

# 基于 $L_1$ 自适应方法的四旋翼飞行器纵向控制\*

王冬来, 吕强, 刘峰, 王珂珂

(装甲兵工程学院, 北京 100072)

**摘要:**针对四旋翼飞行器姿态控制系统欠驱动、强耦合、强振动的特性以及非零初始误差的客观存在,采用了一种新型的  $L_1$  自适应算法,将模型的非线性因素和耦合项视作时变参数和干扰,设计了  $L_1$  自适应控制器,突破了传统自适应控制固有的时变参数频率限制,有效抑制了飞行器机械振动所引起的高频干扰;同时,在飞行器存在非零初态跟踪误差情况下,避免了瞬态误差的出现,确保输入力矩在可控范围内一致有界。最后,仿真结果验证了算法的鲁棒性。

**关键词:**  $L_1$  自适应控制器;四旋翼飞行器;纵向控制;瞬态性能

**中图分类号:** V249.122 **文献标志码:** A

## Quadrotor Longitudinal Controller Based on $L_1$ Adaptive Control Method

WANG Donglai, LV Qiang, LIU Feng, WANG Keke

(The Academy of Armored Forces Engineering, Beijing 100072, China)

**Abstract:** Focused on the characteristics of under-actuation, high-coupling, high-chattering and non-zero initial error of the quadrotor attitude control system, a longitudinal adaptive controller was designed by a novel  $L_1$  adaptive control method in which the nonlinearity and coupling were regarded as time-varying vectors or disturbances. It breaks through the frequency limit of time-varying parameters of traditional adaptive control method, and the problem of high frequency disturbances caused by quadrotor oscillation was restrained effectively. The controller could avoid transient deviation and ensure the input moment being uniformly bounded in the control range under the condition of non-zero trajectory initialization error. The robustness of the method was proved by simulation.

**Keywords:**  $L_1$  adaptive controller; quadrotor; longitudinal control; transient performance

## 0 引言

四旋翼飞行器是一种能够垂直起降的多旋翼直升机,其姿态控制是整个控制系统的核心与难点,国际相关研究机构着重进行了以悬停为目标的姿态控制器的设计与验证。应用较多的线性控制有PID<sup>[1,4,6]</sup>控制和LQR<sup>[1-2]</sup>控制;非线性控制包括反步法<sup>[3-4]</sup>(backstepping)、滑模控制<sup>[1,5]</sup>(sliding mode control)以及自适应控制<sup>[6]</sup>(adaptive control)。由于线性控制对参数的时变特性以及外在干扰的鲁棒性较差,所以在有不确定因素条件下控制效果并不理想。反步法控制也是基于模型准确、外界无干扰的环境下设计的,而滑模控制鲁棒性较好,存在不确定参数的情况下,变换后原则上可以得到“好的”性能,然而,得到这样的性能是以极高的控制功率为代价的<sup>[7]</sup>。由于四旋翼飞行器的非线性特性和时变干扰因素,姿态控制系统的模型建立过程复杂且精度难以保证。文献<sup>[7]</sup>中用模型参考自适应控制方法对四旋

翼飞行器进行了仿真,由于该算法对参数时变频率限制,当飞行器不可避免的高频振动时,控制效果并不理想;同时,实飞过程中非零初态跟踪误差是客观存在的,这往往引起较大的瞬态误差。为了解决上述两个问题,文中首次采用  $L_1$  自适应控制算法,该算法是 Chengyu Cao 和 Naira Hovakimyan 在文献<sup>[8-9]</sup>中提出的。利用  $L_1$  自适应控制器较强的鲁棒性,对存在时变参数和干扰的四旋翼飞行器系统具有良好的跟踪性能,突破了时变参数变化频率的限制;同时,  $L_1$  自适应控制可以使远离零初态的系统跟踪误差指数收敛并保证良好的瞬态和稳态性能。

## 1 $L_1$ 自适应控制器结构

### 1.1 $L_1$ 自适应控制系统的构成

$L_1$  自适应控制系统由四部分组成:被控对象,状态估计器,自适应机制,控制器,其中控制器包括初步

\* 收稿日期:2011-03-01

作者简介:王冬来(1976-),男,河北清苑人,博士,研究方向:非线性控制,微小四旋翼飞行器控制。

控制器和低通滤波器。状态估计器用于估计和监视模型状态及其变化；自适应机制根据自适应律调整参数估计；初步控制律根据调整后的参数和给定的跟踪信号，按照控制律及时调整控制量；最后低通滤波器将控制量中的高频成分滤掉，以实现既定性能。

