

屏蔽数据下 BurrX II 三部件串联系统的可靠性估计

张萌, 师义民, 杨扬

(西北工业大学应用数学系, 陕西 西安 710129)

摘要: 在系统失效原因被屏蔽的情形下, 讨论三部件串联系统中 BurrX II 部件的可靠性估计问题。在一般屏蔽情形下, 利用迭代法和系统简化法求解极大似然方程组, 得到部件参数近似的极大似然估计(maximum likelihood estimation, MLE); 在完全屏蔽情形下, 直接求解方程组得到参数精确的极大似然估计。同时利用贝叶斯方法分别在平方损失、LINEX 损失以及熵损失下推导出部件参数和可靠性指标的贝叶斯估计。最后通过数值仿真说明极大似然估计和贝叶斯估计效果良好, 并对二者进行了比较。

关键词: 屏蔽数据; 三部件串联系统; BurrX II 分布; 极大似然估计; 贝叶斯估计

中图分类号: O 213.2

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.01.45

Reliability estimation for BurrX II components in three-series system using masked data

ZHANG Meng, SHI Yi-min, YANG Yang

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: The reliability estimation of components with BurrX II distribution in the three-series system is investigated using masked system life data. Under general masked case, the approximate maximum likelihood estimation (MLE) of parameters is obtained by using iteration method and system simplify method to solve maximum likelihood equations, while the exact MLE is given under complete masked case. Meanwhile, the Bayes estimations of both parameters and reliabilities are obtained using squared error, LINEX and general entropy loss functions. Finally, numerical simulation results show that MLE and Bayes estimations both have a good performance, and a comparison is made between the two estimations.

Keywords: masked data; three-series system; BurrX II distribution; maximum likelihood estimation; Bayes estimation

0 引言

在可靠性分析中, 人们常通过对系统寿命数据的分析来估计系统各组成部件的可靠性, 因为这样得出的估计更能反映部件在系统大环境下实际运行的能力^[1]。理想的系统寿命试验数据既包含系统的失效时间, 还包含引起系统失效的部件的确切信息。然而在实际中, 由于试验经费、时间、设备以及技术的限制, 人们往往只能将引起系统失效的原因归咎于某些部件的集合, 而无法确定究竟是其中哪个部件。这样的寿命试验数据就称为屏蔽数据。

BurrX II 是一种非常重要的分布, 目前在航空航天等诸多领域得到了广泛的应用, 因而对该分布的研究具有相当重要的意义。国内外基于屏蔽数据的系统部件可靠性分析

已有一些研究。文献[2]讨论了 Pareto 分布两部件串联系统中元件参数和可靠度函数的极大似然估计(maximum likelihood estimation, MLE)和贝叶斯估计, 而 Pareto 分布只是一种特殊的 BurrX II 分布^[3]。文献[4-10]讨论了串联系统中部件寿命服从指数分布、Weibull 分布以及几何分布时参数和可靠性指标的各种估计问题。文献[11]和文献[12]研究了并联系统中部件参数和可靠性指标的估计问题。Sarhan 在线性失效率^[13]和一般失效率^[14]模型下讨论了参数的 MLE 和贝叶斯估计, 文献[15]研究了失效率为指数函数的情形。但是, 对三部件串联系统中 BurrX II 部件参数和可靠性指标的估计问题未见讨论。鉴于此, 本文在屏蔽数据下, 研究串联系统部件服从 BurrX II 分布时, 部件参数及可靠性指标的极大似然估计和贝叶斯估计, 并利用

收稿日期: 2009-11-16; 修回日期: 2010-04-06。

基金项目: 国家自然科学基金(70471057); 陕西省教育厅自然科学基金(03JK065) 资助课题

作者简介: 张萌(1986-), 女, 博士研究生, 主要研究方向为应用概率统计、系统可靠性理论及应用。E-mail: zhangmeng19860518@163.com

数值模拟方法对各种估计的结果进行了比较。

1 基本假设与预备知识

假设寿命试验有 n 个相同系统参与,每个系统由 J 个不同部件串联而成,任一部件失效则系统失效。试验进行到所有系统全部失效时停止。以 T_i 表示系统 i 的寿命, T_{ij} 表示系统 i 中部件 j 的寿命,则有 $T_i = \min(T_{i1}, T_{i2}, \dots, T_{ij}, \dots, T_{iJ}) (i=1, 2, \dots, n)$ 。对每一个固定的 $j (j=1, 2, \dots, J)$, $T_{1j}, T_{2j}, \dots, T_{nj}$ 相互独立且服从参数为 (α, θ_j) 的 BurrX II 分布,其中参数 α, α 已知, θ_j 未知。 S_i 表示引起系统 i 失效的某些部件的集合。屏蔽与失效原因独立,即:对 $\forall j, k \in S_i$, 有: $p(S_i = s_i | T_i = t_i, K_i = j) = p(S_i = s_i | T_i = t_i, K_i = k)$ (其中 K_i 为系统 i 的真正失效原因)。试验观测数据为 $(t_i, S_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 。 $f_j(t)$ 表示时刻 t 第 j 个部件寿命的密度函数, $R_i(t)$ 为相应的可靠度函数。本文研究 BurrX II 三部件串联系统,即 $J=3$ 。

定理 1 两部件串联系统,部件寿命分别服从 BurrX II 分布 $Burr(\alpha, \theta_1)$ 和 $Burr(\alpha, \theta_2)$, α 已知。在上述基本假设下,参数 θ_1 和 θ_2 的 MLE 为

$$\hat{\theta}_j = n_j n [(n_1 + n_2) T]^{-1}, j = 1, 2$$

式中, $T = \sum_{i=1}^n \ln(1 + t_i^{\alpha})$; n_1, n_2 和 n_{12} 分别表示 $S_i = \{1\}$, $S_i = \{2\}$ 和 $S_i = \{1, 2\} (i=1, 2, \dots, n)$ 的数据个数, $n = n_1 + n_2 + n_{12}$ 。

证明 在基本假设以及定理条件下,似然函数为^[4]

$$L = \prod_{i=1}^n \left[\sum_{j \in S_i} f_j(t_i) \prod_{k \in S_i} \bar{F}_k(t_i) \right]$$

将 $f_j(t_i) = \theta_j \alpha t_i^{\alpha-1} (1+t_i^{\alpha})^{-(1+\theta_j)}$ 和 $\bar{F}_k(t_i) = (1+t_i^{\alpha})^{-\theta_k}$ 代入上式可求得似然方程为(其中 $\theta_j > 0, \alpha > 0$)

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j} = -T + \frac{n_j}{\theta_j} + \frac{n_{12}}{\theta_1 + \theta_2} = 0, j = 1, 2$$

