

基于全息测量的佘山 25 m 射电望远镜远场分析

江永琛^{1,2}, 王锦清¹, 范庆元¹

(1. 中国科学院上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要: 首先分析了佘山 25 m 卡塞格伦天线结构, 然后利用天线结构参数分别对天线面板表面形变与噪声这两个因素影响下的远场进行仿真分析, 获得了二维远场的幅度和相位分布图, 并与理想情况比较, 分析这两个因素对全息测量的影响。

关键词: 全息; 表面形变; 噪声; 远场

中图分类号: P111.44, P235.1

1 引言

大口径天线测量精度的提高是通过识别并修正天线表面形变而得以实现的。微波全息技术能很好地提高天线性能。在全息技术中, 远场方向图可以通过一起使用参考天线和主天线测得。然后再根据远场与口径场之间的傅里叶变换关系得到口径场分布, 而通过口径场的相位分布可以得到天线表面面板形变情况。本文采用贝塞尔级数法构造天线的远场复方向图, 并对上海佘山站 25 m 天线进行二维仿真分析, 获得了理想情况与面板环形畸变情况下二维远场的幅度和相位分布图。此外, 本文还将考虑不同信噪比下的噪声对天线测量精度的影响, 文中将对构造出的远场加入加性高斯白噪声, 仿真实际观测中各种干扰因素导致的综合影响, 从而对实际应用中接收到的频谱信号进行较准确分析。

2 卡塞格伦天线介绍

与单反射面抛物面天线相比, 卡塞格伦天线(卡式天线)具有以下优点: (1) 以较短的纵向尺寸实现了长焦距抛物面天线的口径场分布, 因而具有高增益、锐波束; (2) 由于馈源后置, 缩短了馈线长度, 减少了传输线带来的噪声影响^[1]; (3) 设计时自由度多, 可以灵活地选取主射面、反射面形状, 以便对波束赋形。卡塞格伦天线也存在如下缺点: 卡式天线的副反射面的边缘绕射效应较大, 容易引起主面口径场分布的畸变, 副面的遮挡也会使方向图变形。

上海天文台佘山站 25 m 天线采用的是卡式双反射面型天线, 其结构如图 1 所示。卡式天线由主面 M (抛物面) 和副面 N (双曲面) 组成^[1], 根据双曲面的几何性质, 实焦点 F_p 上的馈源向双曲面辐射球面波, 经双曲面反射后, 所有反射线的反向延长线汇聚于虚焦点 F , 并且反射波的等相位面为以 F 点为中心的球面。由于 F 点重合于抛物面的焦点, 因此对于

抛物面而言，相当于在其焦点处放置了一个等效球面波源，抛物面的口径面仍然为一等相位面。相对于单反射面的抛物面天线，其馈源到口径的路程变长，因此卡式天线等效于焦距变长的抛物面天线。

图 2 示出了卡式天线的等效抛物面法。其等效原理为：用等效抛物面 (图中右侧抛物面) 取代卡式天线的主、副反射面 (图中左侧共用焦点 F 的抛物面与双曲面)，从而把卡式天线的问题简化为馈源相同、抛物面口径直径相同但焦距增大了 K 倍的单反射面天线来进行定量分析。

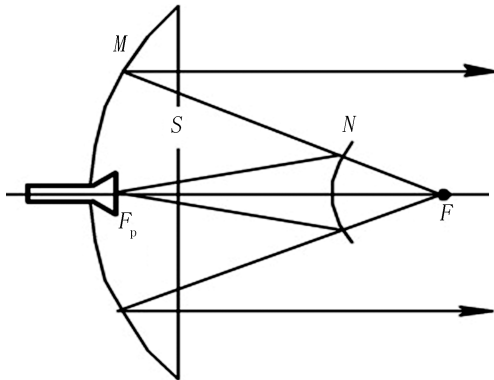


图 1 卡塞格伦天线结构

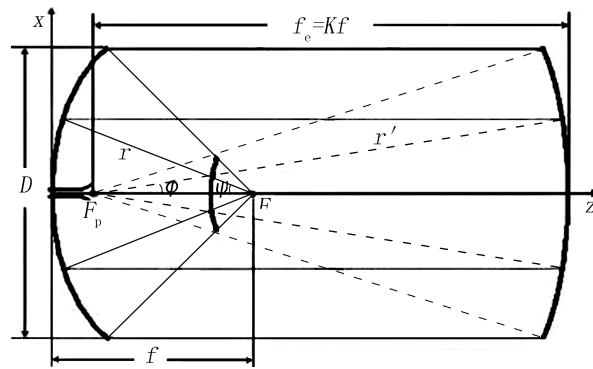


图 2 卡塞格伦天线的等效抛物面法

3 面板形变仿真分析

用全息法测量天线时，通常根据远场辐射方向图与反射面表面感应电流之间存在的傅里叶变换关系，采用物理光学方法对接收到的远场方向图 $T(\theta, \varphi)$ 和天线表面感应电流从电磁场理论角度进行分析^[2]。此方法中的感应电流是在反射面表面而不是口径面上，因此还要做相关运算，其运算比较复杂，本文不作详细分析。