1) 被控对象

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(\mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\sigma}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \end{cases} \quad (1)$$

其中： $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$  为系统状态向量(可测量的)， $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}$  为控制信号， $\mathbf{b}, \mathbf{c} \in \mathbf{R}^n$  为已知的常数向量， $\mathbf{A}$  为已知的  $n \times n$  矩阵，要求  $(\mathbf{A}, \mathbf{b})$  是能控的，未知参数  $\boldsymbol{\theta} \in \mathbf{R}^n$  属于一个给定的紧致凸集  $\boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Omega}$ ， $\boldsymbol{\sigma}(t)$  是一个时变干扰， $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}$  为系统输出。不失一般性，要求：

$$\boldsymbol{\theta}(t) \in \boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\sigma}(t) \leq \Delta, t \geq 0$$

控制结构如下：

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_1(t) + \mathbf{u}_2(t) \quad \mathbf{u}_1(t) = -\mathbf{K}^T \mathbf{x}(t) \quad (2)$$

$\mathbf{K}$  为名义设计增益，可取为零，要求  $\mathbf{K}$  的选择使  $\mathbf{A}_m = \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{K}^T$  为 Hurwitz 的。将式(2)代入式(1)，被控对象转换为：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\mathbf{u}_2(t) + \mathbf{b}\boldsymbol{\sigma}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \end{cases} \quad (3)$$

2) 状态估计器

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_m \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{b}\hat{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\mathbf{u}_2(t) + \mathbf{b}\hat{\boldsymbol{\sigma}}(t) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}(t) \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{x}_0 \end{cases} \quad (4)$$

$\hat{\mathbf{x}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}$  和  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  分别是对  $\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}$  和  $\boldsymbol{\sigma}$  的估计值。

3) 自适应律：

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(t) = \boldsymbol{\Gamma}_\theta \text{Proj}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(t), -\mathbf{x}(t)\tilde{\mathbf{x}}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{b}) \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_0 \quad \tilde{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}(t) = \boldsymbol{\Gamma}_\sigma \text{Proj}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}(t), -\tilde{\mathbf{x}}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{b}) \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}(0) = \hat{\boldsymbol{\sigma}}_0 \end{cases} \quad (6)$$

$\boldsymbol{\Gamma}_\theta = \boldsymbol{\Gamma}_c \mathbf{I}_{n \times n} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ， $\boldsymbol{\Gamma}_\sigma = \boldsymbol{\Gamma}_c$ ，其中  $\mathbf{I}_{n \times n}$  为  $n$  阶单位矩阵， $\boldsymbol{\Gamma}_c \in \mathbf{R}^+$  是自适应增益， $\boldsymbol{\Gamma}_c$  与  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  的边界成反比，这意味着增大  $\boldsymbol{\Gamma}_c$ ，可以提高系统的跟踪精度。

4)  $L_1$  自适应初步控制律

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{r}}(t) = k_g \mathbf{r}(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}(t)\mathbf{x}(t) - \hat{\boldsymbol{\sigma}}(t) \\ k_g = 1/(\mathbf{c}^T \mathbf{H}(0)) \\ \mathbf{H}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_m)^{-1} \mathbf{b} \end{cases} \quad (7)$$

5) 低通滤波器： $\mathbf{C}(s)$

系统输入为：

$$\mathbf{u}_2(s) = \mathbf{C}(s)\bar{\mathbf{r}}(s)$$

其中滤波器  $\mathbf{C}(s)$  为渐近稳定和严格正则传递函数，且其低通增益  $\mathbf{C}(0) = 1$ ，选择  $\mathbf{C}(s) = \frac{\omega}{s + \omega}$ 。

1.2  $L_1$  增益稳定必要条件

在执行  $L_1$  自适应控制器之前，需验证系统是否满足  $L_1$  增益稳定必要条件：

$$\lambda \triangleq \|\mathbf{H}(s)(1 - \mathbf{C}(s))\|_{L_1} \theta_{\max} < 1 \quad (8)$$

$$\theta_{\max} = \max_{\boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Theta}} \sum_{i=1}^n |\theta_i| \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