式中, $T = \sum_{i=1}^n \ln(1 + t_i^{\alpha})$, 解似然方程可得参数 θ_1 和 θ_2 的 MLE 为

$$\hat{\theta}_j = [n_j + n_{12} n_j / (n_1 + n_2)] / T = n_j n [(n_1 + n_2) T]^{-1}, j = 1, 2$$

2 极大似然估计

2.1 一般屏蔽情形

此时,似然方程组为

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j} = -T + \frac{n_j}{\theta_j} + \frac{n_{12}}{\theta_1 + \theta_j} + \frac{n_{13}}{\theta_1 + \theta_k} + \frac{n_{123}}{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3} = 0 \quad (1)$$

式中, $i, j, k=1, 2, 3$ 且 $i \neq j \neq k$ 。此方程组无显式解,可用两种方法求其近似解。

2.1.1 迭代法

将似然方程组变形为

$$\theta_j = \left(n_j + \frac{n_{12} \theta_j}{\theta_1 + \theta_j} + \frac{n_{13} \theta_j}{\theta_1 + \theta_k} + \frac{n_{123} \theta_j}{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3} \right) / T$$

令 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$, 则其即为 $\theta = T(\theta)$ 形式。对方程组,采用迭代法求其近似解。迭代步骤如下:

步骤 1 选择迭代初值 $\theta^{(0)}, i=0$;

步骤 2 计算 $\theta^{(i+1)} = T(\theta^{(i)})$;

步骤 3 检验是否满足迭代终止条件 $\|\theta^{(i+1)} - \theta^{(i)}\|_1 \leq \epsilon$, 其中 $\|\theta^{(i+1)} - \theta^{(i)}\|_1 = |\theta_1^{(i+1)} - \theta_1^{(i)}| + |\theta_2^{(i+1)} - \theta_2^{(i)}| + |\theta_3^{(i+1)} - \theta_3^{(i)}|$ 。如果满足,终止迭代,则有 $\hat{\theta}_{MLE} = \theta^{(i+1)}$; 否则,令 $i=i+1$,返回步骤 2 继续迭代。

2.1.2 新的处理方法——系统简化法

该方法的主要思想是:在三部件串联系统中,将部件 2 和 3 看作一个整体,也就是一个由部件 2 和 3 串联组成的子系统,记这一子系统为部件 4,根据可靠性的知识容易得到部件 4 的寿命分布,这样系统就可以简化成由两部件 1 和 4 串联组成的系统,大大降低了研究难度。

由于把部件 2 和 3 看作一个整体,故需要对试验观测数据进行改写。改写原则如下:(1)当 S_i 为 $\{1\}$ 时不用改写;(2)当 S_i 为 $\{2\}, \{3\}$ 或 $\{2, 3\}$ 时,均将其改写成 $\{4\}$;(3)当 S_i 为 $\{1, 2\}, \{1, 3\}$ 或 $\{1, 2, 3\}$ 时,均将其改写成 $\{1, 4\}$ 。记改写后的数据为 $(t_i, T_i) (i=1, \dots, n)$, 则其中 T_i 有三种可能情形,即 $\{1\}, \{4\}$ 和 $\{1, 4\}$, 其对应的数据个数也即变为 $n_1 = n_1, n_4 = n_2 + n_3 + n_{23}, n_{14} = n_{12} + n_{13} + n_{123}$ 。由可靠性知识,部件 4 在时刻 t 的可靠度函数为: $R_4(t) = R_2(t)R_3(t) = (1+t^{\alpha})^{-(\theta_2 + \theta_3)}$, 可见部件 4 的寿命仍服从 BurrX II 分布,其参数 $\theta_4 = \theta_2 + \theta_3$ 。简化后的系统是两 BurrX II 部件组成的串联系统。

此时根据定理,可以直接得出

$$\hat{\theta}_1 = n_1 n [(n_1 + n_2 + n_3 + n_{23}) T]^{-1}$$

$$\hat{\theta}_4 = (n_2 + n_3 + n_{23}) n [(n_1 + n_2 + n_3 + n_{23}) T]^{-1}$$

$\hat{\theta}_1$ 已经估计出,下面估计 θ_2 和 θ_3 。由式(1)可得

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_2} = -T + \frac{n_2}{\theta_2} + \frac{n_{12}}{\theta_1 + \theta_2} + \frac{n_{23}}{\theta_2 + \theta_3} + \frac{n_{123}}{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3} = 0$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_3} = -T + \frac{n_3}{\theta_3} + \frac{n_{13}}{\theta_1 + \theta_3} + \frac{n_{23}}{\theta_2 + \theta_3} + \frac{n_{123}}{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3} = 0$$

由于 $\theta_4 = \theta_2 + \theta_3$, 故可以用 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_4$ 和 $\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_4$ 分别作为 $\theta_1, \theta_2 + \theta_3$ 和 $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3$ 的估计,代入上述两式中,并记 $A = T - n_{23} / \hat{\theta}_4 - n_{123} / (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_4)$, 则有

$$n_2 / \theta_2 + n_{12} / (\hat{\theta}_1 + \theta_2) = A; n_3 / \theta_3 + n_{13} / (\hat{\theta}_1 + \theta_3) = A$$

解之可得

$$\hat{\theta}_2 = \frac{(-A\hat{\theta}_1 + n_2 + n_{12} + \sqrt{(A\hat{\theta}_1 - n_2 - n_{12})^2 + 4An_2\hat{\theta}_1}) / (2A)}{\hat{\theta}_3 = \frac{(-A\hat{\theta}_1 + n_3 + n_{13} + \sqrt{(A\hat{\theta}_1 - n_3 - n_{13})^2 + 4An_3\hat{\theta}_1}) / (2A)}$$

2.2 完全屏蔽情形

记 $p_i = p\{S = \{i\} | K = i\}, p_{ij} = p\{S = \{i, j\} | K = i\}, p_{ijk} = p\{S = \{i, j, k\} | K = i\}$, 其中 $i, j, k=1, 2, 3, K$ 表示系统真正失

效原因。由屏蔽与失效原因独立这一基本假设,有

$$p_{12} = p_{21}; p_{13} = p_{31}; p_{23} = p_{32}; p_{123} = p_{213} = p_{312}$$

另外显然又有

$$\begin{aligned} p_1 + p_{12} + p_{13} + p_{123} &= 1 \\ p_2 + p_{21} + p_{23} + p_{213} &= 1 \\ p_3 + p_{31} + p_{32} + p_{312} &= 1 \end{aligned}$$

完全屏蔽情形下,即所有系统的失效原因都被屏蔽,

有: $p_1 = p_2 = p_3 = 0$, 此时由上述几式可得

$$\begin{cases} p_{12} = p_{21} = p_{13} = p_{31} = p_{23} = p_{32} \\ p_{123} = p_{213} = p_{312}; 2p_{12} + p_{123} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