本文利用贝塞尔级数的相关性质^[3]，从数值分析的角度，使用 MATLAB 仿真，构造出全息测量法中的远场复方向图。在本节天线面板形变仿真中，将构造给定表面误差的抛物面天线的远场方向图，并将其与理想抛物面的远场方向图的幅度、相位进行比较分析。实验中所用参数均为余山 25 m 天线参数。

3.1 远场建模

本文将会仿真理想情况下的远场分布与口径面环形畸变时的远场分布，并进行分析，为进一步研究与实际应用提供理论保证。具体地，我们假设口径场幅度分布和相位分布都是环形对称的，构造环形口径场对应的远场并进行仿真分析。通过对方向图进行抽样，根据远场与口径场之间的傅里叶变换关系，利用 FFT 对这些采样数据进行逆傅里叶变换，最后根据变换得到的相位信息还原出面板形变情况。

环形口径场几何分布如图 3 所示，各圆环的半径分别定义为 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_N = a$ ，其中 a_0 是被副面遮挡的圆环区域的半径， a 是口径面半径。我们指定口径场幅度分布为 Q ，相位形变量为 δ ，假设它们也都是圆对称分布的，则在极坐标下通过对口径场的分布进行傅里叶

变换构建的远场方向图为:

$$T = \int_{a_0}^a \int_0^{2\pi} Q(\rho') e^{j\delta(\rho')} \{ \exp[jk\rho' \sin\theta \cos(\phi - \phi')] \} \rho' d\rho' d\phi' \quad (1)$$

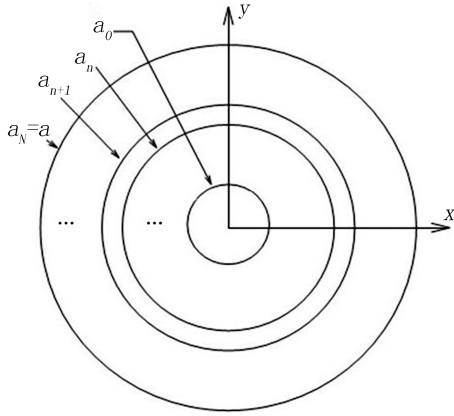


图3 环形口径场

假设 $\delta(\rho')$ 在第 n 个环形区域中为一恒定值 δ_n (相位畸变), 则式 (1) 可转化为:

$$T = \sum_{n=1}^N T_{n,n-1} e^{j\delta_n} \quad (2)$$

其中,

$$T_{n,n-1} = T_n - T_{n-1} \quad (3)$$

$$T_n = 2\pi \int_0^{a_n} Q(\rho') J_0(k\rho' \sin\theta) \rho' d\rho' \quad (4)$$

式中 J_0 是零阶贝塞尔函数, 口径场的幅度分布 $Q(\rho)$ 定义为:

$$Q(\rho) = B + C[1 - (\rho/a)^2]^P, \quad B + C = 1 \quad (5)$$

式中 B 是控制边锥度的参数, 边锥度为 $20 \log B$. 指数 P 的变化会引起口径场幅度分布的改变, 研究发现: $1 \leq P \leq 2$ 时, 式 (5) 能很好地反映一般反射面天线口径场的幅度分布. 本文中我们分别取 $P = 1$ 和 $P = 2$ 进行仿真实验.

$$I_p(\alpha) = 2 \int_0^1 x^{2p+1} J_0(\alpha x) dx$$

$$= \frac{2}{\alpha} J_1(\alpha) - p \left(\frac{2}{\alpha} \right)^2 J_2(\alpha) + p(p-1) \left(\frac{2}{\alpha} \right)^3 J_3(\alpha) - \dots \quad (6a)$$

$$I_p(0) = \frac{1}{p+1} \quad (6b)$$

将式 (5) 代入式 (4), 引入变量 u_n ,

$$u_n = ka_n \sin\theta \quad (7)$$

再根据式 (6), 最终得出结果如下:

