

基于 PO 和 EEC 的特征基函数快速构造方法

侯兆国^{1,2}, 王超², 董纯柱^{1,2}, 殷红成^{1,2}

(1. 中国传媒大学信息工程学院, 北京 100024; 2. 电磁散射重点实验室, 北京 100854)

摘要: 特征基函数的构造是特征基函数方法(characteristic basis function method, CBFM)的关键步骤之一, 传统的 CBF 构造方法(construction of characteristic basis functions, CBFs)是在子区域上应用矩量法(method of moment, MoM), 因此需要消耗大量的计算时间。为降低构造过程的计算量, 提高电大目标电磁散射的计算效率, 提出了基于高频近似方法的特征基函数快速构造方法, 针对边缘效应引入了等效边缘流(equivalent edge currents, EEC)修正, 可以在保持算法通用性的同时显著提高包含边缘结构的目标散射计算精度。数值结果验证了方法的正确性及高效性。

关键词: 雷达散射截面; 特征基函数方法; 特征基快速构造; 等效边缘流方法

中图分类号: TN 011

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.07.06

Fast characteristic basis functions construction procedure based on the PO and EEC method

HOU Zhao-guo^{1,2}, WANG Chao², DONG Chun-zhu^{1,2}, YIN Hong-cheng^{1,2}

(1. Information Engineering School, Communication University of China, Beijing 100024, China;

2. Science and Technology on Electromagnetic Scattering Laboratory, Beijing 100854, China)

Abstract: As a key step of characteristic basis function method (CBFM), the construction of characteristic basis functions (CBFs) is an extremely time-consuming procedure, in which the method of moment (MoM) is applied on the sub-block. To reduce the CPU time consumption of the scattering computation for electrically large target, a fast CBFs construction method based on high-frequency approximation is presented. In this method, the equivalent edge currents (EEC) method is introduced to deal with the edge diffraction, which can evidently improve the computation precision of scattering by target with edge structure. The accuracy and efficiency of this method are verified by the numerical results.

Keywords: radar cross section (RCS); characteristic basis function method (CBFM); fast CBF construction; equivalent edge currents (EEC) method

0 引言

基于电磁场积分方程的矩量法(method of moment, MoM)^[1]已被广泛地应用于散射和辐射问题的求解。随着目标电尺寸的增大, 传统 MoM 对存储量和计算时间的需求迅速增长, 严重限制了 MoM 的计算规模, 因此如何扩展传统 MoM 的计算规模并降低其计算复杂度一直是相关领域的研究热点。特征基函数方法(characteristic basis function method, CBFM)^[2-3]是利用域分解技术压缩矩量法阻抗矩阵的一种直接求解方法。在保持 MoM 的高精度和直接求解特性的同时, 该方法可有效降低传统 MoM 的存储量和计算量需求, 提出后引起了广泛关注^[4-7], 同时出现了一些有针对性的改进^[8-10]。

CBFM 的基本思想是将求解域划分为若干子区域, 每个子区域均包含一组矩量法底层基函数(本文采用 RWG 基函数)。然后在每个子区域上定义一组由该子区域上所有矩量法底层基函数所组成的宏观基函数, 称之为特征基函数(characteristic basis function, CBF), 用于描述该子区域上的未知量的解空间。构造 CBF 时, 通过在预先划分好的各子区域的周围定义一组沿着不同的角度入射到该子区域的平面波激励, 其数目不少于该子区域上的自由度^[11-12], 然后分析这一组平面波激励在该子区域上形成的电流密度分布, 将这些电流密度分布看成一个向量组, 通过对这一组由电流密度向量按列排列所构成的矩阵执行奇异值分解过程(singular value decomposition, SVD), 并选取适当的阈值按照各列向量所对应的奇异值对分解后的矩阵进行截

断,从而生成一组能代表该子区域解空间的正交归一化 CBF。在完成 CBF 的构造之后,以子区域为单位进行 Galerkin 检验过程即可确定出各子区域上的耦合系数。