满足式(2)的所有情形均称为完全屏蔽(或者无任何确切信息)。

在完全屏蔽情形下,上述系统简化法失效。此时有

$n_1 = n_2 = n_3 = 0$, 且由式(1)得似然方程组为

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j} = -T + \frac{n_{1j}}{\theta_1 + \theta_j} + \frac{n_{2j}}{\theta_2 + \theta_j} + \frac{n_{123}}{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3} = 0$$

式中, $i, j, k = 1, 2, 3$ 且 $i \neq j \neq k$ 。

注意到此时 $n = n_{12} + n_{13} + n_{23} + n_{123}$, 可解得 $\theta_j (j = 1, 2, 3)$

的 MLE 为

$$\begin{cases} \hat{\theta}_1 = nT^{-1}(n_{12} - n_{23} + n_{13}) / (n_{12} + n_{13} + n_{23}) \\ \hat{\theta}_2 = nT^{-1}(n_{12} + n_{23} - n_{13}) / (n_{12} + n_{13} + n_{23}) \\ \hat{\theta}_3 = nT^{-1}(-n_{12} + n_{23} + n_{13}) / (n_{12} + n_{13} + n_{23}) \end{cases} \quad (3)$$

特别地, 对于 $p_{12} = p_{21} = p_{13} = p_{31} = p_{23} = p_{32} = 0$ 并且 $p_{123} = p_{213} = p_{312} = 1$ 这种极端情形, 由于此时相当于没有进行失效原因诊断, 所以不予考虑。除此之外, 必然有 $p_{12} = p_{21} = p_{13} = p_{31} = p_{23} = p_{32} \neq 0$, 从而 $n_{12} + n_{13} + n_{23} \neq 0$, 因而估计式(3)是有意义的。

3 贝叶斯估计-系统简化法

假设参数 θ_1, θ_2 和 θ_3 是相互独立的随机变量, 且参数 $\theta_j (j = 1, 2, 3)$ 的先验分布是参数为 a, b 的伽玛分布, 分布密度为

$$\pi_j(\theta_j) = a^b \theta_j^{b-1} e^{-a\theta_j} / \Gamma(b), \theta_j > 0; a_j > 0; b_j > 0$$

式中, $\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数; 超参数 a, b 可由历史数据或专家经验给出。

由于传统的贝叶斯方法在计算上难以实现, 所以考虑用系统简化法来寻求近似的贝叶斯估计。仍将部件 2 和 3 看作一个整体, 记为部件 4, 则部件 4 的寿命服从参数为 (a, θ_4) 的 BurrX II 分布, 且 $\theta_4 = \theta_2 + \theta_3$ 。对数据改写后, 分如下两步进行:

步骤 1 考虑部件 1 和 4 组成的系统, 估计 θ_1 。

由 $\theta_4 = \theta_2 + \theta_3$ 可得 θ_4 的先验密度为

$$\begin{aligned} \pi_4(\theta_4) &= \int_{-\infty}^{\infty} \pi_2(\theta_2) \pi_3(\theta_4 - \theta_2) d\theta_2 = \\ &= Ae^{-a\theta_4} \int_0^{\theta_4} \theta_2^{b_2-1} e^{-a_2\theta_2} (\theta_4 - \theta_2)^{b_3-1} d\theta_2 \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $A = a_2^{b_2} a_3^{b_3} [\Gamma(b_2)\Gamma(b_3)]^{-1}$ 。对 $(\theta_4 - \theta_2)^{b_3-1}$ 进行迈克

劳林展开直至一次项: $(\theta_4 - \theta_2)^{b_3-1} \approx \theta_4^{b_3-1} + (1-b_3)\theta_4^{b_3-2}\theta_2$, 代入式(4)中可求得

$$\begin{aligned} \pi_4(\theta_4) &= Ae^{-a_2\theta_4} \theta_4^{b_2-1} \Gamma(b_2) / (a_2 - a_3)^{b_2} + \\ &= Ae^{-a_2\theta_4} \theta_4^{b_2-2} (1-b_3) \Gamma(b_2 + 1) / (a_2 - a_3)^{b_2+1} \end{aligned}$$

从而参数 θ_1 和 θ_4 的联合先验分布密度为

$$\begin{aligned} \pi(\theta_1, \theta_4) &= \pi_1(\theta_1) \pi_4(\theta_4) = B\theta_1^{b_1-1} e^{-a_1\theta_1} \theta_4^{b_2-1} e^{-a_2\theta_4} + \\ &= C\theta_1^{b_1-1} e^{-a_1\theta_1} \theta_4^{b_2-2} e^{-a_2\theta_4} \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $B = a_1^{b_1} a_2^{b_2} a_3^{b_3} [\Gamma(b_1) \Gamma(b_2) (a_2 - a_3)^{b_2}]^{-1}$; $C = a_1^{b_1} a_2^{b_2} a_3^{b_3} b_2 (1-b_3) [\Gamma(b_1) \Gamma(b_2) (a_2 - a_3)^{b_2+1}]^{-1}$ 。

对于部件 1 和 4 组成的系统, 其似然函数为

$$L_1 = W\theta_1^{n_1} \theta_4^{n_4} e^{-T(a_1\theta_1 + a_2\theta_4)} (\theta_1 + \theta_4)^{n_4} \quad (6)$$

式中, $W = \alpha^r \left(\prod_{i=1}^n t_i \right)^{r-1} e^{-T}$ 。由式(5)和式(6)可得, 参数 θ_1 和 θ_4 的联合后验分布密度为

$$\begin{aligned} \pi(\theta_1, \theta_4 | data) &= \theta_1^{n_1+b_1-1} e^{-A_1\theta_1} \theta_4^{n_4+b_2-2} e^{-A_2\theta_4} \cdot \\ &= (\theta_1 + \theta_4)^{n_4} (B\theta_1 + C)(BI_1 + CI_2)^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

式中

$$A_1 = a_1 + T; A_2 = a_2 + T; E = n_1 + b_1 + i$$

$$F = n_4 + b_3 + n_{14} - i; I_1 = \sum_{i=0}^{n_{14}} \binom{n_{14}}{i} \Gamma(E) \Gamma(F) A_1^{-E} A_2^{-F}$$

$$I_2 = \sum_{i=0}^{n_{14}} \binom{n_{14}}{i} \Gamma(E) \Gamma(F-1) A_1^{-E} A_2^{-(F-1)}$$

由式(7)得参数 θ_1 的后验边缘密度分别为

$$\begin{aligned} \pi_1(\theta_1 | data) &= \int_0^{+\infty} \pi(\theta_1, \theta_4 | data) d\theta_4 = \\ &= \theta_1^{n_1+b_1-1} e^{-A_1\theta_1} (BI_1 + CI_2)^{-1} \cdot \end{aligned}$$

$$\left[\sum_{i=0}^{n_{14}} \binom{n_{14}}{i} \theta_1^i \Gamma(F-1) A_2^{-F} (BF - B + CA_2) \right]$$

