

基于 LFT-LPV 结构的导弹自动驾驶仪降保守性设计*

王明昊¹, 刘刚¹, 何志昆¹, 杨述华²

(1 第二炮兵工程大学, 西安 710025; 2 第二炮兵驻 211 厂军事代表室, 北京 100076)

摘要:针对一类导弹纵向运动模型,提出了一种基于全块比例矩阵的 LFT-LPV 系统降保守性输出反馈控制器的设计方法。首先在感兴趣的飞行区域内通过数据拟合得到系统模型的 LFT-LPV 表示,利用 S-过程,通过选择具有特定结构的全块比例矩阵避免需要在所有可能的变参数轨迹上求解无穷个 LMIs 的问题,同时推导出满足 LFT-LPV 系统性能指标的输出反馈控制器的设计方法。最后的仿真结果验证了方法的有效性。

关键词:线性变参数;线性分式变换;全块比例矩阵;输出反馈;线性矩阵不等式

中图分类号:TJ765.23 **文献标志码:**A

Reduction of Conservatism in Missile Autopilot Based on LFT-LPV

WANG Minghao¹, LIU Gang¹, HE Zhikun¹, YANG Shuhua²

(1 The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China;

2 The Second Artillery Military Representative Office in No.211 Factory, Beijing 100076, China)

Abstract: According to a class of longitudinal model of missile, an output feedback controller design methodology of LFT-LPV system based on full block scaling matrix is proposed which reduce the conservatism effectively. Firstly, the system nonlinear model is transformed into a LFT-LPV form by data fitting in the interested working region. Then, using S-Procedure, full block scaling matrix with a specific configuration is chosen to satisfy the inequality, avoid solving a infinite numbers of LMIs on the trajectory of all possible varying parameters, and then give the method of the output feedback controller design which can satisfy the given performance target based on LFT-LPV system. Finally, the digital simulation results prove the availability of the proposed method.

Keywords: linear parameter system; linear fractional transformation; full block scaling matrix; output feedback; LMI

0 引言

线性变参数(linear parameter varying, LPV)系统是上世纪90年代提出的一类特殊的线性时变系统。在LPV系统的控制器设计中,不需要知道系统中变参数的具体值,只需要知道其变化范围且实时可测或者可以在线估计即可。基于LPV系统的变增益控制方法设计出的控制器仅依赖于调度参数,其闭环系统的稳定性可以从理论上得到证明^[1]。

线性分式变换(linear fractional transformation, LFT)是继传递函数和状态空间表达式之后的一种新的被控对象描述手段,广泛的应用于系统的分析与综合中。Doyle、Packard等学者甚至认为采用LFT对系统进行分析控制器设计是控制理论进入后现代时代的重要标志之一。基于LFT-LPV结构系统的鲁棒变增益控制,其实质就是将变参数视为系统的不确定性,将问题转化为块重复不确定下的经典鲁棒控制问

题,从而采用小增益定理得以解决^[2]。

文献[3]中,将LPV系统表示成关于变参数的LFT结构,利用变参数的测量值设计具有相同LFT结构的 H_∞ 控制器并给出了控制器可解的LMIs条件;文献[4]中使用该方法针对一类平面两关节直接驱动机器人设计了变增益控制器。但是在这种方法中,对比例矩阵(scaling matrix)的结构做了较大的约束,要求为对应重复不确定块的对角结构,产生了较大的保守性。文中针对一类通用的导弹纵向运动模型,采用S-过程(S-Procedure)和全块比例矩阵(full block scaling matrix, FBSM),放松了对比例矩阵结构上的约束,降低了控制器设计的保守性。

1 导弹的 LFT-LPV 建模

以参考文献[5]中导弹纵向短周期扰动运动简化模型为例,其状态空间方程为:

* 收稿日期:2012-09-26

基金项目:国家自然科学基金(61132008)资助

作者简介:王明昊(1984-),男,山东滕州人,博士研究生,研究方向:LPV系统控制。

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_y \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_f & Z_{\dot{\varphi}} \\ M_f & M_{\dot{\varphi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_y \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{\delta} \\ M_{\delta} \end{bmatrix} \delta_z \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_y \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: f_y 和 $\dot{\varphi}$ 分别为导弹的法向加速度和俯仰角速度, δ_z 为舵偏角。 $Z_f, Z_{\dot{\varphi}}, M_f, M_{\dot{\varphi}}, Z_{\delta}, M_{\delta}$ 均为动力系数, 其定义可参考文献[5]。

导弹的动力学特性主要取决于飞行速度 v 和高度 H , 将其作为系统的时变参数, 并假设在如下范围内变化:

$$\begin{aligned} v &\in [600\text{m/s}, 1200\text{m/s}] \\ H &\in [100\text{m}, 6000\text{m}] \end{aligned} \quad (3)$$

