文章编号: 1003- 207(2003)02- 0045- 05

多品种随机数学模型的物流配送中心选址问题

杨　波

(中国科学技术大学商学院, 安徽 合肥　230026)

摘　要: 本文对照文[12], 提出了一个多品种随机化的模型, 并从数学角度对该模型进行了的一些分析, 给出了单配送中心选址问题的一个量化的处理方法, 当城市商品需求量服从指数分布或者帕累托分布时, 我们的计算公式非常简单。

关键词: 物流系统; 配送中心选址; 随机变量; 指数分布; 帕累托分布; 停止- 损失函数; 同单调

中图分类号: C931; O224　　文献标识码: A

1　引言

在物流系统分析与设计时, 物流配送中心选址常需要得到模型化, 数量化的支持。传统的物流配送选址模型往往都是假设在物流系统中各供应点(城市)对某商品的需求量为已知常数, 然后选择单个或多个配送中心[1, 2, 5, 7, 11]。

我们在近期的工作中认为[12], 在企业确定物流中心时各个城市对某商品的需求量是不可能已知的。企业只可能对这些需求量做一些预测; 也就是说各个城市对某商品的需求量应该是随机变量, 这些随机变量之间有着一定的相依关系。

但文[12]只对单一品种商品对应的模型进行了讨论, 我们将在本文中按照文[12]的手法, 对多品种商品对应的模型进行较为深入的数学处理, 并给出配送中心选址问题的量化计算公式, 从而彻底处理了多品种随机化物流模型配送中心的选址问题, 改进了文[12]的结果。特别地, 当城市商品需求量服从指数(Exponential)分布或者帕累托(Pareto)分布时, 我们的量化公式可以被大大地简化。

2　模型和基本假设

设 n 个城市, 记为 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 我们假设城市 a_i 与 a_j 之间的最短距离为 d_{ij}, $i, j = 1, 2, \cdots, n$. 我们现在要在这 n 个城市中建立一个配送中心, 使总配送需求最小。

传统的处理手法[2] 是设第 k 个城市对该种商品的需求量为常数 X_k, $k = 1, 2, \cdots, n$. 如果中心建在第 m 个城市, $m = 1, 2, \cdots, n$. 则它到各个城市的总配送需求为

$$S_m = \sum_{k=1}^{n} d_{km} X_k, \qquad m = 1, 2, \cdots, n. \tag{1}$$

于是配送中心选址问题归结成为寻找一个自然数 m^*, 使得

$$S_{m^*} = \min_{1 \leqslant m \leqslant n} S_m = \min_{1 \leqslant m \leqslant n} \sum_{k=1}^{n} d_{km} X_k. \tag{2}$$

文[12]认为上述模型中的第 k 个城市的需求量 X_k 在确定配送中心时是不可能准确知道的, 其数值只能是预先估计出来的。所以从数学角度来说, $X = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 是一个 n 维随机向量, 各维分量之间满足一定的相依关系(Dependence)。从而如果按照传统的处理手法, 最后确定的 m^* 也只能是一个随机化的足标, 取值于 $\{1, 2, \cdots, n\}$。可见, 实际上传统的手法对随机化的物流模型是无效的。文[12]的基本假设为:

(1) 物流系统只有一种商品存在, 且"单位路程 · 重量"的运费为常数 1;

(2) 设 n 个城市 $a_1, a_2, \cdots, a_n$. 城市 a_i 与 a_j 之间的最短距离为常数 d_{ij}, $i, j = 1, 2, \cdots, n$;

(3) 第 k 个城市对某种商品的需求量为非负随机变量 X_k, $k = 1, 2, \cdots, n$;

(4) 如果中心建在 a_m, $m = 1, 2, \cdots, n$, 则各个城市的总配送需求 S_m 由(1)给出;

收稿日期: 2002- 10- 10
作者简介: 杨波(1965-), 男(汉族), 中国科学技术大学商学院博士研究生, 研究方向: 管理科学与工程.