(1) 在二次损失函数 $L_1(\theta, d) \propto (d - \theta)^2$ 下, 参数的贝叶斯估计为其后验期望, 则得

$$\hat{\theta}_{BS1} = E(\theta_1 | data) = (BI_3 + CI_4) / (BI_1 + CI_2)^{-1}$$

$$\text{式中, } I_3 = \sum_{i=0}^{n_{14}} \binom{n_{14}}{i} \Gamma(E+1) \Gamma(F) A_1^{-(E+1)} A_2^{-F}; I_4 = \sum_{i=0}^{n_{14}} \binom{n_{14}}{i} \Gamma(E+1) \Gamma(F-1) A_1^{-(E+1)} A_2^{-(F-1)}.$$

若记 $\ln(1+t_0^*) = Q$, 则可靠度函数 $R_1(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\begin{aligned} \hat{R}_{BS1} &= \int_0^{+\infty} (1+t_0^*)^{-a_1} \pi_1(\theta_1 | data) d\theta_1 = \\ &= \int_0^{+\infty} e^{-a_1 \ln(1+t_0^*)} \pi_1(\theta_1 | data) d\theta_1 = (BR_1 + CR_2) / (BI_1 + CI_2)^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{式中, } R_1 = \sum_{i=0}^{n_{14}} \binom{n_{14}}{i} \Gamma(F) \Gamma(E) (A_1 + Q)^{-E} A_2^{-F}; R_2 = \sum_{i=0}^{n_{14}} \binom{n_{14}}{i} \Gamma(E) \Gamma(F-1) (A_1 + Q)^{-E} A_2^{-(F-1)}.$$

若记 $a_0^* / (1+t_0^*) = M$, 则失效率函数 $H_1(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{H}_{BS1} = \int_0^{+\infty} M\theta_1 \pi_1(\theta_1 | data) d\theta_1 = M\hat{\theta}_{BS1}$$

(2) 在 LINEX 损失函数 $L_2(\hat{\theta} - \theta) \propto \exp(m(\hat{\theta} - \theta)) -$

$m(\hat{\theta}-\theta)-1, m \neq 0$ 下, 参数的贝叶斯估计为 $\hat{\theta} = -m^{-1} \ln (E_{\theta}(\exp (-m \theta)))$, 则可

$$\hat{\theta}_{BL1} = -m^{-1} \ln \left[\int_0^{+\infty} e^{-m \theta} \pi_1(\theta_1 | data) d\theta_1 \right] = -m^{-1} \ln [(BI_6 + CI_7) / (BI_1 + CI_2)]$$

式中, $I_6 = \sum_{i=0}^{n_1} \binom{n_1}{i} \Gamma(E) \Gamma(F) (A_1 + m)^{-E} A_3^{-F}; I_7 = \sum_{i=0}^{n_1} \binom{n_1}{i} \Gamma(E) \Gamma(F-1) (A_1 + m)^{-E} A_3^{-(F-1)}$.

可靠度函数 $R_1(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{R}_{BL1} = -m^{-1} \ln \left[\int_0^{+\infty} e^{-m(1+t_0^{-q})^{-1/q}} \pi_1(\theta_1 | data) d\theta_1 \right] = -m^{-1} \ln [(BI_1 + CI_2)^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} (-m)^k [BR_5(k) + CR_6(k)] / k!]$$

式中, $R_5(k) = \sum_{i=0}^{n_1} \binom{n_1}{i} \Gamma(F) A_3^{-F} \Gamma(E) (A_1 + kQ)^{-E}; R_6(k) = \sum_{i=0}^{n_1} \binom{n_1}{i} \Gamma(F-1) A_3^{-(F-1)} \Gamma(E) (A_1 + kQ)^{-E}$.

失效率函数 $H_1(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{H}_{BL1} = -m^{-1} \ln \left[\int_0^{+\infty} e^{-m \theta} \pi_1(\theta_1 | data) d\theta_1 \right] = -m^{-1} \ln [(BH_1 + CH_2) (BI_1 + CI_2)^{-1}]$$

式中, $H_1 = \sum_{i=0}^{n_1} \binom{n_1}{i} \Gamma(F) A_3^{-F} \Gamma(E) (A_1 + mM)^{-E}; H_2 = \sum_{i=0}^{n_1} \binom{n_1}{i} \Gamma(F-1) A_3^{-(F-1)} \Gamma(E) (A_1 + mM)^{-E}$.

(3) 在熵损失函数 $L_3(\hat{\theta}, \theta) \propto (\hat{\theta}/\theta)^q - q \ln(\hat{\theta}/\theta) - 1$ 下, 参数的贝叶斯估计为 $\hat{\theta} = \{E_{\theta}(\theta^{-q})\}^{-1/q}$, 得

$$\hat{\theta}_{BC1} = \left[\int_0^{+\infty} \theta^{-q} \pi_1(\theta_1 | data) d\theta_1 \right]^{-1/q} = [(BI_{10} + CI_{11}) / (BI_1 + CI_2)]^{-1/q}$$

式中, $I_{10} = \sum_{i=0}^{n_1} \binom{n_1}{i} \Gamma(E-q) \Gamma(F) A_1^{-(E-q)} A_3^{-F}; I_{11} = \sum_{i=0}^{n_1} \binom{n_1}{i} \Gamma(E-q) \Gamma(F-1) A_1^{-(E-q)} A_3^{-(F-1)}$.

可靠度函数 $R_1(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{R}_{BC1} = \left[\int_0^{+\infty} (1+t_0^{-q})^{q\theta} \pi_1(\theta_1 | data) d\theta_1 \right]^{-1/q} = [(BR_9 + CR_{10}) (BI_1 + CI_2)^{-1}]^{-1/q}$$

式中, $R_9 = \sum_{i=0}^{n_1} \binom{n_1}{i} \Gamma(F) A_3^{-F} \Gamma(E) (A_1 - qQ)^{-E}; R_{10} = \sum_{i=0}^{n_1} \binom{n_1}{i} \Gamma(F-1) A_3^{-(F-1)} \Gamma(E) (A_1 - qQ)^{-E}$.