$P = 1$ 时,

$$T_n = \pi a_n^2 \left\{ B \frac{2}{u_n} J_1(u_n) + C \left[\frac{2}{u_n} J_1(u_n) - \frac{a_n^2}{a^2} \left(\frac{2}{u_n} J_1(u_n) - \left(\frac{2}{u_n} \right)^2 J_2(u_n) \right) \right] \right\} \quad (8a)$$

$$T_n(0^\circ) = \pi a_n^2 \left[B + C \left(1 - \frac{a_n^2}{2a^2} \right) \right] \quad (8b)$$

$P = 2$ 时,

$$T_n = \pi a_n^2 \left\{ B \frac{2}{u_n} J_1(u_n) + C \left[\frac{2}{u_n} J_1(u_n) - \frac{2a_n^2}{a^2} \left(\frac{2}{u_n} J_1(u_n) - \left(\frac{2}{u_n} \right)^2 J_2(u_n) \right) + \frac{a_n^4}{a^4} \left(\frac{2}{u_n} J_1(u_n) - 2 \left(\frac{2}{u_n} \right)^2 J_2(u_n) + 2 \left(\frac{2}{u_n} \right)^3 J_3(u_n) \right) \right] \right\}, \quad (9a)$$

$$T_n(0^\circ) = \pi a_n^2 \left[B + C \left(1 - \frac{a_n^2}{a^2} + \frac{a_n^4}{3a^4} \right) \right]. \quad (9b)$$

利用式 (8) 和式 (9) 再根据式 (2) 可以构建远场方向图。通常我们可以知道天线反射面板的实际面形误差 ε_n , 则可得口径场相位误差 δ_n :

$$\delta_n = 4\pi \frac{\varepsilon_n}{\lambda} \left(1 + \frac{(a'_n)^2}{4f_e^2} \right)^{-1/2}, \quad (10)$$

其中 a'_n 是第 n 个环形区域的平均半径:

$$a'_n = \frac{a_n + a_{n-1}}{2}, \quad (11)$$

f_e 是卡式天线的等效抛物面焦距。

3.2 佘山 25 m 参数仿真

上海佘山站 25 m 天线的相关参数为: 实际焦距 $f = 7.6548$ m, 等效焦距 $f_e = 71.44$ m, 工作频率 $f_1 = 12.26$ GHz, 波长 $\lambda = 2.45$ cm, 口径面半径 $a = 12.5$ m, 口径遮挡半径 $a_0 = 1.3$ m, $a_0/\lambda = 53$, $a/\lambda = 510.2$ 。

如图 4 所示, 在等效抛物面中,

$$P'P + PQ = \frac{\varepsilon}{\cos \varphi} + \frac{\varepsilon}{\cos \varphi} \cos 2\varphi = 2\varepsilon \cos \varphi. \quad (12)$$

25 m 天线的副面口径为 2.6 m, 根据相关技术参数及卡式天线的结构原理, 可以得出图 2 中 ψ 与 φ 的关系:

令

$$A = \frac{\sin \psi}{3.7 + 3.1 \cos \psi}, \quad (13)$$

则有:

$$\cos \phi = \frac{11.47 - \sqrt{132.561 - 4.08A^2 - 131.561A^4}}{9.61A^2 + 1}. \quad (14)$$

由卡式天线中等效抛物面与实际抛物面的关系, 可以得出实际抛物面天线的表面误差为 ε'_n 时, 抛物面的极坐标方程为:

$$\rho' = f \sec^2(\psi/2), \quad (15)$$

如图 5 所示, 其中 f 是实际抛物面天线的焦距。对于图 4 中的 ρ 有:

$$\rho = \rho' \sin \psi = 2f \tan(\psi/2). \quad (16)$$

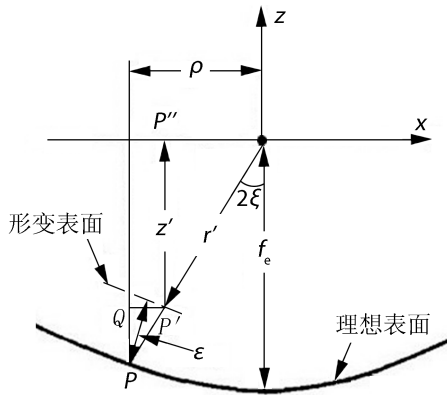


图4 表面形变

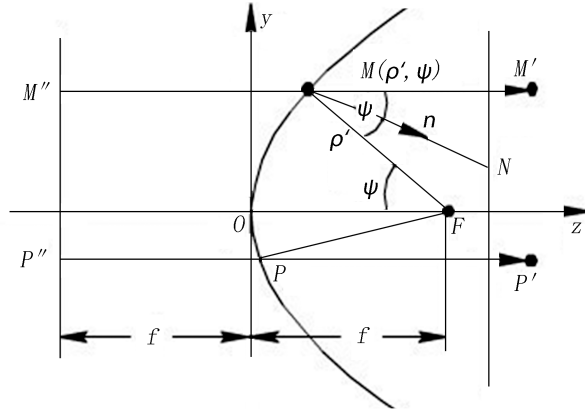


图5 抛物线

根据卡式天线等效抛物面的性质, 我们可以计算出 ψ (虚焦点到实际抛物面上的口径半张角), φ (实焦点到等效抛物面上的口径半张角), ε'_n (实际抛物面表面形变) 与 ε_n (等效抛物面表面形变) 这 4 者的关系为:

$$\varepsilon_n = \varepsilon'_n \frac{\sin(\psi/2)}{\sin(\varphi/2)}. \quad (17)$$

ψ 与 φ 的关系式 (13)、(14) 已经给出。

本文仿真实验中, 面形误差设置如下:

$$\begin{cases} \varepsilon'_1/\lambda = 0 & 53 < \rho/\lambda < 120 \\ \varepsilon'_2/\lambda = 30 & 120 < \rho/\lambda < 140 \\ \varepsilon'_3/\lambda = 0 & 140 < \rho/\lambda < 240 \\ \varepsilon'_4/\lambda = 20 & 240 < \rho/\lambda < 270 \\ \varepsilon'_5/\lambda = 0 & 270 < \rho/\lambda < 370 \\ \varepsilon'_6/\lambda = 2 & 370 < \rho/\lambda < 410 \\ \varepsilon'_7/\lambda = 0 & 410 < \rho/\lambda < 510.2 \end{cases}$$

根据式 (16) 和式 (17), 可以计算出等效抛物面上的面形误差 ε_n , 从而由式 (8)、(9)、(10) 重建远场方向图 (包括有形变和理想情况)。

3.3 仿真结果及分析

图 6 与图 7 分别给出了 $P = 1$ 和 $P = 2$ 时理想抛物面与指定面形误差重建出来的远场方向图的幅度、相位分布情况。比较可知, 与 $P = 1$ 相比较, $P = 2$ 时幅度特性更理想, 尖锐部分相对较少, 但相位特性几乎没什么区别。从这 4 个图我们可以看到, 与理想情况相比较, 天线表面有形变时, 其远场幅度分布变化不大, 但相位分布却有明显畸变。

图 6、图 7 是 25 m 天线的二维远场复方向图, 在实际全息技术测量时, 需要使用一个小口径抛物面天线作为参考天线从而获得口径场的相位分布。

实际全息实验中的远场复方向图^[4]可根据式 (18) 构建如下:

$$\text{complex field} = \frac{\text{amp}_T(\theta_i) e^{j\phi_{T_i}}}{\text{amp}_R e^{j0}}, \quad (18)$$

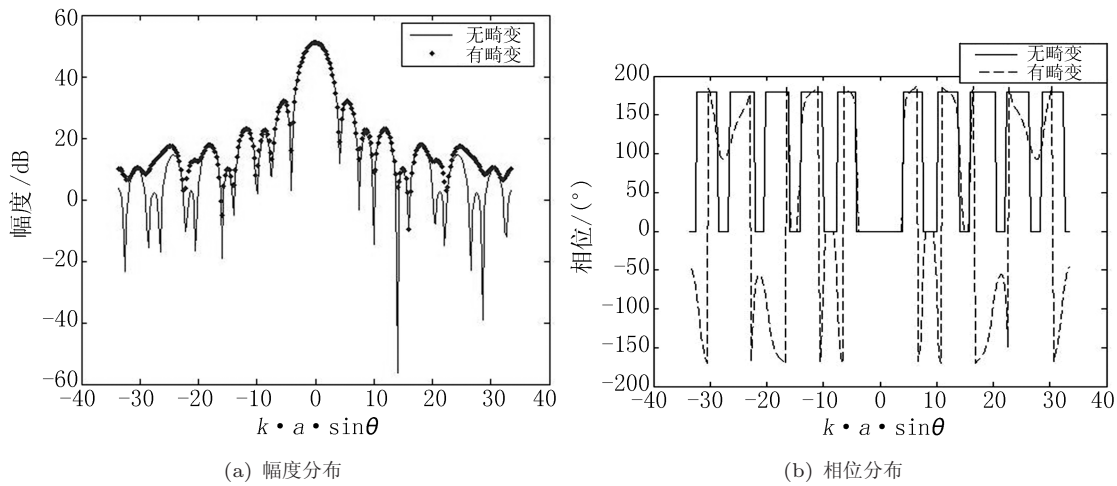


图 6 远场方向图 ($P = 1$)

