &-\frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \omega - \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \mathbf{g}(\mathbf{X}) u_s + \sum_{l=1}^m \boldsymbol{\phi}_f^l (\boldsymbol{\Gamma}_f^l)^{-1} \cdot \\ &\quad [(\boldsymbol{\phi}_f^l)^T + \boldsymbol{\Gamma}_f^l \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}}] + \sum_{l=1}^m \boldsymbol{\phi}_g^l (\boldsymbol{\Gamma}_g^l)^{-1} \cdot \\ &\quad [(\boldsymbol{\phi}_g^l)^T + \boldsymbol{\Gamma}_g^l \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}} u_c] \end{aligned} \quad (8)$$

若选取

$$(\dot{\boldsymbol{\phi}}_f^l)^T = (\dot{\boldsymbol{\theta}}_f^l)^T = -\boldsymbol{\Gamma}_f^l \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_f^l = \begin{bmatrix} \tau_{f0}^l & & \\ & \ddots & \\ & & \tau_{fn}^l \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)}$$

$$(\dot{\boldsymbol{\theta}}_f)^T = -\boldsymbol{\Gamma}_f \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}) \bar{\mathbf{X}}$$

$$(\dot{\boldsymbol{\theta}}_g)^T = -\boldsymbol{\Gamma}_g \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}) \bar{\mathbf{X}} u_c$$

$$(\dot{\boldsymbol{\phi}}_g^l)^T = (\dot{\boldsymbol{\theta}}_g^l)^T = -\boldsymbol{\Gamma}_g^l \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}} u_c$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_g^l = \begin{bmatrix} \tau_{g0}^l & & \\ & \ddots & \\ & & \tau_{gn}^l \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)}$$

即

$$(\dot{\boldsymbol{\phi}}_f^l)^T = \begin{bmatrix} \dot{a}_0^l \\ \dot{a}_1^l \\ \vdots \\ \dot{a}_n^l \end{bmatrix} = -\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \xi^l(x) \begin{bmatrix} \tau_{f0}^l \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

则得

$$\dot{a}_0^l = -\tau_{f0}^l \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \xi^l(x), \dot{a}_i^l = 0, i = 1, \dots, n$$

进而求得

$$\begin{aligned} \lambda_f^l(k+1) &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{\left(\lambda_f^l(k) + \lambda \right)^2}{\left(\sigma_f^l(k) + \sigma \right)^2} \right] \tau_{f0}^l \cdot \\ &\quad \frac{1}{\sigma_f^l(k) + \sigma} \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \xi^l(x) \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_f^l(k+1) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{\left(\lambda_f^l(k) + \lambda \right)^2}{\left(\sigma_f^l(k) + \sigma \right)^2} \right] \tau_{f0}^l \cdot \\ &\quad \frac{\lambda_f^l(k) + \lambda}{\left(\sigma_f^l(k) + \sigma \right)^2} \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \xi^l(x) \end{aligned} \quad (10b)$$

同理, 在 $\hat{g}(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_g)$ 中可求得

$$\dot{b}_0^l = -\tau_{g0}^l \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \xi^l(x) u_c, \dot{b}_i^l = 0, i = 1, \dots, n$$

$$\lambda_g^l(k+1) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{\left(\lambda_g^l(k) + \lambda \right)^2}{\left(\sigma_g^l(k) + \sigma \right)^2} \right] \tau_{g0}^l \cdot$$

$$\frac{1}{\sigma'_g(k) + \sigma} e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) u_c \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \sigma'_g(k+1) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{\left(\frac{\lambda'_g(k) + \lambda}{\sigma'_g(k) + \sigma} \right)^2}{2} \right] \tau'_{g0} \cdot \\ & \frac{\lambda'_g(k) + \lambda}{(\sigma'_g(k) + \sigma)^2} e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) u_c \end{aligned} \quad (11b)$$

因此,式(8)变为

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T \mathbf{Q} e + e^T \mathbf{P} b_c \omega - e^T \mathbf{P} b_c g(\mathbf{X}) u_s$$

将式(5)中的 u_s 代入,则

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T \mathbf{Q} e + e^T \mathbf{P} b_c \omega$$