失效率函数 $H_1(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{H}_{BC1} = \left[\int_0^{+\infty} (M\theta)^{-q} \pi_1(\theta_1 | data) d\theta_1 \right]^{-1/q} = M\hat{\theta}_{BC1}$$

至此, 参数 θ_1 以及部件 1 在时刻 t_0 的可靠度和失效率的贝叶斯估计已经得出。同理可得 $\hat{\theta}_i$ 。

步骤 2 考虑部件 1, 2 和 3 组成的系统, 估计 θ_2 和 θ_3 。

此时似然函数为

$$L = W e^{-(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)^T} \theta_1^{n_1} \theta_2^{n_2} \theta_3^{n_3} (\theta_1 + \theta_2)^{n_{12}} (\theta_1 + \theta_3)^{n_{13}} (\theta_2 + \theta_3)^{n_{23}} (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)^{n_{123}}$$

由所给先验可得参数 θ_1, θ_2 和 θ_3 的联合先验密度为 $\pi(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = D \theta_1^{a_1-1} e^{-a_1 \theta_1} \theta_2^{a_2-1} e^{-a_2 \theta_2} \theta_3^{a_3-1} e^{-a_3 \theta_3}$, 其中 $D = a_1^{a_1} a_2^{a_2} a_3^{a_3} [\Gamma(b_1) \Gamma(b_2) \Gamma(b_3)]^{-1}$ 。从而有

$$f(\theta_1, \theta_2, \theta_3, data) = W D \theta_1^{n_1+a_1-1} e^{-A_1 \theta_1} \theta_2^{n_2+a_2-1} e^{-A_2 \theta_2} \theta_3^{n_3+a_3-1} e^{-A_3 \theta_3} (\theta_1 + \theta_2)^{n_{12}} (\theta_1 + \theta_3)^{n_{13}} (\theta_2 + \theta_3)^{n_{23}} (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)^{n_{123}} \quad (8)$$

用 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_i$ 分别作为 θ_1 和 $\theta_2 + \theta_3$ 的估计值代入式(8), 则似然函数化为

$$f(\theta_2, \theta_3, data) = W D \hat{\theta}_1^{n_1+a_1-1} e^{-A_1 \hat{\theta}_1} \hat{\theta}_i^{n_{12}} (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_i)^{n_{123}} \theta_2^{n_2+a_2-1} e^{-A_2 \theta_2} (\hat{\theta}_1 + \theta_2)^{n_{12}} \theta_3^{n_3+a_3-1} e^{-A_3 \theta_3} (\hat{\theta}_1 + \theta_3)^{n_{13}}$$

进而可得参数 θ_2 和 θ_3 的联合后验密度为

$$\pi(\theta_2, \theta_3 | data) = \theta_2^{n_2+a_2-1} e^{-A_2 \theta_2} (\hat{\theta}_1 + \theta_2)^{n_{12}} \theta_3^{n_3+a_3-1} e^{-A_3 \theta_3} (\hat{\theta}_1 + \theta_3)^{n_{13}} (J_1 J_2)^{-1} \quad (9)$$

式中, $J_1 = \sum_{i=0}^{n_{12}} \binom{n_{12}}{i} \hat{\theta}_1^i \Gamma(G) A_2^{-G}; J_2 = \sum_{i=0}^{n_{13}} \binom{n_{13}}{i} \hat{\theta}_1^i \Gamma(H) A_3^{-H}; G = n_2 + b_2 + n_{12} - i; H = n_3 + b_3 + n_{13} - i$ 。

由式(9)得 θ_2 和 θ_3 的后验边缘密度分别为

$$\pi_2(\theta_2 | data) = \theta_2^{n_2+a_2-1} e^{-A_2 \theta_2} (\hat{\theta}_1 + \theta_2)^{n_{12}} J_1^{-1} \pi_3(\theta_3 | data) = \theta_3^{n_3+a_3-1} e^{-A_3 \theta_3} (\hat{\theta}_1 + \theta_3)^{n_{13}} J_2^{-1}$$

(1) 在二次损失函数 $L_1(\theta, d) \propto (d-\theta)^2$ 下, 参数 θ 的贝叶斯估计为其后验期望, 即

$$\hat{\theta}_{BS2} = E(\theta_2 | data) = \int_0^{+\infty} \theta_2 \pi_2(\theta_2 | data) d\theta_2 = J_3 / J_1 \hat{\theta}_{BS3} = E(\theta_3 | data) = \int_0^{+\infty} \theta_3 \pi_3(\theta_3 | data) d\theta_3 = J_4 / J_2$$

式中, $A_2 = a_2 + T; J_3 = \sum_{i=0}^{n_{12}} \binom{n_{12}}{i} \hat{\theta}_{BS1}^i \Gamma(G+1) A_2^{-(G+1)}; J_4 = \sum_{i=0}^{n_{13}} \binom{n_{13}}{i} \hat{\theta}_{BS1}^i \Gamma(H+1) A_3^{-(H+1)}$ 。

可靠度函数 $R_1(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{R}_{BS2} = \int_0^{+\infty} (1+t_0^{-q})^{-q_2} \pi_2(\theta_2 | data) d\theta_2 = R_3 / J_1 \hat{R}_{BS3} = \int_0^{+\infty} (1+t_0^{-q})^{-q_3} \pi_3(\theta_3 | data) d\theta_3 = R_4 / J_2$$

式中, $R_3 = \sum_{i=0}^{n_{12}} \binom{n_{12}}{i} \hat{\theta}_{BS1}^i \Gamma(G) (A_2 + Q)^{-G}; R_4 = \sum_{i=0}^{n_{13}} \binom{n_{13}}{i} \hat{\theta}_{BS1}^i \Gamma(H) (A_3 + Q)^{-H}$ 。

失效率函数 $H_1(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{H}_{BS2} = \int_0^{+\infty} M\theta_2 \pi_2(\theta_2 | data) d\theta_2 = M\hat{\theta}_{BS2} \hat{H}_{BS3} = \int_0^{+\infty} M\theta_3 \pi_3(\theta_3 | data) d\theta_3 = M\hat{\theta}_{BS3}$$

(2) 在 LINEX 损失函数 $L_2(\hat{\theta}-\theta) \propto \exp(m(\hat{\theta}-\theta)) -$

$m(\hat{\theta}-\theta)-1; m \neq 0$ 下, 参数 θ 的贝叶斯估计为 $\hat{\theta} = -m^{-1} \ln (E_{\theta}(\exp(-m\theta)))$, 于是可得

$$\hat{\theta}_{BL2} = -m^{-1} \ln (J_5/J_1); \hat{\theta}_{BL3} = -m^{-1} \ln (J_6/J_2)$$

式中, $J_5 = \sum_{i=0}^{n_2} \binom{n_2}{i} \hat{\theta}_{BL1}^i \Gamma(G) (A_2 + m)^{-G}; J_6 = \sum_{i=0}^{n_3} \binom{n_3}{i} \hat{\theta}_{BL1}^i \Gamma(H) (A_3 + m)^{-H}$.

可靠度函数 $R_i(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{R}_{BL2} = -m^{-1} \ln \left[J_1^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} (-m)^k R_7(k)/k! \right]$$

$$\hat{R}_{BL3} = -m^{-1} \ln \left[J_2^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} (-m)^k R_8(k)/k! \right]$$

式中, $R_7(k) = \sum_{i=0}^{n_2} \binom{n_2}{i} \hat{\theta}_{BL1}^i \Gamma(G) (A_2 + kQ)^{-G}; R_8(k) = \sum_{i=0}^{n_3} \binom{n_3}{i} \hat{\theta}_{BL1}^i \Gamma(H) (A_3 + kQ)^{-H}$.