(5) 随机向量$\underline{X} = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$满足同单调的相依关系[1]。

基于这些假设, 文[12]对总配送需求制定一个比较大小的标准(即积分停止-损失序), 并按照这个标准寻求一个m^*使S_{m^*}达到最优。

本文将上述结果推广到了多品种模型, 考虑的场合更为一般。本文的基本假设为:

(1) 物流系统共有t种商品存在, $t \geqslant 1$, 第i种商品在"单位路程·重量"的运输费用为$p_i > 0$, $i = 1, 2, \cdots, t$;

(2) 同上;

(3) 第k个城市对第i种商品的需求量为非负随机变量X_{ki}, $k = 1, 2, \cdots, n$, $i = 1, 2, \cdots, t$;

(4) 如果中心建在a_m, $m = 1, 2, \cdots, n$, 则各个城市对第i种商品的总配送需求S_{mi}由

$$S_{mi} = p_i \sum_{k=1}^{n} d_{km} X_{ki},$$

$$m = 1, 2, \cdots, n, \ i = 1, 2, \cdots, t, \tag{3}$$

给出各个城市对所有商品的总配送需求S_m为

$$S_m = \sum_{i=1}^{t} S_{mi}, \ m = 1, 2, \cdots, n; \tag{4}$$

(5) 每一个随机向量$\underline{X_i} = \{X_{1i}, X_{2i}, \cdots, X_{ni}\}$满足同单调的相依关系, $i = 1, 2, \cdots, t$, 且随机向量$\underline{S_m} = \{S_{m1}, S_{m2}, \cdots, S_{mt}\}$也满足同单调的相依关系。

然后我们按照文[12]制定的比较大小的标准(即积分停止-损失序), 寻求一个m^*使(4)式中的S_{m^*}达到最优。

3 比较标准

本节, 我们总是假设涉及到的随机变量具有有限的数学期望, 对一个随机变量X, 设它的分布函数为$P(X \leqslant x) = F_X(x)$, 尾巴概率为$P(X > x) = \overline{F_X}(x) = 1 - F_X(x)$。

在许多应用学科中, 人们对随机变量引入了一些准则, 使它们相互之间可以比较"大小"(序)。为此, 我们给出一个源于保险学的名词"止损函数"(Stop-Loss Premium)。对于随机变量X和一个常数r, 我们称$E[(X - r)_+]$为X的带有留值(Retention) r的止损函数, 其中$x_+ = \max\{x, 0\}$。显然, 由分部积分我们可得

$$E[(X - r)_+] = \int_r^{\infty} \overline{F_X}(x)\,dx。 \tag{5}$$

设X和Y是两个随机变量。如果对任何的保留值$-\infty < r < \infty$有

$$E[(X - r)_+] \leqslant E[(Y - r)_+] \tag{6}$$

我们说在停止-损失序(Stop-Loss Order)的意义下随机变量X优于随机变量Y(X is precede Y), 记为$X \leqslant_{sl} Y$。

由(6)给出的停止-损失序阐明了一个非常实用的关于随机变量的比较准则[6,10,4,12]。但是, 如[12]所述, 对某两个随机变量X和Y, 按照定义1, 可能会出现对一部分$r \in IR$有(6)成立, 而对另一部分$r \in IR$有(6)不成立。也就是说, 如果简单地套用, 那么会出现两个随机变量不能比较大小的情形。所以我们下面要重新制定一个比较标准。我们采用的标准仍与文[12]中标准相同, 即在(6)两边对变量r按照dr进行积分, 然后比较积分值的大小。如果

$$\int_0^{\infty} E[(X - r)_+]\,dr \leqslant \int_0^{\infty} E[(Y - r)_+]\,dr,$$

那么我们认为在积分停止-损失序(Integrated Stop-Loss Order)的意义下, 变量X优于变量Y, 记为$X \leqslant_{isl} Y$; 否则, 我们认为变量Y优于变量X, 记为$X \geqslant_{isl} Y$。

4 同单调随机变量和的停止-损失函数的计算

我们需要分布函数的α-混合反函数的概念[12]。设$p \in [0, 1]$, 我们考虑下面的闭区间

$$[\inf\{x \in IR \mid F_X(x) \geqslant p\}, \ \sup\{x \in IR \mid F_X(x) \leqslant p\}],$$