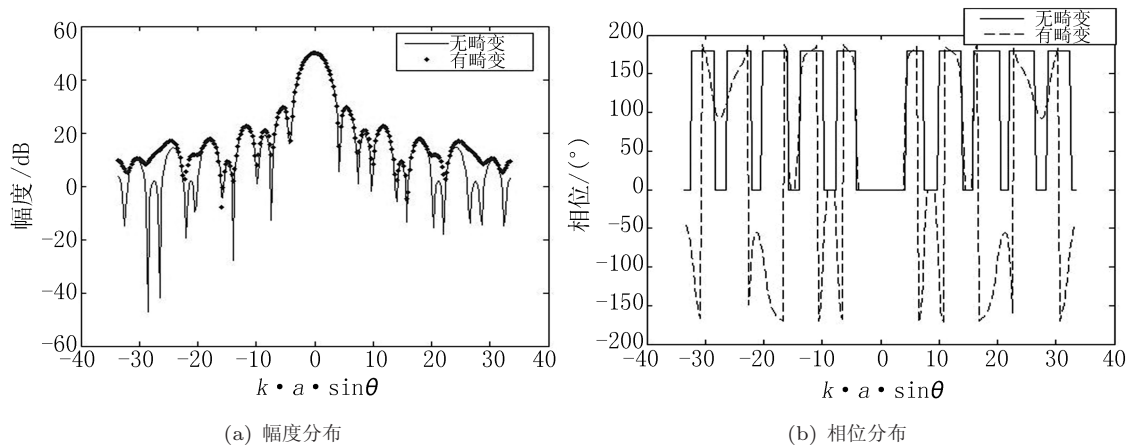


图 7 远场方向图 ($P = 2$)

其中 θ_i 是天线扫描角度的抽样位置。在采用微波全息技术测量前通常会对天线指向进行修正，修正发现天线指向偏离同步卫星某小角度后频谱仪上就没有信号了，说明天线远场方向图主瓣宽度比较窄，因此本文实验中选择的扫描角度很小，扫描范围设为 $[-0.6^\circ, 0.6^\circ]$ 。

根据贝塞尔级数性质分别构建出主天线 (口径为 25 m) 与参考天线 (口径为 2.8 m) 的远场方向图后，根据式 (18) 可得远场方向图的幅度、相位分布 (理想情况和有形变情况)。实验中选取 $P = 2$ ，结果如图 8 所示。

由图 8 我们可以看到，在全息实验中，天线面板的微小形变对远场方向图的幅度影响很小，但是对相位分布的影响很明显。全息法测量天线精度时，根据远场与口径场的傅里叶变换关系，我们可以得出口径场分布，进而得知天线面板形变情况，再通过调整面板形变提高天线的测量精度。

实际上，远场分布 $T(u, v)$ 与口径场电流密度分布 J 不是标准的二维傅里叶变换关系，

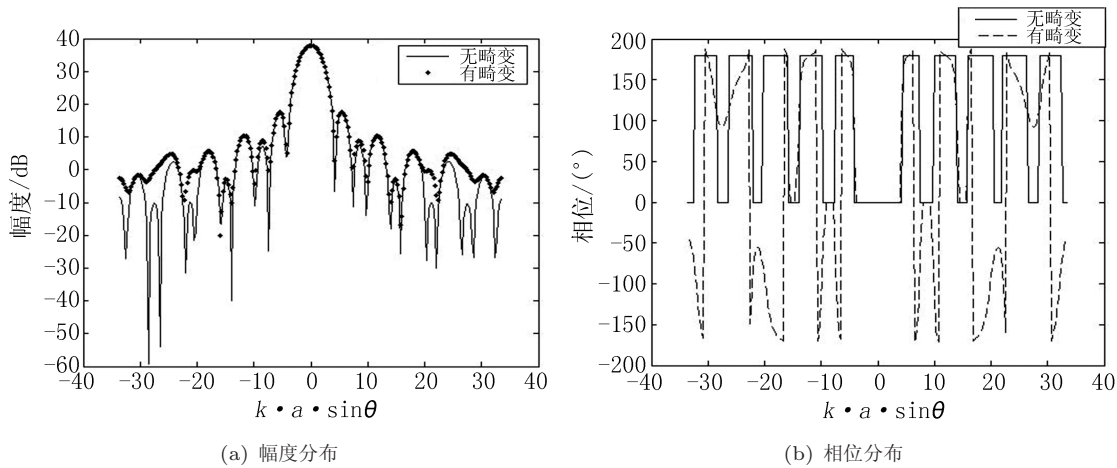


图8 远场方向图

但对于大口径天线我们可以做一定的近似处理^[5]。远场复方向图与抛物面天线表面形变的关系为:

$$\frac{\varepsilon(x, y)}{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{4F^2}} \text{phase}\{e^{j2kF} \times F^{-1}[T(u, v)]\}, \quad (19)$$

式中, F^{-1} 指逆傅里叶变换。在实际应用中, 根据实验接收到的远场方向图, 结合本节理论分析, 通过式 (19) 就可以得到天线面板的形变分布, 从而调整天线面板提高测量精度。

4 噪声仿真分析

根据前文介绍我们可以构建出理想的远场方向图分布, 以及与环形口径场面板形变对应的远场方向图分布。在实际观测中, 除了天线反射面表面形变会影响远场复方向图之外, 噪声因素 (包括天空中的绕射、折射及温度噪声等) 也是影响远场方向图分布从而影响天线测量精度的一个关键因素。本节将对噪声因素的影响做初步的仿真分析。实验中我们假设这些噪声总和为加性高斯白噪声。

实际观测中, 由于受到各种噪声干扰, 主天线和参考天线在接收信号的过程中都会引入很多噪声, 因此, 全息实验测量出的复方向图为^[4]:

$$\text{complex field} = \frac{\text{amp}_T(\theta_i) e^{j\phi_{T_i}} + n_{R_i}^T + jn_{I_i}^T}{\text{amp}_R e^{j0} + n_{R_i}^R + jn_{I_i}^R}. \quad (20)$$

本实验中, 对主天线和参考天线加入信噪比不同的噪声做仿真, 设 SNR_T 和 SNR_R 分别为主天线与参考天线的信噪比。2 天线添加的噪声信噪比如下:

(1) $SNR_T = 20$ dB, $SNR_R = 70$ dB, 仿真结果如图 9 所示;

(2) $SNR_T = 70$ dB, $SNR_R = 20$ dB, 仿真结果如图 10 所示。

图 9 与图 10 比较可以看出, 主天线加入的噪声强时远场方向图的幅度、相位分布都有很大的变化, 参考天线加入强噪声也会对方向图分布产生影响, 但相对来说影响很小, 说明主天线接收信号过程中引入的噪声对远场方向图分布的影响起主要作用。

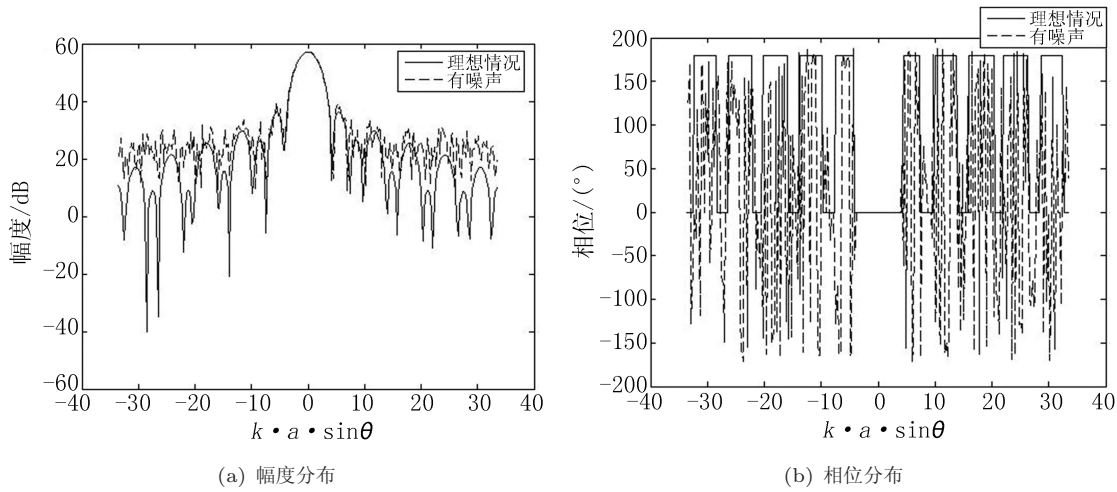


图 9 复远场 ($SNR_T = 20$ dB, $SNR_R = 70$ dB)