失效率函数 $H_i(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{H}_{BL2} = -m^{-1} \ln (H_3/J_1); \hat{H}_{BL3} = -m^{-1} \ln (H_4/J_2)$$

式中, $H_3 = \sum_{i=0}^{n_2} \binom{n_2}{i} \hat{\theta}_{BL1}^i \Gamma(G) (A_2 + mM)^{-G}; H_4 = \sum_{i=0}^{n_3} \binom{n_3}{i} \hat{\theta}_{BL1}^i \Gamma(H) (A_3 + mM)^{-H}$.

(3) 在熵损失函数 $L_3(\hat{\theta}, \theta) \propto (\hat{\theta}/\theta)^q - q \ln(\hat{\theta}/\theta) - 1$

下, 参数的贝叶斯估计为 $\hat{\theta} = \{E_{\theta}(\theta^{-q})\}^{-1/q}$, 即

$$\hat{\theta}_{BG2} = \left[\int_0^{+\infty} \theta_2^{-q} \pi_2(\theta_2 | data) d\theta_2 \right]^{-1/q} = (J_7/J_1)^{-1/q}$$

$$\hat{\theta}_{BG3} = \left[\int_0^{+\infty} \theta_3^{-q} \pi_3(\theta_3 | data) d\theta_3 \right]^{-1/q} = (J_8/J_2)^{-1/q}$$

式中, $J_7 = \sum_{i=0}^{n_2} \binom{n_2}{i} \hat{\theta}_{BG1}^i \Gamma(G - q) A_2^{-(G-q)}; J_8 = \sum_{i=0}^{n_3} \binom{n_3}{i} \hat{\theta}_{BG1}^i \Gamma(H - q) A_3^{-(H-q)}$.

可靠度函数 $R_i(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{R}_{BG2} = \left[\int_0^{+\infty} (1 + t_0^q)^{\theta_2} \pi_2(\theta_2 | data) d\theta_2 \right]^{-1/q} = (R_{11}/J_1)^{-1/q}$$

$$\hat{R}_{BG3} = \left[\int_0^{+\infty} (1 + t_0^q)^{\theta_3} \pi_3(\theta_3 | data) d\theta_3 \right]^{-1/q} = (R_{12}/J_2)^{-1/q}$$

式中, $R_{11} = \sum_{i=0}^{n_2} \binom{n_2}{i} \hat{\theta}_{BG1}^i \Gamma(G) (A_2 - qQ)^{-G}; R_{12} = \sum_{i=0}^{n_3} \binom{n_3}{i} \hat{\theta}_{BG1}^i \Gamma(H) (A_3 - qQ)^{-H}$.

失效率函数 $H_i(t)$ 在时刻 t_0 的贝叶斯估计为

$$\hat{H}_{BG2} = \left[\int_0^{+\infty} (M\theta_2)^{-q} \pi_2(\theta_2 | data) d\theta_2 \right]^{-1/q} = M\hat{\theta}_{BG2}$$

$$\hat{H}_{BG3} = \left[\int_0^{+\infty} (M\theta_3)^{-q} \pi_3(\theta_3 | data) d\theta_3 \right]^{-1/q} = M\hat{\theta}_{BG3}$$

4 数值例子

假定有 100 个相同的系统参加试验, 每个系统由三个相互独立的部件串联而成, 部件寿命服从 BurrX II 分布, 参数为 $\alpha=2; \theta_1=1; \theta_2=0.9; \theta_3=0.8$. 贝叶斯估计时伽玛先验分布中的超参数分别取值为 $a_1=1, b_1=2.8, a_2=1.2, b_2=6.5, a_3=1, b_3=6.5$. 产生服从 BurrX II 分布的随机数据, 通过给定的屏蔽概率(包括两种无任何确切信息的完全屏蔽情形)对失效原因进行随机屏蔽, 得出系统的失效时间和引起系统失效的原因. 分别用迭代法和系统简化法求出部件参数的 MLE, 并在三种不同损失(二次损失、LINEX 损失、熵损失)下求出部件参数, 可靠度, 失效率的贝叶斯估计. 重复上述模拟 1 000 次, 分别计算出各种估计的均值和均方误差(mean square error, MSE). 模拟结果列于表 1 和表 2 中. 表 1 的括号中为估计的 MSE, 表 2 中 BS、BL、BG 分别表示在二次损失、LINEX 损失和熵损失函数下的贝叶斯估计.

表 1 不同屏蔽概率下参数的估计值及其均方误差(两种方法下的 MLE 及二次损失函数下的贝叶斯估计)

屏蔽概率: $p_{12}=p_{21}=p_{13}=p_{31}=p_{23}=p_{32}=p_{123}=p_{213}=p_{312}=0.1$				屏蔽概率: $p_{23}=p_{32}=0.2, p_{12}=p_{21}=p_{13}=p_{31}=p_{123}=p_{213}=p_{312}=0.1$			
参数	迭代法 MLE	系统简化法 MLE	贝叶斯估计	参数	迭代法 MLE	系统简化法 MLE	贝叶斯估计
θ_1	1.009 2(0.027 4)	0.940 2(0.028 5)	0.988 9(0.024 0)	θ_1	1.005 0(0.026 8)	0.936 3(0.028 5)	0.985 0(0.023 7)
θ_2	0.909 3(0.024 1)	0.909 2(0.024 1)	0.899 8(0.017 7)	θ_2	0.906 0(0.022 7)	0.900 8(0.022 5)	0.804 0(0.021 9)
θ_3	0.809 1(0.022 4)	0.809 1(0.022 4)	0.825 1(0.017 2)	θ_3	0.810 6(0.020 2)	0.806 1(0.019 9)	0.742 3(0.015 1)
屏蔽概率: $p_{12}=p_{21}=0.2, p_{13}=p_{31}=p_{23}=p_{32}=p_{123}=p_{213}=p_{312}=0.1$				屏蔽概率: $p_{123}=p_{213}=p_{312}=0.2, p_{12}=p_{21}=p_{13}=p_{31}=p_{23}=p_{32}=0.1$			
参数	迭代法 MLE	系统简化法 MLE	贝叶斯估计	参数	迭代法 MLE	系统简化法 MLE	贝叶斯估计
θ_1	1.014 9(0.024 5)	0.896 8(0.031 2)	0.947 4(0.022 3)	θ_1	1.006 0(0.027 8)	0.926 9(0.030 2)	0.976 3(0.024 1)
θ_2	0.897 5(0.022 7)	0.905 8(0.022 9)	0.894 5(0.016 4)	θ_2	0.912 2(0.022 9)	0.912 2(0.023 0)	0.809 6(0.021 4)
θ_3	0.805 2(0.021 3)	0.805 6(0.021 4)	0.823 4(0.016 5)	θ_3	0.818 3(0.021 9)	0.818 4(0.021 9)	0.748 8(0.015 3)
完全屏蔽情形: $p_{123}=p_{213}=p_{312}=0, p_{12}=p_{21}=p_{13}=p_{31}=p_{23}=p_{32}=0.5$				完全屏蔽情形: $p_{123}=p_{213}=p_{312}=1/3, p_{12}=p_{21}=p_{13}=p_{31}=p_{23}=p_{32}=1/3$			
参数	MLE	贝叶斯估计	参数	MLE	贝叶斯估计		
θ_1	1.005 0(0.027 7)	1.205 0(0.032 5)	θ_1	1.006 4(0.029 9)	0.706 9(0.152 6)		
θ_2	0.905 4(0.023 3)	0.910 4(0.009 9)	θ_2	0.910 9(0.027 3)	0.572 1(0.111 8)		
θ_3	0.797 0(0.023 5)	0.866 3(0.014 7)	θ_3	0.808 9(0.024 6)	0.546 6(0.068 0)		