这里我们约定$\inf \emptyset = \infty$. $\sup \emptyset = -\infty$. 我们记该区间的两个端点分别为F_X的两个反函数, 即

$$\begin{cases} F_X^{-1}(p) = \inf\{x \in IR \mid F_X(x) \leqslant p\}, \\ F_X^{-1+}(p) = \sup\{x \in IR \mid F_X(x) \leqslant p\}, \end{cases} p \in [0, 1]. \tag{7}$$

由(7), 我们可以定义分布函数F_X的更一般的反函数如下: 对任何$\alpha \in [0, 1]$, 我们称

$$F_X^{-1(\alpha)}(p) = \alpha F_X^{-1}(p) + (1 - \alpha) F_X^{-1+}(p), \ p \in (0, 1) \tag{8}$$

为F_X的α混合反函数。

---

1 随机向量X的同单调性是现代风险理论中有一个非常重要的概念, 它描述的是各个分量之间在概率的意义下"一大俱大"或"一小俱小"的一种性质. 该性质被许多具有实际应用背景的随机向量满足. 在金融和保险领域, 随机向量同单调的概念有着很强的背景支持[9]. 现代精算学中关于同单调的研究已经非常系统, 得到了许多深入的结果[3].

利用分布函数 α- 混合反函数的概念我们可以给出同单调随机变量和的停止- 损失函数的计算公式。现在我们设 $X = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 为一个同单调的 n 维随机向量。记它的各维分量之和为 $S = \sum_{k=1}^{n} X_k$。记分布函数 F_S 的α- 混合反函数为$F_S^{-1(\alpha)}$。下面的引理可以参阅[8, 3]。

引理。设$\underline{X} = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 为一个同单调的 n 维随机向量, 则

(1) 对任何 $0 < p < 1$ 和 $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$ 有

$$F_S^{-1(\alpha)}(p) = \sum_{k=1}^{n} F_{X_k}^{-1(\alpha)}(p); \tag{9}$$

(2) 对任何满足 $F_S^{-1+}(0) < r < F_S^{-1}(1)$ 的 r 有

$$E[(S - r)_+] = \sum_{k=1}^{n} E[(X_k - r_k)_+] \tag{10}$$

其中, $r_k = F_{X_k}^{-1(\alpha_r)}(F_S(r))$, $k = 1, 2, \cdots, n$, 而 α_r 由 $F_S^{-1(\alpha_r)}(F_S(r)) = r$ 决定。

5　多品种物流配送中心选址的量化方案

对于第 2 节介绍的关于多品种物流系统配送问题随机化的数学模型, 如果中心建在 a_m, $m = 1, 2, \cdots, n$, 则它到各个城市的总配送需求 S_m 由公式(4) 给出, 其中各个 S_{mi} 由公式(3) 给出, 这里 $m = 1, 2, \cdots, n$, $i = 1, 2, \cdots, t$。按照第 3 节的积分停止- 损失序的标准, 为了寻求一个 m^* 使 S_{m^*} 达到最优, 下面列出我们的解决方案如下:

(1) 对由 n 个城市$a_1, a_2, \cdots, a_n$ 构成的图, 求出任意两个城市 a_i 与a_j 之间的最短距离 d_{ij}, $i, j = 1, 2, \cdots, n$, 关于 d_{ij} 的算法问题是图论等学科中最基本的问题, 我们在此就不一一赘述了。

(2) 设各个城市对商品 i 的需求量构成的随机向量$X_i = \{X_{1i}, X_{2i}, \cdots, X_{ni}\}$ 为一个同单调的 n 维随机向量, $i = 1, 2, \cdots, t$, 且如果配送中心建在 a_n 处, 则各城市对各商品的总配送需求向量 $\underline{S_m} = \{S_{m1}, X_{m2}, \cdots, X_{mt}\}$ 也是一个同单调的 n 维随机向量。回忆(4) 式, (10) 式, 有

$$\int_0^\infty E[(S_m - r)_+]\,dr$$

$$= \int_0^\infty E\left[\left(\sum_{i=1}^{t} S_{mi} - r\right)_+\right] dr$$

$$= \int_0^\infty \sum_{i=1}^{t} E[(S_{mi} - F_{S_{mi}}^{-1(\alpha_r)}(F_{S_m}(r)))_+]\,dr, \tag{11}$$