考虑到构造 CBF 的目的是构建各子区域的解空间,而精确的结果将在随后的以子区域为单位进行 Galerkin 检验过程中确定,并且解空间因微小误差而引起的偏移也能在 Galerkin 检验过程中得到自动矫正,因而在这一阶段分析平面波激励在子区域上形成的电流密度分布时可以采用近似方法以提高计算效率。对于表面光滑的目标可以在子区域上应用物理光学法(physical optics, PO)替代 MoM 来建立 CBF。然而对于包含有边缘结构的散射目标,利用 PO 近似的 CBFM 在求解散射问题时在一些散射方向上计算精度较差。针对这一问题,Delgado 等人^[13]提出划分专门的子区域以处理边缘效应,得到了较为理想的结果,然而该方法依赖于人工干预子区域划分过程,缺乏通用性。本文在 PO 的基础上进一步引入了等效边缘流(equivalent edge currents, EEC)^[14-15],提出了基于 PO 和 EEC 的 CBF 快速构造方法,对于包含边缘结构的目标能得到较为理想的结果。数值结果验证了本文方法的正确性和高效性。

1 基于 PO 的 CBF 快速构造

在 CBFM 中,各子区域上的未知电流密度可以用 CBF 线性展开,即

$$\mathbf{J}_i = \sum_{k=1}^K \alpha_i^k \hat{\mathbf{J}}_i^k \quad (1)$$

式中, $\hat{\mathbf{J}}_i^k$ 为定义在子区域 k 上的 CBF; α_i^k 为相应的展开系数。显然,为了保证计算精度,必须要求基函数 $\hat{\mathbf{J}}_i^k$ 是完备的。为了构造子区域 i 上的一组完备 CBF,需要在子区域 i 周围设置一组沿方向角 (θ, ϕ) 入射且包含两种极化的平面波激励,其中 θ 和 ϕ 分别有 N_θ 和 N_ϕ 个不同的取值,即共有 $2N_\theta N_\phi$ 个平面波激励项,记为 $\mathbf{V}_i^{\text{PWs}}$ 。这些激励项在子区域 i 上所产生的电流密度分布满足

$$\mathbf{Z}_i^e \mathbf{J}_i^e = \mathbf{V}_i^{\text{PWs}} \quad (2)$$

式中,上标 e 表示为了消除子区域边界上出现的电流不连续性,而将子区域向四周按照设定的距离 Δ (一般取 $\Delta=0.2\lambda \sim 0.4\lambda$) 进行扩展; \mathbf{Z}_i^e 为扩展后的子区域 i 上的自阻抗矩阵; \mathbf{J}_i^e 为前述激励项的响应矩阵。为保证算法的普遍适用性,此处所设置的激励项数目总是远远超过相应子区域的自由度^[11-12],因而其中包含有大量冗余信息, \mathbf{J}_i^e 不宜直接用作 CBF。为消除冗余并得到子区域的自由度,对 \mathbf{J}_i^e 进行 SVD,即

$$\mathbf{J}_i^e = \mathbf{U}\mathbf{W}\mathbf{V}^T \quad (3)$$

式中, \mathbf{U} 为列正交矩阵; \mathbf{W} 为对角矩阵,其对角元是 \mathbf{J}_i^e 的奇异值。选择合适的阈值(一般取 $\epsilon=10^{-3}$)作为参考,将矩阵 \mathbf{U} 中那些对应的归一化奇异值小于 ϵ 的列向量丢弃。设矩阵 \mathbf{U} 中剩余的列向量数目为 K_i ,则这 K_i 个正交列向量在截去属于扩展部分的元素后成为子区域 i 上的一组完备正交 CBF,记为 $\mathbf{J}_i^{\text{CBFs}}$ 。矩阵 $\mathbf{J}_i^{\text{CBFs}}$ 中第 k 个列向量记为 $\hat{\mathbf{J}}_i^k$,表示第 i 个子区域上的第 k 个 CBF。