表 2 不同损失函数下部件参数,可靠度及失效率的贝叶斯估计

屏蔽概率: $p_{12} = p_{21} = p_{13} = p_{31} = p_{23} = p_{32} = p_{123} = p_{213} = p_{312} = 0.1$

$t_0 = 0.3$	BS	BL					BG				
		m					q				
		-1.5	-0.8	0.1	0.8	1.5	-5	-2	-1	1	3
$\hat{\theta}_1$	0.992 3	1.002 8	0.995 7	0.994 2	0.974 1	0.967 6	1.052 3	1.003 4	0.988 1	0.948 9	0.930 1
$\hat{\theta}_2$	0.900 7	0.917 6	0.910 1	0.897 8	0.890 9	0.885 0	0.952 6	0.915 6	0.899 3	0.871 3	0.846 5
$\hat{\theta}_3$	0.822 3	0.848 7	0.837 4	0.834 2	0.822 5	0.815 1	0.874 6	0.842 7	0.830 9	0.802 9	0.773 6
\hat{R}_1	0.918 2	0.918 7	0.918 6	0.918 6	0.918 3	0.917 9	0.918 6	0.918 6	0.918 6	0.918 6	0.917 8
\hat{R}_2	0.925 5	0.925 8	0.925 7	0.925 6	0.925 4	0.925 1	0.926 0	0.925 5	0.925 6	0.925 4	0.925 0
\hat{R}_3	0.931 7	0.931 4	0.931 3	0.930 9	0.930 8	0.930 7	0.932 2	0.931 3	0.931 0	0.930 9	0.930 8
\hat{H}_1	0.546 2	0.550 1	0.547 6	0.545 0	0.539 1	0.538 0	0.579 3	0.552 3	0.543 9	0.524 7	0.512 0
\hat{H}_2	0.495 8	0.501 7	0.498 4	0.494 5	0.492 8	0.491 6	0.524 4	0.504 0	0.495 0	0.481 6	0.466 0
\hat{H}_3	0.452 6	0.462 6	0.459 5	0.458 6	0.455 0	0.452 8	0.453 1	0.456 9	0.457 7	0.456 2	0.455 8

从表 1 和表 2 可以看出:(1) 一般屏蔽情形下,参数贝叶斯估计的 MSE 始终小于极大似然估计的 MSE,贝叶斯估计的效果优于 MLE;完全屏蔽情形下,由系统简化法所得的近似贝叶斯估计的效果并不绝对优于具有精确解的 MLE;(2) 给定屏蔽概率、部件参数、可靠度函数和失效率函数的贝叶斯估计 BL、BG 随着 m, q 的增大而减小,从而可知非对称损失函数下的贝叶斯估计与其形状参数密切相关;(3) 利用本文结论所得部件参数的 MLE 和贝叶斯估计的 MSE 普遍较小,估计效果优良。

5 结束语

基于屏蔽数据的可靠性研究是目前可靠性领域的新问题。本文利用极大似然方法和贝叶斯理论,在屏蔽数据下,对 BurrX II 三部件串联系统的部件参数和可靠性指标进行了估计,通过数值试验表明贝叶斯方法较极大似然法具有明显优势。

参考文献:

[1] 盛骤. 基于隐蔽的系统成败型数据的元件可靠性的极大似然估计和区间估计[J]. 工程数学学报, 1999, 16(4): 107 - 109. (Sheng Z. Maximum likelihood estimation and interval estimation of component reliability using masked system pass/fail data[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 1999, 16(4): 107 - 109.)

[2] Sarhan A M, El-Gohary A I. Estimations of parameters in Pareto reliability model in the presence of masked data [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2003, 82(1): 75 - 83.

[3] Johnson N L, Kotz S, Balakrishnan N. Continuous univariate distributions [M]. 2nd ed. New York: Wiley, 1994.

[4] Usher J S, Hodgson T J. Maximum likelihood analysis of component reliability using masked system life data [J]. IEEE Trans. on Reliability, 1988, 37(5): 550 - 555.

[5] Sarhan A M. Reliability estimations of components from masked system life data [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2001, 74(1): 107 - 113.

[6] El-Gohary A. Bayesian estimation of the parameters in two non-independent component series system with dependent time failure rate [J]. Applied Mathematics and Computation, 2004, 154 (1): 41 - 51.

[7] Lynn K, Tae Y Y. Bayesian reliability modeling for masked system lifetime data [J]. Statistics and Probability Letters, 2000, 47(3): 229 - 241.

[8] Basu S, Asit, Basu P, et al. Bayesian analysis for masked system failure data using non-identical Weibull models [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 1999, 78(1 - 2): 255 - 275.

[9] Sarhan A M, Debasis K. Bayes estimations for reliability measures in geometric distribution model using masked system life test data [J]. Computational Statistics and Data Analysis, 2008, 52(4): 1821 - 1836.

[10] Sarhan A M. Estimation of system components reliabilities using masked data [J]. Applied Mathematics and Computation, 2003, 136(1): 79 - 92.

[11] Sarhan A M, El-Bassiouny A H. Estimation of components reliability in a parallel system using masked system life data [J]. Applied Mathematics and Computation, 2003, 138(1): 61 - 75.

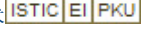
[12] 张帆, 师义民. 基于屏蔽数据的航空电源系统可靠性分析[J]. 航天控制, 2009, 27(4): 96 - 100. (Zhang F, Shi Y M. Parameter estimation of the aerospace power supply system using masked lifetime data[J]. Aerospace Control, 2009, 27(4): 96 - 100.)