只有系统满足式(8)的条件，才能确保系统的瞬态和稳态性能一致有界。

$L_1$  自适应控制器结构如图 1 所示。

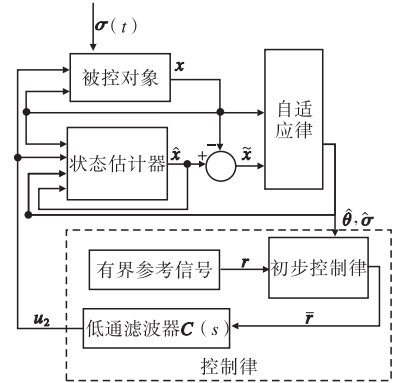


图 1  $L_1$  自适应控制器示意图

2 四旋翼飞行器的  $L_1$  自适应控制器设计

四旋翼飞行器姿态控制系统俯仰通道模型为：

$$\ddot{\alpha} = \dot{\varphi}\psi a_1 - \dot{\varphi} a_2 \Omega_r + b_1 U + F_1 \alpha + F_2 \dot{\alpha} \quad (10)$$

其中： $(\alpha \ \varphi \ \psi)$  分别是飞行器俯仰角、滚转角和偏航角， $(\dot{\alpha} \ \dot{\varphi} \ \dot{\psi})$  是相应的角速度；

$$a_1 = \frac{I_{YY} - I_{ZZ}}{I_{XX}}, a_2 = \frac{J_r}{I_{XX}}, b_1 = \frac{l}{I_{XX}}$$

式中： $I_{XX}, I_{YY}$  和  $I_{ZZ}$  分别是围绕四旋翼机体坐标系  $X, Y, Z$  轴的转动惯量； $J_r$  是旋翼本身的转动惯量； $l$  是旋翼中心到飞行器重心的直线距离； $\Omega_r$  为旋翼转速总体余量； $U$  是纵向的俯仰力矩输入； $F_1(t)$  是时变摩擦系数； $F_2(t)$  是随外力矩或电机转速变化的未建模动态，令：

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}$$

那么式(10)转换为：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(\mathbf{u}(t) - \bar{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\sigma}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \end{cases} \quad (11)$$

$$\bar{\boldsymbol{\theta}} = [-F_1(t) \quad -F_2(t)]^T, \boldsymbol{\sigma}(t) = \dot{\varphi}\psi a_1 - \dot{\varphi} a_2 \Omega_r$$

首先检验系统的可控性和  $\mathbf{A}$  是否满足 Hurwitz 条件，如果  $\mathbf{A}$  不满足 Hurwitz 条件，根据所需的系统稳定性和动态品质配置闭环系统的极点，使得  $\mathbf{A}_m = (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{K})$  满足 Hurwitz 条件，其中：

$$\mathbf{K} = [\mathbf{K}_1 \quad \mathbf{K}_2]$$

于是式(11)可变换为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(u_2(t) - \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\sigma}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \end{cases} \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{K}_1 - \mathbf{F}_1(t) \quad \mathbf{K}_2 - \mathbf{F}_2(t)]^T$$

### 3 仿真

由式(10)转换为式(11)得:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\text{rank}([\mathbf{b}, \mathbf{A}\mathbf{b}]) = 2$ , 可知系统是能控的, 由于  $\mathbf{A}$  不满足 Hurwitz 条件, 取阻尼比  $\delta = 0.7$ , 得极点为  $P_{1,2} = -0.7000 \pm 0.7141i$ , 得  $\mathbf{K} = [1 \quad 1.4]$ , 得:

$$\mathbf{A}_m = \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{K}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1.4 \end{bmatrix}$$

选取:

$$\begin{cases} \sigma_1(t) = 0.6\sin(0.2t) \\ [F_1(t) \quad F_2(t)] = [\cos(0.5t) \quad 0.2\sin(0.1t)] \end{cases}$$

得:

$$\boldsymbol{\theta}(t) = [1 - \cos(0.5t) \quad 1.4 - 0.2\sin(0.1t)]^T$$

可知:

$$\Theta_i = [-2 \quad 2] \quad i = 1, 2 \quad (13)$$

选取  $\Delta = [-3 \quad 3]$ 。将式(13)代入式(9)得  $\theta_{\max} = 4$ , 将  $\mathbf{A}_m$ 、 $\mathbf{b}$  代入式(7)得:

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\frac{1}{s^2 + 1.4s + 1}}{\frac{s}{s^2 + 1.4s + 1}}$$