当目标电尺寸较大时,式(2)中的方程虽可直接利用 LU 分解进行求解,然而需要消耗大量时间。考虑到构造 CBF 的目的是构建子区域上的解空间,因而对于式(2)的求解可进行适当的近似处理,以节约计算时间,此处引入的误差在求解压缩后的耦合矩阵时会自动通过耦合系数予以修正,因而仍然能得到正确的结果。如采用 PO 解代替矩量法分析式(2)时,对于表面光滑的目标可得到非常理想的精度,而计算时间大大减少。图 1 给出基于高频近似的快速 CBF 构造方法的计算时间与传统方法的比较,由图可知快速构造方法随子区域中未知量数目的变化呈线性关系,大大降低了 CBF 构造过程中的时间消耗。图 2 给出标准杏仁体在 9.92 GHz 时方位面单站雷达散射截面(radar cross section, RCS)水平极化结果,图为使用传统 CBF 构造方法与快速构造方法的结果对比以及相应的绝对误差曲线,其中快速构造方法中仅使用了 PO 解,可以看出对于表面光滑的目标,只需使用 PO 近似即可得到较为精确的结果。然而对于实际复杂目标,在各子区域中一般都包含边缘结构,本文针对此类结构改进了 CBF 构造过程,在保持计算速度的同时可大大改善计算精度,并且避免了其他方法中子区域的划分需针对目标结构做特殊处理的不足。

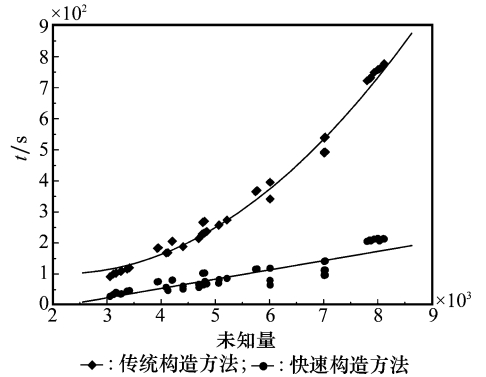


图 1 基于高频近似的 CBF 构造方法与传统方法计算时间比较

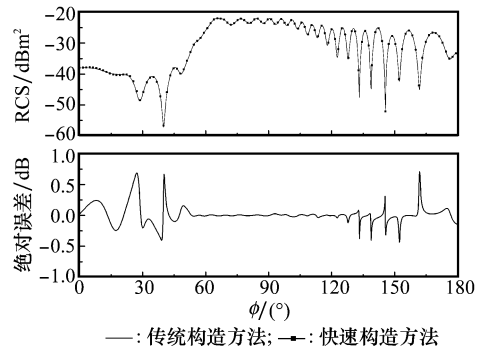


图 2 标准杏仁体单站 RCS 计算结果与误差分析

2 引入 EEC 的 CBF 快速构造

对于包含有边缘结构的散射目标,PO 近似不能描述该结构对感应流所产生的影响,这导致最终经分解耦合矩阵

求得的单站散射结果在一些方向上精度变差。PO 方法只考虑了目标表面可见区域的感应流,无法处理由表面法向不连续性引起的边缘绕射,使得在子区域中存在边缘时,由于表面感应流精度下降导致 PO 方法所构造的特征基函数完备性变差。本文针对具有边缘结构的目标引入了 EEC 对 PO 电流进行了修正,在保持计算效率的同时提高了计算精度,并且保持了目标子区域可自由划分的特性。

如图 3 所示,设边缘上的等效边缘电磁流为 I^f 和 M^f , 则由其产生的 EEC 绕射磁场最终可表示为

$$\mathbf{H}_d^{\text{EEC}}(\mathbf{r}) = \Omega(\mathbf{r}) \frac{jk e^{-jRk \cdot \hat{s}}}{4\pi Z_0 R} \int_{l'} \left\{ Z_0 \hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{s}} \left(1 + \frac{1}{jkR} \right) I_f(\mathbf{r}') + \left[\hat{\mathbf{s}} \times (\hat{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{i}}) \left(1 + \frac{1}{jkR} - \frac{1}{k^2 R^2} \right) + \frac{2}{jkR} \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{s}} \hat{\mathbf{s}} \left(1 + \frac{1}{jkR} \right) \right] M_f(\mathbf{r}') \right\} d\mathbf{r}' \quad (4)$$