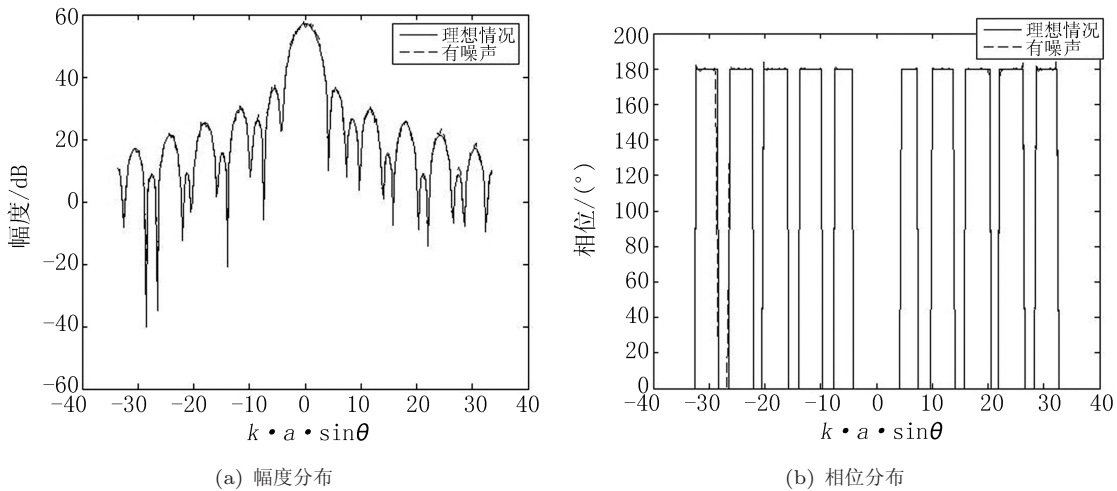


图 10 复远场 ($SNR_T = 70$ dB, $SNR_R = 20$ dB)

实际测量中，主天线和参考天线在扫描范围内受到的干扰不是恒定值。若把扫描范围 $[-0.6^\circ, 0.6^\circ]$ 均分为 4 个区间，分别为： $[-0.6^\circ, -0.3^\circ]$ 、 $[-0.3^\circ, 0^\circ]$ 、 $[0^\circ, 0.3^\circ]$ 、 $[0.3^\circ, 0.6^\circ]$ ，且每个子区间内天线受到的噪声干扰不同， SNR_T 依次为 70 dB、100 dB、70 dB、10 dB； SNR_R 依次为 100 dB、20 dB、20 dB、50 dB。仿真结果如图 11 所示。

在子区间 $[-0.3^\circ, 0^\circ]$ 、 $[0^\circ, 0.3^\circ]$ 内 SNR_T 分别为 100 dB 和 70 dB，而 SNR_R 都是 20 dB。从图 11 (a) 可以看出，由于区间 $[0^\circ, 0.3^\circ]$ 内信噪比低，其幅度分布中的毛刺值相对比较多，从图 11 (b) 的相位分布就看不出这点。

从图 9 到图 11 的仿真结果可以看出噪声对远场复方向图的影响：对于远场幅度，由于信号能量主要集中在主瓣，即主瓣信号强，因此噪声对主瓣幅度影响不明显，但是使旁瓣幅度变化很大；对于远场相位，如果主天线接收过程中引入了强噪声则相位分布变得没有规律可