根据文献[8]中的定义 2、3,  $\|\cdot\|_{L_1}$  是系统的  $L_1$  增益。图 2 给出了  $\lambda$  与  $\omega$  的关系曲线。可以看出, 通过增加  $C(s)$  的带宽  $\omega$ ,  $\lambda$  的值逐渐减小, 当  $\omega$  大于 10,  $\lambda$  就小于 1, 式(6)的条件即得到满足, 仿真中选取  $\omega = 15$ 。

图 2  $\lambda$  的值随  $\omega$  变化

#### 3.1 在外扰 $\sigma_1(t) = 0.6\sin(0.2t)$ 条件下的仿真

取参考输入为  $r = 3\cos(\pi t)$ , 自适应增益  $\Gamma_c = 10000$ ,  $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。结果如图 3、图 4。

从图 3 可以看出, 俯仰角能渐进跟踪上目标信号, 从图 4 可看出, 输入力矩在可控范围内一致有界。

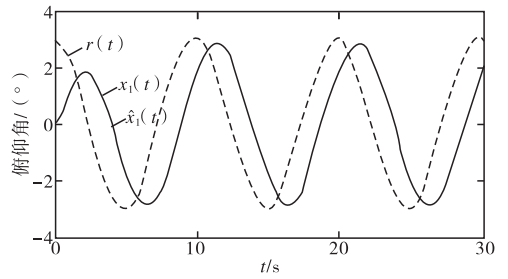


图 3  $L_1$  自适应控制器在外扰  $\sigma_1(t)$  下的控制效果

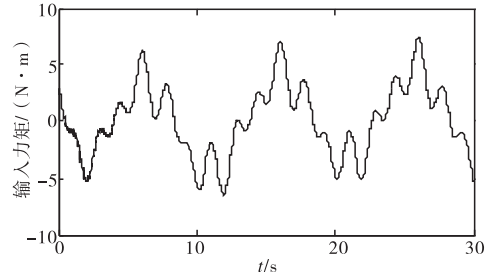


图 4 输入力矩  $U$  随时间变化情况

#### 3.2 在外扰 $\sigma_2(t) = \sin(30t) + 2\cos(20t)$ 条件下的仿真

飞行器在飞行过程中, 机械振动无法避免, 这就对系统形成高频的外界干扰, 当外部干扰频率增高后, 其控制效果和输入力矩如图 5、图 6。

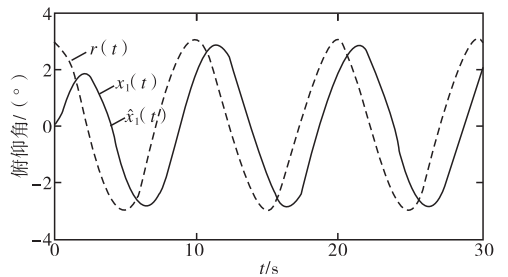


图 5  $L_1$  自适应控制器在高频外扰  $\sigma_2(t)$  下的控制效果

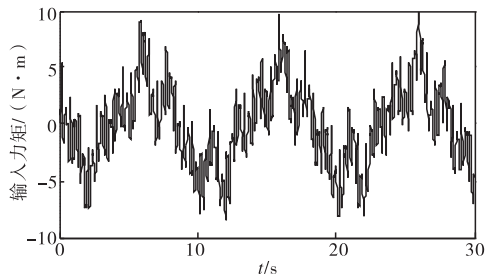


图 6 输入力矩  $U$  随时间变化情况

从图中可以看出图 3 和图 5 基本是一样的, 其中  $x_1(t)$  与  $\hat{x}_1(t)$  基本重合在一起,  $L_1$  自适应控制器确保了在不确定高频外扰下一致且光滑的瞬态性能, 说明  $L_1$  自适应控制器的频率与外扰的频率相吻合, 并且较好的对其进行了补偿。