为了便于处理, 对其进行归一化处理得到:

$$\begin{cases} v = 900 + 300\delta_v & \delta_v \in [-1, 1] \\ H = 3050 + 2950\delta_H & \delta_H \in [-1, 1] \end{cases} \quad (4)$$

将式(1)中的各动力系数拟合得到关于速度和高度的多项式函数后, 得到系统的 LPV-LFT:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \end{bmatrix} = F_u(\mathbf{P}, \Theta) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: \mathbf{P} 为已知的增广 LTI 系统; Θ 表示由变换得到的不确定性块对角矩阵, 反映了变参数 θ 是如何影响系统的动态特性的, 可由下式表示:

$$\Theta = \text{blockdiag}(\theta_1 I_{r_1}, \dots, \theta_k I_{r_k}) \quad (6)$$

控制器设计的要求为确定一个具有如下 LFT 形式的控制器:

$$u = F_l(\mathbf{K}, \Theta)y \quad (7)$$

使得在所有的变参数轨迹上系统内稳定, 且从干扰 w 到被控输出 q 的诱导 L_2 范数 $\|T(\mathbf{P}, \mathbf{K}, \Theta)\|_{\infty} < \gamma$, 其中:

$$T(\mathbf{P}, \mathbf{K}, \Theta) = F_l(F_u(\mathbf{P}, \Theta), F_l(\mathbf{K}, \Theta)) \quad (8)$$

2 LFT-LPV 控制器设计

考虑如下 LPV 系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\theta(t))x + B(\theta(t))w \\ z = C(\theta(t))x + D(\theta(t))w \end{cases} \quad (9)$$

由二次稳定性的概念, 上述系统稳定当且仅当在所有变参数可能的轨迹上, 存在一个正定对称矩阵满足:

$$\begin{bmatrix} A^T(\theta)X + XA(\theta) & XB(\theta) & C^T(\theta) \\ B^T(\theta)X & -\gamma I & D^T(\theta) \\ C(\theta) & D(\theta) & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

由 Schur 补, 上式等价为:

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ A(\theta) & B(\theta) \\ 0 & I \\ C(\theta) & D(\theta) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & X & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma I & 0 \\ * & * & * & \gamma^{-1} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ A(\theta) & B(\theta) \\ 0 & I \\ C(\theta) & D(\theta) \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

引理 1: 考虑如下式所示 LFT 系统:

$$F(\theta) = F \left(\begin{bmatrix} F_A & F_B \\ F_C & F_D \end{bmatrix}, \Delta(\theta) \right), \theta \in \Theta \quad (12)$$

式中 Δ 为传统意义上的不确定矩阵块。

假设 T 为对称矩阵, 则不等式 $F^T(\theta)TF(\theta) < 0$ 对于所有的 θ 都成立, 并且 $F(\theta)$ 适定 (即对所有的 θ , $I - F_D\Delta(\theta)$ 非奇异), 当且仅当存在一个对称比例矩阵 $\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}$, 使得下列 LMIs 成立:

$$\begin{bmatrix} F_A & F_B \\ 0 & I \\ F_C & F_D \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T & 0 & 0 \\ 0 & Q & S \\ 0 & S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_A & F_B \\ 0 & I \\ F_C & F_D \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta(\theta) \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta(\theta) \\ I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (14)$$

假设 LFT 系统式(5) 具有如下的表示形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z_{\theta} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_{\theta} & B_w \\ C_{\theta} & D_{\theta} & D_{\theta w} \\ C_z & D_{w\theta} & D_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w_{\theta} \\ w \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$w_{\theta} = \Delta(\theta)z_{\theta}$$

则由式(5)、式(11) 和引理 1, 得到如下定理:

定理 1: 考虑如式(9) 所示 LPV 系统, 如果存在一个对称矩阵 X , 对称矩阵 Q, R 以及矩阵 S 使得式(14) 和式(16) 同时成立, 则系统内稳定, 并且具有 H_{∞} 性能 γ 。

$$\begin{bmatrix} A^T X + XA & XB_w & XB_{\theta} + C_{\theta}^T S^T & C_z^T & C_{\theta}^T \\ * & -\gamma I & D_{\theta w}^T S^T & D_w^T & D_{\theta w}^T \\ * & * & Q + D_{\theta}^T S^T + S D_{\theta} & D_{w\theta}^T & D_{\theta}^T \\ * & * & * & -\gamma I & 0 \\ * & * & * & * & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

由式(14) 可以看到, 若要满足其成立, 需要验证在变参数 θ 所有可能的轨迹上都成立, 这是不可能实现的, 为此, 限定比例矩阵 $\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}$ 的结构使其自成立。对于每一个变参数 θ_i , 有下式成立:

$$\begin{bmatrix} \theta_i I \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_i I \\ I \end{bmatrix} = \theta_i^2 Q + R + \theta_i(S^T + S) \quad (17)$$