如果 $\omega=0$,即 $\hat{f}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta}_f)$ 和 $\hat{g}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta}_g)$ 的寻优空间足够大,足以将 $f(\mathbf{X})$ 和 $g(\mathbf{X})$ 包含在该空间内,于是得到 $\dot{V} \leq 0$ 。因为模糊系统式(2)是万能逼近器,即使 ω 不为 0,也可以通过用足够复杂的 $\hat{f}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta}_f)$ 和 $\hat{g}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta}_g)$ 使得 ω 足够小。

2.3 对参数的约束

为保证 $\boldsymbol{\theta}_f \in \Omega_f, \boldsymbol{\theta}_g \in \Omega_g$,采用参数投影法:

如果参数向量 $\boldsymbol{\theta}_f$ 和 $\boldsymbol{\theta}_g$ 在约束集合内或处于约束集合边界上并向集合内移动,则使用基本自适应律(见式(10)和式(11))。反之,若参数向量在约束集合边界上并向集合外移动,则采用参数投影法来修正:

对 $\hat{f}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta}_f)$ 使用

$$(\dot{\boldsymbol{\theta}}_f^l)^T = \begin{cases} -\boldsymbol{\Gamma}_f^l e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}} \\ \mathbf{P} \{-\boldsymbol{\Gamma}_f^l e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}}\} \end{cases}$$

式中

$$(\dot{\boldsymbol{\theta}}_f^l)^T = \begin{cases} \|\boldsymbol{\theta}_f^l\| < M_f \text{ 或 } \|\boldsymbol{\theta}_f^l\| = M_f \text{ 且} \\ \quad e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) \boldsymbol{\theta}_f^{lT} \bar{\mathbf{X}} \geq 0 \\ \|\boldsymbol{\theta}_f^l\| = M_f \text{ 且 } e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) \boldsymbol{\theta}_f^{lT} \bar{\mathbf{X}} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

投影算子 $\mathbf{p}\{\ast\}$ 定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\{-\boldsymbol{\Gamma}_f^l e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}}\} = & -\boldsymbol{\Gamma}_f^l e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}} + \\ & \frac{\boldsymbol{\theta}_f^{lT} \boldsymbol{\theta}_f^l \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}}}{\|\boldsymbol{\theta}_f^l\|^2} \bar{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (13)$$

对于 $\hat{g}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta}_f)$,为了使 $\hat{g}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta}_g) > \varepsilon$,取

$$\dot{b}_0^r = \begin{cases} -\tau'_{g0} e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) u_c, & e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) u_c \leq 0 \\ 0, & e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) u_c > 0 \end{cases} \quad (14)$$

否则

$$(\dot{\boldsymbol{\theta}}_g^l)^T = \begin{cases} -\boldsymbol{\Gamma}_g^l e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}} u_c, & \text{当 } \|\boldsymbol{\theta}_g^l\| < M_g \text{ 或} \\ \quad \|\boldsymbol{\theta}_g^l\| = M_g \text{ 且 } e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) \boldsymbol{\theta}_g^{lT} \bar{\mathbf{X}} u_c \geq 0 \\ \mathbf{P}\{\boldsymbol{\Gamma}_g^l e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) \bar{\mathbf{X}} u_c\}, & \text{当 } \|\boldsymbol{\theta}_g^l\| = M_g \text{ 或} \\ \quad e^T \mathbf{P} b_c \xi^l(x) \boldsymbol{\theta}_g^{lT} \bar{\mathbf{X}} < 0 \end{cases} \quad (15)$$

2.4 系统稳定性分析

设模糊系统 $\hat{f}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta}_f)$ 和 $\hat{g}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta}_g)$ 的模糊规则如下:

R_f^l : if x_1 is A_1^l and...and x_n is A_n^l , then

$$\hat{f}(\mathbf{X}) = a_0^l, \quad l = 1, \dots, m$$

R_g^l : if x_1 is B_1^l and...and x_n is B_n^l , then

$$\hat{g}(\mathbf{X}) = b_0^l, \quad l = 1, \dots, m$$

要求模糊集满足假设 1、构造 1 那样的模糊系统,用控制律 $u = u_c + u_s$,其中 u_c 和 u_s 已经由式(5)给出,按照式(12)~式(14)的自适应律调整参数。

由于本文是把生态位的贴度作为 T-S 模糊控制的后件,其余不变,所以在系统稳定性分析上依然遵守如下理论。详见文献[15],不再赘述。

定理 1 (1) $\|\boldsymbol{\theta}_f^l\| < M_f, \|\boldsymbol{\theta}_g^l\| < M_g$;

(2) $|x(t)| \leq |y_m| + \left(\frac{2\bar{V}}{\lambda_{\min}}\right)^{\frac{1}{2}}$, 其中, λ_{\min} 是 \mathbf{P} 的最小特征根;

(3) $|u| \leq \frac{1}{g_l} (f^m(x) + |y_m^{(n)}| + |\mathbf{K}^T \mathbf{e}|) + \frac{2}{\varepsilon}$.