式中, $\hat{\mathbf{i}}$ 为边缘正向单位矢量; $\hat{\mathbf{s}} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}') / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ 为散射方向单位矢量; $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ 为场点到绕射点的距离。而其中等效边缘电磁流 I^f 和 M^f 可分别表示为^[14]

$$I_1^f = \frac{2j}{k \sin \beta'} \frac{1/N}{\cos(\varphi'/N) - \cos[(\pi - \alpha)/N]} \left\{ \frac{\sin(\varphi'/N)}{\eta_0 \sin \beta'} \hat{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{E}_i + \frac{\sin[(\pi - \alpha)/N]}{\sin \alpha} \cdot (\mu \cot \beta' - \cot \beta' \cos \varphi) \hat{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{H}_i \right\} - \frac{2j \cot \beta'}{kN \sin \beta'} \hat{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{H}_i - \frac{2jU(\pi - \varphi')}{k \sin \beta' (\cos \varphi' + \mu)} \left[\frac{\sin \varphi'}{\eta_0 \sin \beta'} \hat{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{E}_i - (\cot \beta' \cos \varphi' + \cot \beta' \cos \varphi) \hat{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{H}_i \right] \quad (7)$$

$$M_1^f = \frac{2j\eta_0 \sin \varphi}{k \sin \beta' \sin \beta} \frac{(1/N) \sin[(\pi - \alpha)/N] \csc \alpha}{\cos[(\pi - \alpha)/N] - \cos(\varphi'/N)} \hat{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{H}_i - \frac{-2j\eta_0 \sin \varphi U(\pi - \varphi')}{k \sin \beta' \sin \beta (\cos \varphi' + \mu)} \hat{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{H}_i \quad (8)$$

式(7)和式(8)中, $N\pi$ 为边缘外劈角; $U(x)$ 为单位阶跃函数,而

$$\alpha = \arccos \mu = -j \ln(\mu + j\sqrt{1 - \mu^2})$$

$$\mu = (\sin \beta' \sin \beta \cos \varphi + \cos \beta' \cos \beta - \cos^2 \beta') / \sin^2 \beta' \quad (9)$$

在式(7)和式(8)中应用代换

$$\hat{\mathbf{i}} \rightarrow -\hat{\mathbf{i}}, \beta \rightarrow \pi - \beta, \beta' \rightarrow \pi - \beta'$$

$$\varphi \rightarrow N\pi - \varphi, \varphi' \rightarrow N\pi - \varphi' \quad (10)$$

就可得 I_2^f 和 M_2^f 。以上各式中出现的角度 β, β', φ 及 φ' 的定义如图 3 所示。

将由式(4)中等效边缘流在目标表面所产生的感应电流叠加至 PO 电流项即可得到修正后的表面电流

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}^{\text{PO}} + \mathbf{J}_d^{\text{EEC}} = \mathbf{J}^{\text{PO}} + \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_d^{\text{EEC}} \quad (11)$$

将式(11)所示面元电流转换为边电流后即可代替式(2)结果用于特征基函数的快速构造过程。注意到只有那些处于边缘结构附近(一般取 $0.5\lambda \sim \lambda$)的电流项才需要做上述修正,因而该方法在计算时所附加的计算时间很少。并且此处的修正方法无需调整构造 CBF 时的平面波激励密度,因而不会引起 CBF 数目的大量增加,从而保证了耦合矩阵的压缩比。