#### 3.3 存在非零初始跟踪误差条件下的仿真

在试验中, 飞行器的初始状态与状态估计器设定的初始状态难以避免的出现误差。取  $x_0 = 0, \hat{x}_0 =$

—1,图 5、图 6 就是具有非零初始跟踪误差系统在外界干扰  $\sigma_2(t)$  下的系统响应以及输入力矩信号。

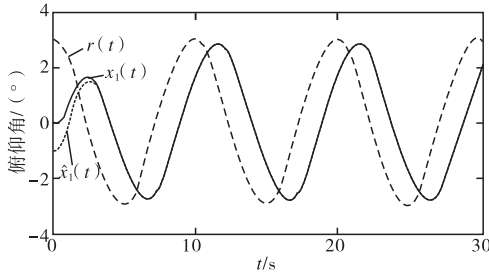


图 7  $L_1$  自适应控制器对非零初始跟踪误差系统的控制效果

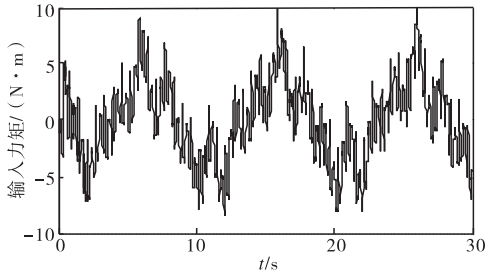


图 8 输入力矩  $U$  随时间变化情况

由图 7 可以看出非零初态系统的跟踪误差  $\tilde{x} = x - \hat{x}$  在瞬态响应过程中指数收敛,图 8 表明,在  $\tilde{x}$  收敛过程中确保了输入力矩  $U$  在可控范围内变化。

### 4 结论

采用新型的  $L_1$  自适应控制算法,将四旋翼飞行器模型的非线性因素和耦合项因素视作时变参数和干扰,构造了  $L_1$  自适应控制器,在外扰频率不断增高的条件下,系统响应始终能够较好的跟踪参考信号,表明  $L_1$  自适应控制器可以有效抑制外部干扰和不确定因素的影响,突破了传统自适应控制对时变参数频率的限制,较好的解决了由于飞行器机械振动引发的高频干扰问题。同时,该控制器避免了在远离零初态

跟踪误差条件下系统出现瞬态误差,在瞬态响应过程中使得跟踪误差指数收敛,确保存在初始非零误差情况下飞行器具有良好的瞬态和稳态性能。

### 参考文献:

[1] Samir Bouabdallah. Design and control of quadrotors with application to autonomous flying[D]. Switzerland: Lausanne EPFL, 2007: 15—75.

[2] Ian D Cowling, Oleg A Yakimenko, James F Windborne. A prototype of an autonomous controller for a quadrotor UAV [C]// Proceedings European Control Conference, 2007.

[3] Olfati-Saber R. Nonlinear control of under actuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles[D]. Massachusetts Institute of Technology, 2001.

[4] 刘焕晔. 小型四旋翼飞行器飞行控制系统研究与设计 [D]. 上海: 上海交通大学, 2009: 22—49.

[5] Mehmet Onder Efe. Robust low altitude behavior control of a quadrotor rotorcraft through sliding modes [C]// Proceeding of the 15th Mediterranean Conference on Control & Automation, 2007.

[6] 黄溪流. 一种四旋翼无人直升机飞行控制器的设计 [D]. 南京: 南京理工大学, 2010: 15—34.

[7] 程代展, 译. 应用非线性控制 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006: 277—278.

[8] Chengyu Cao, Naira Hovakimyan. Design and analysis of a novel  $L_1$  adaptive control architecture with guaranteed transient performance [C]// IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(2): 586—591.

[9] Chengyu Cao, Naira Hovakimyan.  $L_1$  adaptive controller for systems with unknown time-varying parameters and disturbances in the presence of non-zero trajectory initialization error [J]. International Journal of Control, 2008, 81(7): 1147—1161.

(上接第 33 页)

迎角限制系统虽然故障率高,但只要导弹、设备使用维护得当,就能降低故障率。

### 3 结束语

迎角传感器技术作为一种成熟技术成功应用于此型空空导弹(恐怕也是世界上唯一一型),它通过相当简捷的方式实现了对导弹迎角、侧滑角的测量和限制。因为是直接测量得到,而不是从角速度换算来的伪攻角<sup>[5]</sup>,故不需要惯导系统和弹载计算机配合。

文中论述了其在控制系统中工作原理和设计思路,对常见故障进行了分析。希望能对制导武器的修

理和设计有所帮助。

### 参考文献:

[1] 樊会涛,吕长起,林忠贤,等. 空空导弹系统总体设计 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.

[2] 杨军,杨晨,段朝阳,等. 现代导弹制导控制系统设计 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2005.

[3] 薛霸. 致命的短刃—第四代近距空空导弹发展解析 [J]. 航空档案, 2006(11): 68—84.

[4] 彭志专,王鼎,陆波,等. 飞机攻角侧滑角传感器检测系统 [J]. 传感器技术, 2004, 23(9): 59—60.

[5] 梁晓庚,王伯荣,余志峰,等. 空空导弹制导控制系统设计 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.