$\left[m \left(|y_m| + \left(\frac{2\bar{V}}{\lambda_{\min}}\right)^{\frac{1}{2}} \right) M_f + |y_m| + \|\mathbf{K}\| \left(\frac{2\bar{V}}{\lambda_{\min}}\right)^{\frac{1}{2}} \right]$;

(4) $\int_0^t |\mathbf{e}(\tau)|^2 d\tau \leq \bar{a} + \bar{b} \int_0^t |\varepsilon(\tau)|^2 d\tau$;

(5) 如果 ω 平方可积,即 $\int_0^t |\varepsilon(\tau)|^2 d\tau < \infty$, 则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\mathbf{e}(t)| = 0.$$

3 实例仿真

二维捕食系统的间接模糊自适应控制,由文献[24]知无密度制约的二维捕食的模型为

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1(a - cx_1 - bx_1^2 - h(x)) - x_2 \frac{\alpha x_1^2}{1 + \beta x_1^2} \\ \frac{dx_2}{dt} = x_2 \left(-e_d + \frac{\bar{\omega} \alpha x_1^2}{1 + \beta x_1^2} \right) \end{cases} \quad (16)$$

式中, $x_1(t)$ 为 t 时刻的食饵总数; $x_2(t)$ 为 t 时刻捕食者的总数; $a, b, c, e_d, \bar{\omega}, \alpha, \beta$ 是具有生态意义的正常数, $\bar{\omega}$ 为转化系数, e_d 表示捕食者的死亡率; $h(x)$ 是 Holling 功能反应函数; $x_2 \frac{\alpha x_1^2}{1 + \beta x_1^2}$ 是第三类 Holling 功能反应项。为了使此二维捕食系统达到理想的生态平衡,取 $h(x) = 0.001 2x_1^3, a = 1.0, b = 0.001 4, c = 0.06, e_d = 0.2, \bar{\omega} = 0.08, \alpha = 5.0, \beta = 1.2$ 时,有

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 [(1 + 1.2x_1^2)(1 - 0.06x_1 - 0.001 4x_1^2)] - \\ \quad 0.001 2x_1^4 (1 + 1.2x_1^2) - x_1^2 x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_2 (0.16x_1^2 - 0.2) + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (17)$$

为了建立输出 y 与控制器 u 的直接关系,需要对 y 求

导,经过二次求导后得

$$\ddot{y} = \ddot{x}_1 = x_1[(1 + 1.2x_1^2)(0.8 - 0.06x_1 - 0.0014x_1^2 - 0.0012x_1^3) - x_1x_2]^2 - x_1^2x_2(0.8 - 0.06x_1 + 1.3586x_1^2 - 0.0732x_1^3 - 0.00168x_1^4 - 0.00144x_1^5 - x_1x_2) + 2.3972x_1^2 - 0.2196x_1^3 - 0.00672x_1^4 - 0.0072x_1^5 - 0.06x_1 - x_1^2u \quad (18)$$

令

$$f(\mathbf{X}) = x_1[(1 + 1.2x_1^2)(0.8 - 0.06x_1 - 0.0014x_1^2 - 0.0012x_1^3) - x_1x_2]^2 - x_1^2x_2(0.8 - 0.06x_1 + 1.3586x_1^2 - 0.0732x_1^3 - 0.00168x_1^4 - 0.00144x_1^5 - x_1x_2) + 2.3972x_1^2 - 0.2196x_1^3 - 0.00672x_1^4 - 0.0072x_1^5 - 0.06x_1$$

$$g(\mathbf{X}) = -x_1^2$$

则式(18)可以写为

$$\ddot{y} = f(\mathbf{X}) + g(\mathbf{X})u \quad (19)$$

为了将本文提出的自适应模糊控制用于该系统,首先需要确定 f^u, g^u 和 g_l 的界。由文献[24]知, $0.2 < |x_1| < 5.5, 1.5 < |x_2| < 5$, 则