文献[6]中,对比例矩阵块做了如下约束: $S^T + S = 0$ 和 $R + Q = 0$ 。为了降低保守性,令 $S^T + S = 0, Q \geq 0, R \geq 0$, 则式(17)恒大于等于 0, 即式(14)恒成立。

考虑如下 LFT-LPV 结构的系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z_\theta \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_\theta & B_1 & B_2 \\ C_\theta & D_{\theta\theta} & D_{\theta 1} & D_{\theta 2} \\ C_1 & D_{1\theta} & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{2\theta} & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w_\theta \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$w_\theta = \Delta(\theta) z_\theta$$

设计的鲁棒变增益控制器与系统具有相同的结构,将控制器代入 LPV 系统中,得到闭环系统为如下形式:

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_K \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} z_K \\ z_\theta \end{pmatrix} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B}_\theta & \bar{B}_w \\ \bar{C}_\theta & \bar{D}_\theta & \bar{D}_{\theta w} \\ \bar{C}_z & \bar{D}_{w\theta} & \bar{D}_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_K \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} w_K \\ w_\theta \end{pmatrix} \\ w \end{bmatrix} \quad (19)$$

由定理 1,可以得到如下结论。

定理 2:LFT-LPV 系统式(18)存在输出反馈控制器,使得闭环系统内稳定,其具有 H_∞ 性能 γ 的充分条件为存在对称正定矩阵 L, J , 分块比例矩阵 $\bar{Q}_2, \bar{S}_2, \bar{R}_2$ 以及 $\bar{Q}_2, \bar{S}_2, \bar{R}_2$, 在变参数 θ 的所有轨迹上满足矩阵不等式(20)、(21)和(22)。

$$\Psi^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ * & -\gamma I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{Q}_2 & 0 & 0 & \bar{S}_2 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \gamma^{-1} I & 0 \\ * & * & * & * & * & \bar{R}_2 \end{bmatrix} \Psi < 0 \quad (20)$$

$$\Lambda^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ * & -\gamma I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{Q}_2 & 0 & 0 & \bar{S}_2 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \gamma^{-1} I & 0 \\ * & * & * & * & * & \bar{R}_2 \end{bmatrix} \Lambda < 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} L & I \\ I & J \end{bmatrix} > 0 \quad (22)$$

其中, Ψ, Λ, L, J 及不等式(20)和(21)中各项的具体

形式可参考文献[7]。

定理 2 给出了 LFT-LPV 系统存在输出反馈控制器使得闭环系统内稳定且具有 H_∞ 性能的一个充分条件。文献[8]中给出了构造输出反馈控制器的具体步骤。值得注意的是,文献[8]中,针对比例矩阵做了约束 $Q + R > 0$ 且 $R > 0$, 导致无法使用 LMI 优化工具箱,采用迭代 LMI 算法计算比例矩阵,而文中则选择 $Q \geq 0$ 和 $R \geq 0$, 避免了这类问题。

3 仿真实证

针对导弹的 LFT-LPV 模型,分别采用 H_∞ 方法、 μ 综合、文献[6]的算法和文中算法,对其进行仿真实证。表 1 给出了各种不同算法优化后的 γ 值。

表 1 不同方法得到的优化性能指标

方法名称	优化后的性能指标 γ
H_∞	0.854
μ	0.827
文献[6]	0.749
文中方法	0.712

由表 1 可以看出,由于 H_∞ 采用标称物理模型,构成了满足多余指标的控制系統,使得所设计的控制器过于保守,所以得到的性能指标最大。结构奇异值 μ 综合在设计控制器的过程中,考虑了不确定性的块对角结构,得到的性能指标次之。文献[6]中虽引入了比例矩阵,但是对其比例矩阵的结构有着较严格的要求,而文中算法则在此基础上放松了对比例矩阵结构上要求,故得到了最小的性能指标。

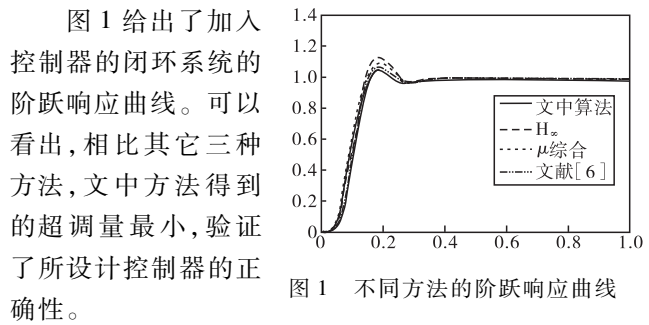


图 1 不同方法的阶跃响应曲线

4 结论

文中针对一类导弹的纵向运动模型,提出了一种基于 LFT-LPV 结构模型的输出反馈控制器设计方法。针对目前方法中,使用与重复不确定块相对应且具有对角结构的比例矩阵所带来的保守性,采用全块比例矩阵,利用 S-过程,给出了 LFT-LPV 模型的输出反馈控制器的设计方法。该方法放松了对比例矩阵结构上的约束,降低了控制器设计的保守性。最后的仿真结果证明了方法的有效性。