与文献[13]中所述方法要求人为在边缘附近划分单独子区域不同,上述基于 PO 及 EEC 的 CBF 快速构造方法对于子区域的划分方式没有任何特殊要求,能够通过面元夹角

$$I^f = I_1^f - I_2^f \quad (5)$$

$$M^f = M_1^f - M_2^f \quad (6)$$

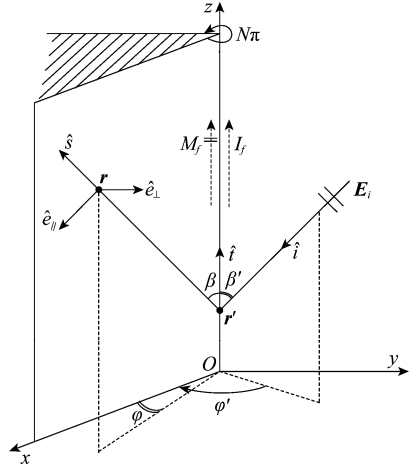


图 3 等效边缘流示意图

式中, I_1^f 和 M_1^f 如式(7)和式(8)所示。

3 数值结果

为验证上述 CBF 快速构造方法中对边缘效应的修正效果,本文按上述方法修正原算法并进行了数值计算分析。

计算示例所用目标模型如图 4 所示,为一金属圆盘,水平放置于 X-Y 平面内。其直径为 1 m,厚度为 3 mm。分别计算了 3 GHz 时入射角度为 $\phi_i = 0^\circ, \theta_i = 60^\circ \sim 120^\circ$ 的单站 RCS。频率为 3 GHz 时,圆盘直径为 10λ ,采用 RWG 基函数作为基础基函数,离散后产生 46 044 个未知量。应用 CBFM 时将目标划分为 9 个子区域,其中除了位于中央的无边结构外其余子区域都包含边缘。经子区域扩展后每个子区域平均包含约 6 000 个未知量。在构造 CBF 时,平面波激励入射角度间隔取为 $\Delta\theta = \Delta\phi = 10^\circ$ (1 368 个),分别利用传统构造方法和文中所述快速方法进行了对比。在利用快速构造方法时,SVD 阈值取 $\epsilon = 1 \times 10^{-2}$,EEC 修正范围取为 0.5 λ ,各子区域所生成的 CBF 数目平均约为 270,所生成的耦合矩阵阶数为 2 416,CBF 构造过程共消耗中央处理单元(central processing unit, CPU)时间 1 865 s,各子区域平均约为 207 s。利用传统方法时,SVD 阈值选取 $\epsilon = 1 \times 10^{-3}$,各子区域所生成的 CBF 数目平均为 260,所生成的耦合矩阵阶数为 2 338,CBF 构造过程共消耗 CPU 时间 5 263 s,各子区域平均约为 585 s。

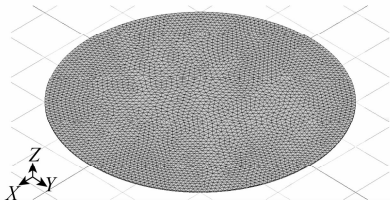


图 4 金属圆盘目标姿态示意图

图 5 给出了上述圆盘模型在 3 GHz 时的计算结果。图中提供了三条结果曲线,分别对应于本文所述快速方法、无 EEC 修正的快速构造方法以及参考结果。不难看出,仅用 PO 的快速构造方法的结果与传统方法有明显的差异,在俯仰角为 90°时误差达 2 dB;而引入 EEC 修正后的结果与传统方法比较吻合,误差基本在 0.6 dB 以内,即使在俯仰角为 90°时也只有 0.7 dB 的误差,计算精度得到了显著改善。

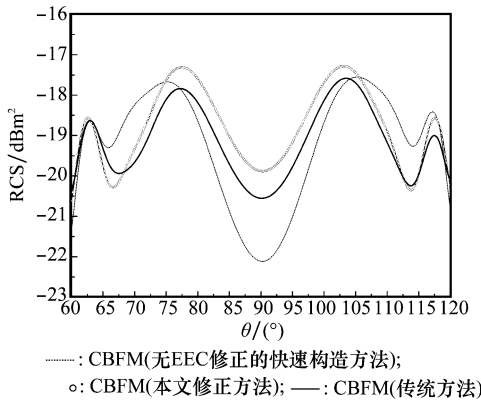


图 5 金属圆盘目标水平极化单站 RCS 计算结果

图 6 给出了上述圆盘模型在入射俯仰角为 73°时的双站 RCS 的均方根误差统计曲线,计算频率为 3 GHz,所参照的标准结果为传统 CBFM 计算结果。由图可见,与仅用 PO 电流的快速构造方法相比,利用本文所述构造方法将计算结果的整体误差水平从 10⁻² 降低到 10⁻³。