$$|f(x_1, x_2)| < 2.7205e + 0.03 = f^u(x_1, x_2)$$

$$0 < g_l(x_1, x_2) = 0.04 < |g(x_1, x_2)| < 30.25 = g^u(x_1, x_2)$$

可以看出, $f(x_1, x_2)$ 的取值范围比 $g(x_1, x_2)$ 的取值范围大的多,因此选 $\tau'_{f0} = 50, \tau'_{g0} = 1$ 。则选取 $M_f = 7.7, M_g = 31, \epsilon = 0.5$ 。本文提出的方法无需预先定义参考信号,而是通过个体的自适应达到各自的生态平衡, $|u| \leq 5$ 。为简便起见,设 $k_1 = 2, k_2 = 1$ (这样 $s^2 + k_1s + k_2$ 是稳定的), $\mathbf{Q} = \text{diag}(10,$

$$10)$$
。由 $\mathbf{A}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_c = -\mathbf{Q}$ 知 $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$, 则 $\lambda_{\min} = 2.93$, 得

到 $\bar{V} = 2\lambda_{\min} = 5.86$ 。取理想的 $\lambda = 0, \sigma = 1$, 则有自适应律:

$$\dot{\lambda}'_f(k+1) = -\frac{50}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(\frac{\lambda'_f(k)}{\sigma'_f(k)+1}\right)^2}{2}\right] e^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \cdot \frac{1}{\sigma'_f(k)+1} \xi^f(x)$$

$$\dot{\sigma}'_f(k+1) = \frac{50}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(\frac{\lambda'_f(k)}{\sigma'_f(k)+1}\right)^2}{2}\right] e^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \cdot \frac{\lambda'_f(k)}{(\sigma'_f(k)+1)^2} \xi^f(x)$$

$$\dot{\lambda}'_g(k+1) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(\frac{\lambda'_g(k)}{\sigma'_g(k)+1}\right)^2}{2}\right] e^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \cdot \frac{1}{\sigma'_g(k)+1} \xi^g(x) u_c$$

$$\dot{\sigma}'_g(k+1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(\frac{\lambda'_g(k)}{\sigma'_g(k)+1}\right)^2}{2}\right] e^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \cdot \frac{\lambda'_g(k)}{(\sigma'_g(k)+1)^2} \xi^g(x) u_c$$

由式(17)~式(19)得控制器:

$$u = \frac{1}{x_1} [(1 + 1.2x_1^2)(0.8 - 0.06x_1 - 0.0014x_1^2 - 0.0012x_1^3) - x_1x_2]^2 - x_2 \left(0.8 - 0.06x_1 + 1.3586x_1^2 - 0.0732x_1^3 - 0.00168x_1^4 - 0.00144x_1^5 - x_1x_2 - \frac{2}{x_1^2} \right) + 2.3972 - 0.2196x_1 - 0.00672x_1^2 - 0.0072x_1^3 + \frac{0.94}{x_1} - \frac{1}{x_1^2}$$

并设初始值 $x_1(0) = 0.3, x_2(0) = 1.0$, 则控制以后的仿真如图 1 所示。

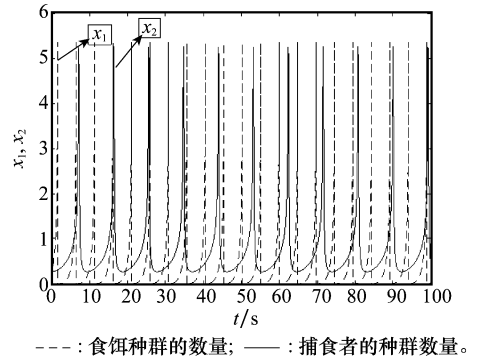


图 1 模糊控制的二维捕食系统图

4 结 论

本文将生态位的贴近度作为 T-S 型模糊规则的后件, 采用 Lyapunov 合成方法设计控制器, 并得到了后件生态位贴近度参数的自适应律, 体现了生物个体的自适应性。对变动的误差目标函数取得了很好的跟踪效果, 反映了生物个体开发和利用环境的程度, 并始终朝着适合自身发展的方向, 通过不断交互, 逐步协调与环境以及各自之间的关系, 使整个系统向前发展, 也使模糊系统具有了实际的生物意义。

参考文献:

[1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116 - 132.

[2] Qi R Y, Mietek A B. Stable indirect adaptive control based on discrete-time T-S fuzzy model[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2008, 159(8): 900 - 925.