级,即求出各故障模式的重要度,并按照重要度从大到小的顺序进行原因分析,按照 Fussel 和 Vesely 方法^[4]求出的重要度如表 4 所示。从表中可以发现,当发控系统出现故障时,虽然有 31 种故障模式,但 M1, M2, M4, M10, M28, M29, M30 这七种故障模式是最有可能的故障原因,因此,当系统出现故障时,首先应从 M1 开始,并按照重要度由大到小的的顺序来分析确定故障部位。

表 4 最小割集的重要度

最小割集	重要度	最小割集	重要度	最小割集	重要度
M1	0.07092	M12	0.00189	M23	0.000315
M2	0.0354	M13	0.00504	M24	0.00063
M3	0.00709	M14	0.00252	M25	0.000078
M4	0.0189	M15	0.000504	M26	0.000039
M5	0.00946	M16	0.000630	M27	0.000078
M6	0.00189	M17	0.000315	M28	0.63
M7	0.00236	M18	0.000063	M29	0.315
M8	0.00118	M19	0.00236	M30	0.063
M9	0.000236	M20	0.00118	M31	0.00118
M10	0.0189	M21	0.00023		
M11	0.00946	M22	0.00063		

4 结论

文中在深入分析导弹发控系统基础上,利用故障树分析法找到了系统的主要故障模式,确定了故障定位的优先等级,为快速故障定位策略奠定了理论基础。实验表明,该方法机理清晰,可信度高,可行性好,对其他复杂系统的快速故障定位策略具有借鉴意义。

参考文献:

[1] 郭留河,赵国明. 某型车载导弹发射制导装置现场快速检测方法[J]. 装甲兵工程学院学报, 2009, 23(5): 44 - 47.

[2] 郭留河. 步兵战车导弹系统维修模拟训练系统国防科技报告[R]. 北京: 装甲兵工程学院, 2011.

[3] GJB/Z 299B - 98 电子设备可靠性预计手册[S].

[4] 孙逊. 基于 FTA 的故障诊断分析算法研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2009.

[5] 钟涛, 张为华, 王中伟. 战术导弹故障树自动建立方法研究[J]. 弹箭与制导学报, 2004, 24(5): 429 - 431.

[6] 刘吉新. 某型导弹及发射装置检测仪的设计[D]. 北京: 北京理工大学, 2010.

(上接第 3 页)

参考文献:

[1] Apkarian P, Gahinet P, Becker G. Self-Scheduled H_{∞} control of linear parameter-varying systems: A design example [J]. Automatica, 1995, 31(9): 1251 - 1261.

[2] Packard A. Gain scheduling via linear fractional transformations[J]. System and Control Letters, 1994, 22(2): 79 - 92.

[3] Apkarian P, Gahinet P. A convex characterization of gain-scheduled H_{∞} controllers[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(2): 853 - 864.

[4] 虞忠伟, 陈辉堂. 机器人 LFT 变增益 H_{∞} 控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(5): 713 - 719.

[5] 钱杏芳, 林瑞雄, 赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1999: 175 - 230.

[6] Wu F, Dong K. Robust and gain-scheduling H_2 synthesis for LFT parameter-dependent system [C]//American Con-

trol Conference, 2005: 2851 - 2856.

[7] Scherer C W. Robust mixed control and LPV control with full block scalings[J]. Recent Advance of LMI Methods in Control, 2000, 12(4): 187 - 207.

[8] 李文强, 苏涛, 杨林, 等. 基于 LFT 的鲁棒变增益控制的降保守性设计[J]. 海军航空工程学院学报, 2011, 26(5): 533 - 538.

[9] 于剑桥, 刘莉, 靳东亚, 等. 导弹线性分式变换模型及其在 H_{∞} 增益调度自动驾驶仪设计中的应用[J]. 兵工学报, 2007, 28(7): 844 - 848.

[10] 贾晓洪, 凡永华, 杨军. 气动力/直接力复合控制导弹自动驾驶仪的鲁棒稳定性分析[J]. 弹箭与制导学报, 2005, 25(4): 1 - 2.

[11] Yu J Q, Luo G C, Yin W T. Missile robust gain scheduling autopilot design using full block multipliers[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2010, 21(5): 883 - 891.