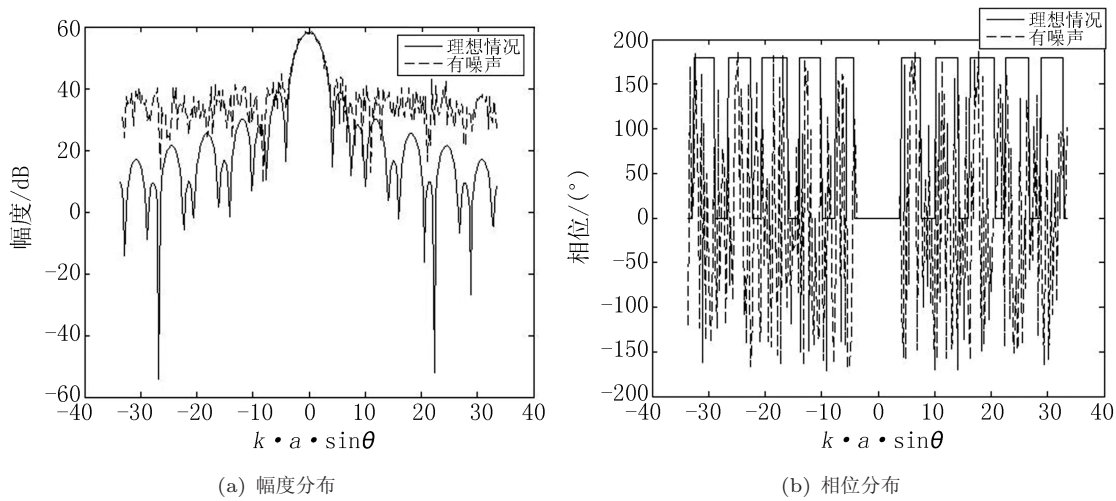


图 11 复远场

循,也无法从含有噪声的远场相位分布图中恢复出有用信息。图 11 说明可以根据远场幅度分布图观察不同区间、不同信噪比的噪声影响情况。

5 应用

本文中的远场仿真是在二维平面上进行的,验证了天线表面形变和噪声对天线远场复方向图的影响,也为我们在实际全息实验中调整面板精度提供了理论基础。全息测量中,我们通过相关机输出能得到远场方向图的幅度、相位分布,通过本文的仿真实验可以对实际全息实验中接收到的远场方向图进行分析,将各个影响因素的作用效果区别开,从而得到由面板形变导致的远场相位畸变。在进一步的研究中将做远场的三维仿真分析,并根据式(19)通过远场相位畸变计算口径场天线面板表面形变。此外,在实际应用中,测天线的远场方向图时,我们通常得到的是关于 θ 和 ϕ (俯仰角和方位角)的远场方向图 $T(\theta, \phi)$,而不能直接得到关于 x 和 y 的远场方向图 $T(x, y)$,这就需要通过已知的远场方向图 $T(\theta, \phi)$ 算出 $T(x, y)$ 。在以后进一步的仿真中,我们可以利用 MATLAB 软件提供的二维插值指令 `interp2` 进行插值,这样只需将插值条件和目标点代入插值指令 `interp2`,便可根据构建出的远场方向图 $T(x, y)$ 插值转换成 $T(\theta, \phi)$,具体分析结果将在研究三维仿真过程时给出。

6 小结

本文通过二维远场仿真分析,验证了面板形变和噪声因素对天线远场方向图的影响。通过比较图 7 与图 9,发现噪声与面板偏差对远场幅度及相位分布的影响不同。面板形变导致的相位变化与噪声导致的有很明显的差别:加入噪声后,相位分布增加跳动变化,变得无规律可循,但是面板表面形变只会导致相位畸变,整体变化趋势与理想情况一致。对于幅度分布,面板表面形变导致的幅度分布虽然有变化,但是由图 7 (a) 可以看到,曲线仍是光滑变化的,幅度可能变大(正形变)或是变小(负形变);而白噪声的加入使得远场幅度分布相对于理

想情况有很多毛刺抖动现象, 这从图 9 (a) 中可以看出。

影响远场方向图的因素除了本文所分析的天线面板形变与加性高斯噪声之外还有很多, 包括俯仰方位角的变化、副面偏移、撑腿遮挡、乘性噪声、系统误差等。在以后的研究中, 我们将会对这些影响因素逐一分析, 从而提高全息技术的测量精度并很好地应用于在建的 65 m 天线。

参考文献:

- [1] 张德齐. 微波天线基础. 北京: 北京工业学院出版社, 1985
- [2] Yahya Rahmat-samii. Radio Science, 1984, 19(5): 1205
- [3] Yahya Rahmat-samii, Victor Galindo-Israel. IEEE Transactions on antennas and propagation, 1980, AP-28(4): 425
- [4] Rochblatt D J, Seidel B L. IEEE Transactions, 1992, 40(6): 1294
- [5] Yahya Rahmat-samii. IEEE Transactions on antennas and propagation, 1985, AP-33(11): 1194

Far Field Analysis of Sheshan 25 m Radio Telescope Based on Holographic Measurement

JIANG Yong-chen^{1,2}, WANG Jin-qing¹, FAN Qing-yuan¹

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030; 2. Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

Abstract: This paper first analyzes the Sheshan 25 m Cassegrain antenna's structure. Using the antenna's structure parameters, simulation analysis of far field with antenna surface deformation and noise are done respectively. And the two-dimensional far field's amplitude and phase distribution are obtained. Contract to the ideal condition, these two factors' effects on holographic measurement, which are the rationale for further research on holography can be got at last.

Key words: holography; surface distortion; noise; far field