[3] Chen C W. Stability analysis and robustness design of nonlinear systems: an NN-based approach[J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11(2): 2735 - 2742.

[4] Golea N, Golea A, Benmahammed K. Stable indirect fuzzy adaptive control[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2003, 137(3): 353 - 366.

[5] Chen C W. The stability of an oceanic structure with T-S fuzzy models [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2009, 80(2): 402 - 426.

[6] 张果, 李俊民. 基于 Lyapunov-Krasovskii 函数的模糊系统的鲁棒控

- 制[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(2): 424 - 427. (Zhang G, Li J M. Robust control of fuzzy system via fuzzy Lyapunov-Krasovskii function[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(2): 424 - 427.)
- [7] Chen B, Liu X P, Tong S C. Adaptive fuzzy output tracking control of MIMO nonlinear uncertain systems[J]. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2007, 15(2): 287 - 300.
- [8] Li L, Li Y M. The Design and stability analysis of an adaptive system based on linear T-S fuzzy system[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(6): 815 - 820.
- [9] Bernal M, Sala A, Jaadari A F. Stability analysis of polynomial fuzzy models via polynomial fuzzy Lyapunov functions[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2011, doi: 10. 1016/j. fss. 2011. 07. 008. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165011411003356>.
- [10] Ken Y, Chen Y C, Chen C W. Robustness design of time-delay fuzzy systems using fuzzy lyapunov method[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 205(2): 568 - 577.
- [11] Halima D B, Chtourou M. Robust and stable indirect fuzzy adaptive control for SISO nonlinear systems [J]. *International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices*, 2009, 9(6): 1 - 6.
- [12] Chen B, Liu X P, Liu K F, et al. Direct adaptive fuzzy control for nonlinear systems with time-varying delays[J]. *Information Sciences*, 2010, 180(5): 776 - 792.
- [13] 陈国洋, 李柠, 李少远. 一类 T-S 模糊控制系统的稳定性分析及设计[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(3): 310 - 316. (Chen G Y, Li N, Li S Y. Stability analysis and design for a class of Takagi-Sugeno fuzzy control systems[J]. *Control Theory and Applications*, 2010, 27(3): 310 - 316.)
- [14] 王宁, 孟宪尧. 输入采用一般模糊划分的 T-S 模糊控制系统稳定性分析[J]. 自动化学报, 2008, 34(11): 1442 - 1445. (Wang N, Meng X Y. Stability analysis of T-S fuzzy control system with inputs using general fuzzy partition[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(11): 1442 - 1445.)
- [15] 李永明. 模糊系统分析[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 247 - 258. (Li Y M. *Analysis of fuzzy system*[M]. Beijing: Science Press, 2005: 247 - 258.)
- [16] Chen C W, Chiang W L, Hsiao F H. Stability analysis of T-S fuzzy models for nonlinear multiple time-delay interconnected systems original research article[J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2004, 66(6): 523 - 537.
- [17] Liu X W, Zhang H B. Delay dependent robust stability of uncertain fuzzy large-scale systems with time varying delays[J]. *Automatica*, 2008, 44(1): 193 - 198.
- [18] Phan P A, Gale T. Two-mode adaptive fuzzy control with approximation error estimator[J]. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2007, 15(5): 943 - 955.
- [19] Hyun C H, Park C W, Kim S. Takagi Sugeno fuzzy model based indirect adaptive fuzzy observer and controller design[J]. *Information Sciences*, 2010, 180(11): 2314 - 2327.
- [20] Ciliz M K. Combined direct and indirect adaptive control for a class of nonlinear systems[J]. *Control Theory and Applications*, 2009, 3(1): 151 - 159.
- [21] Juang C F, Chiang L. Zero-order TSK-type fuzzy system learning using a two-phase swarm intelligence algorithm [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2008, 159(14): 2910 - 2926.
- [22] 董亚丽. 一类非线性系统观测器设计的新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(1): 153 - 157. (Dong Y L. New methodology for observer design of a class of nonlinear systems[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(1): 153 - 157.)
- [23] Boulkroune A, Tadjine M, Saad M M, et al. How to design a fuzzy adaptive controller based on observers for uncertain affine nonlinear systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2008, 159(8): 926 - 948.
- [24] 李淑萍. 两个功能性生态系统的动力学行为分析及控制[D]. 镇江: 江苏大学, 2005. (Li S P. Dynamical behavior analysis and control of two functional ecosystem[D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2005.)