[13] Sarhan A M. Parameter estimations in linear failure rate model using masked data [J]. Applied Mathematics and Computation, 2004, 151(1): 233 - 249.

[14] Sarhan A M. Parameter estimations in a general hazard rate model using masked data [J]. Applied Mathematics and Computation, 2004, 153(2): 513 - 536.

[15] 姜红燕, 张帆. 失效率为指数函数的模型中使用屏蔽数据的参数估计[J]. 浙江大学学报(理学版), 2006, 33(2): 125 - 128. (Jiang H Y, Zhang G F. Parameter estimation in exponential failure rate model using masked data[J]. Journal of Zhejiang University (Science Edition), 2006, 33(2): 125 - 128.)

屏蔽数据下BurrX II三部件串联系统的可靠性估计

作者: 张萌, 师义民, 杨扬, ZHANG Meng, SHI Yi-min, YANG Yang
作者单位: 西北工业大学应用教学系, 陕西, 西安, 710129
刊名: 系统工程与电子技术 
英文刊名: SYSTEMS ENGINEERING AND ELECTRONICS
年, 卷(期): 2011, 33(1)

参考文献(30条)

1. Johnson N L;Kotz S;Wlkrishnan N Continuous unizariate distributions 1994
2. 盛骤 基于隐蔽的系统成败I数据的元件可靠性的极大似然估计和区间估计 1999(4)
3. Sarhan A M;El-Gohary A I Estimations of parameters in Pareto reliability model in the presence of masked data[外文期刊] 2003(01)
4. Sarhan A M.El-Gohary A I Estimations of parameters in Pareto reliability model in the presence of masked data 2003(1)
5. Basu S,Asit;Basu P Bayesian analysis for masked system failure data using non-identical Weibull models 1999(1-2)
6. Johnson N L. Kotz S. Wlkrishnan N Continuous unizariate distributions 1994
7. Lynn K;Tae Y Y Bayesian reliability modeling for masked system lifetime data 2000(03)
8. Usher J S.Hodgson T J Maximum likelihood analysis of component reliability using masked system life data 1988(5)
9. El-Gohary A Bayesian estimation of the parameters in two nonindependent component series system with dependent time failure rate[外文期刊] 2004(01)
10. Sarhan A M Reliability estimations of components from masked system life data 2001(1)
11. Sarhan A M Reliability estimations of components from masked system life data[外文期刊] 2001(01)
12. El-Gohary A Bayesian estimation of the parameters in two nonindependent component series system with dependent time failure rate 2004(1)
13. Usher J S;Hodgson T J Maximum likelihood analysis of component reliability using masked system life data[外文期刊] 1988(05)
14. Lynn K.Tae Y Y Bayesian reliability modeling for masked system lifetime data 2000(3)
15. Sarhan A M;Debasis K Bayes estimations for reliability measures in geometric distribution model using masked system life test data 2008(04)
16. Basu S,Asit.Basu P Bayesian analysis for masked system failure data using non-identical Weibull models 1999(1-2)
17. 姜红燕;张帼奋 失效率为指数函数的模型中使用屏蔽数据的参数估计[期刊论文]-浙江大学学报(理学版) 2006(02)
18. Sarhan A M. Debasis K Bayes estimations for reliability measures in geometric distribution model using masked system life test data 2008(4)
19. Sarhan A M Paramer estimations in a general hazard rate model using masked data[外文期刊] 2004(02)
20. Sarhan A M Estimation of system components reliabilities using masked data 2003(1)

21. [Sarhan A M Parameter estimations in linear failure rate model using masked data](#)[外文期刊] 2004(01)
22. [Sarhan A M,El-Bassiouny A H Estimation of components reliability in a parallel system using masked system life data](#) 2003(1)
23. 张帆;师义民 [基于屏蔽数据的航空电源系统可靠性分析](#)[期刊论文]-[航天控制](#) 2009(04)
24. 张帆.师义民 [基于屏蔽数据的航空电源系统可靠性分析](#) 2009(4)
25. [Sarhan A M;El-Bassiouny A H Estimation of components reliability in a parallel system using masked system life data](#)[外文期刊] 2003(01)
26. [Sarhan A M Parameter estimations in linear failure rate model using masked data](#) 2004(1)
27. [Sarhan A M Estimation of system components reliabilities using masked data](#)[外文期刊] 2003(01)
28. [Sarhan A M Parameter estimations in a general hazard rate model using masked data](#) 2004(2)
29. 盛骤 [基于隐蔽的系统成败I数据的元件可靠性的极大似然估计和区间估计](#) 1999(04)
30. 姜红燕.张帼奋 [失效率为指数函数的模型中使用屏蔽数据的参数估计](#) 2006(2)

本文读者也读过(10条)

1. 姜红燕.张帼奋. [JIANG Hong-yan. ZHANG Guo-fen 失效率为指数函数的模型中使用屏蔽数据的参数估计](#)[期刊论文]-[浙江大学学报\(理学版\)](#) 2006, 33(2)
2. 王铖岑 [屏蔽数据库差异的适配层的设计与实现](#)[学位论文]2010
3. 刘英.师义民.王婷婷. [LIU Ying. SHI Yi-min. WANG Ting-ting 含有屏蔽数据的串联系统中Burr XII部件可靠性指标的Bayes估计](#)[期刊论文]-[系统工程理论与实践](#)2010, 30(4)
4. 宋文萍 [信息集成系统中本体自动生成及映射过程](#)[学位论文]2007
5. 师义民.李星亚.李豪亮. [HI Yi-min. LI Xing-ya. LI Hao-liang NA样本下双边截断型分布族参数的EB估计](#)[期刊论文]-[西北大学学报\(自然科学版\)](#) 2010, 40(1)
6. 师义民.寇开昌.周巧娟. [SHI Yi-min. KOU Kai-chang. ZHOU Qiao-juan 定数双截尾样本下k/N\(G\)系统可靠性指标的经验Bayes估计](#)[期刊论文]-[数学的实践与认识](#)2007, 37(1)
7. 刘英.师义民. [LIU Ying. SHI Yimin 屏蔽数据下航天器电源系统可靠性的统计分析](#)[期刊论文]-[航天控制](#) 2010, 28(2)
8. 李凤.师义民.田亚爱. [LI Feng. SHI Yi-min. TIAN Ya-ai 逐步增加II型截尾下Weibull分布的Bayes估计](#)[期刊论文]-[工程数学学报](#)2008, 25(4)
9. 崇志宏 [基于屏蔽/汇总技术的数据流处理算法](#)[学位论文]2006
10. 林静.韩玉启.朱慧明. [LIN Jing. HAN Yu-qi. ZHU Hui-ming 治愈率模型在屏蔽数据可靠性分析中的应用研究](#)[期刊论文]-[数学的实践与认识](#)2007, 37(7)

本文链接: http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_xtgcydzjs201101045.aspx