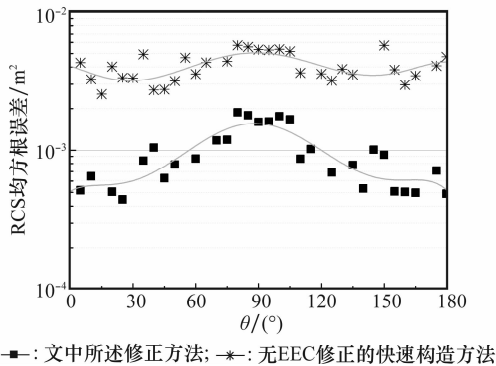


图 6 金属圆盘目标水平极化双站 RCS 计算结果均方根误差曲线
为进一步验证本文方法的有效性,应用本文方法计算了边长为 1 m 的金属立方体的表面感应电流分布,计算时频率为 1 GHz,入射方向为 $\phi=45^\circ, \theta=90^\circ$,入射极化为垂直极化。

计算时,将目标划分为 8 个子区域,平面波谱角度间隔取 $\Delta\theta=\Delta\phi=10^\circ$,SVD 阈值取 $\epsilon=1\times 10^{-2}$,EEC 修正范围取为 0.5λ ,计算结果如图 7(a)所示,并与图 7(b)所示的 MoM 方法计算结果进行了对比,两者之间分区域均方根误差统计结果如图 8 所示。可以看出,在本文方法计算感应电流密度分布时误差水平维持在 10⁻⁴ 量级,能够较为准确地得出目标表面感应电流密度分布。

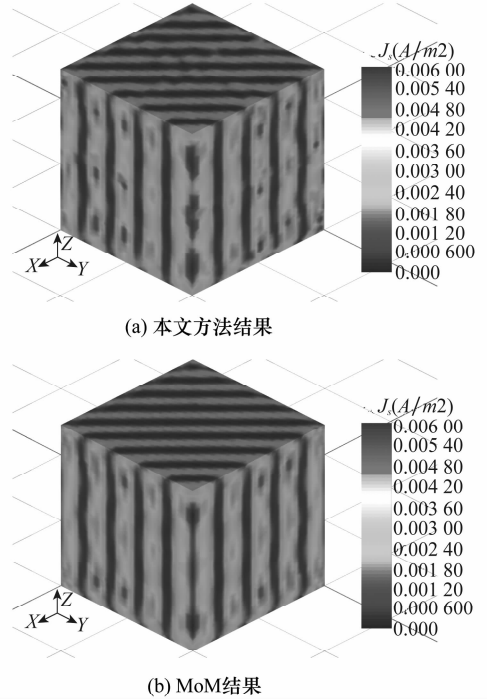


图 7 金属立方体目标表面感应电流密度分布图

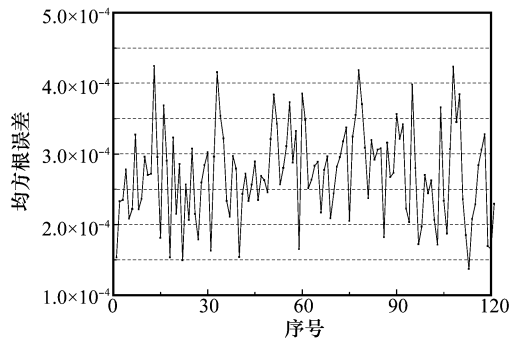


图 8 本文方法与 MoM 的分区域均方根误差统计结果

4 结 论

针对 CBF 构造过程,分析了在包含有边缘结构的子区域上应用 PO 近似方法时出现误差的原因,相应地提出了引入 EEC 进行修正的快速 CBF 构造方法,计算结果得到了明显的改进,且只增加了很小的额外计算量,子区域的划分相对自由。数值结果表明了文中所述修正方法的正确性和高效性。