其中 α_r 由$F_{S_m}^{-1(\alpha_r)}(F_{S_m}(r)) = r$ 决定。记 $u_i(r) = F^{-1(\alpha_r)}S_{mi}(F_{Sm}(r))$, 则由 α- 混合反函数的定义知 $F_{Smi}(u_i(r)) = F_{Sm}(r)$。由(3) 式, 再一次运用(10) 我们知道存在某 $0 \leqslant \beta_r \leqslant 1$ 使得下面推导有效:

$$\int_0^\infty E[(S_m - r)_+]\,dr$$

$$= \sum_{i=1}^{t}\int_0^\infty \sum_{k=1}^{n} E[(p_i d_{km} X_{ki} - F_{p_i d_{km} X_{ki}}^{-1(\beta_r)}(F_{Smi}(u_i(r))))_+]\,dr$$

$$= \sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}\int_0^\infty E[(p_i d_{km} X_{ki} - F_{p_i d_{km} X_{ki}}^{-1(\beta_r)}(F_{Sm}(r)))_+]\,dr$$

$$= \sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}\int_0^\infty E[(p_i d_{km} X_{ki} - F_{p_i d_{km} X_{ki}}^{-1}(F_{Sm}(r)))_+]\,dr$$

$$- \sum_{i=1}^{t}\int_0^\infty \sum_{k=1}^{n}\int_{F_{p_i d_{km} X_{ki}}^{-1}(F_{S_m}(r))}^{F_{p_i d_{km} X_{ki}}^{-1(\beta_r)}(F_{S_m}(r))} \overline{F_{p_i d_{km} X_{ki}}(x)}\,dx\,dr$$

$$= I_1 - I_2 \tag{12}$$

对于(12) 式的第二项, 运用(9), 我们处理如下

$$I_2 = \sum_{i=1}^{t}\int_0^\infty \sum_{k=1}^{n}(F_{p_i d_{km} X_{ki}}^{-1(\beta_r)}(F_{Sm}(r)) - F_{p_i d_{km} X_{ki}}^{-1}(F_{Sm}(r)))\,\overline{F_{Sm}}(r)\,dr$$

$$= \sum_{i=1}^{t}\int_0^\infty (F_{S_{mi}}^{-1(\beta_r)}(F_{Sm}(r)) - F_{Smi}^{-1}(F_{Sm}(r)))\,\overline{F_{Sm}}(r)\,dr$$

$$= \int_0^\infty (F_{Sm}^{-1(\beta_r)}(F_{Sm}(r)) - F_{Sm}^{-1}(F_{Sm}(r)))\,\overline{F_{Sm}}(r)\,dr$$

$$= \int_0^\infty (r - F_{Sm}^{-1}(F_{Sm}(r)))\,\overline{F_{Sm}}(r)\,dr. \tag{13}$$

把(13) 式代入(12) 最终得到

$$\int_0^\infty E[(S_m - r)_+]\,dr$$

$$= \sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n} p_i d_{km}\int_0^\infty E[(X_{ki} - F_{X_{ki}}^{-1}(F_{Sm}(r)))_+]\,dr$$

$$- \int_0^\infty (r - F_{Sm}^{-1}(F_{Sm}(r)))\,\overline{F_{Sm}}(r)\,dr. \tag{14}$$

如果每一个随机变量 X_{mi} 的分布函数严格单调增加, $i = 1, 2, \cdots, t$, 那么它们的线性组合 S_m 的分布函数F_{Sm} 也是严格单调增加的。从而上式的第二项为 0。于是 $I_2 = 0$, 从而(14) 可以简化为

$$\int_0^\infty E[(S_m - r)_+]\,dr = \sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n} p_i d_{km}$$

$$\int_0^\infty E[(X_{ki} - F_{X_{ki}}^{-1}(F_{Sm}(r)))_+]\,dr. \tag{15}$$

利用(14)(当每一个随机变量 X_i 的分布函数都严格单调增加时利用(15) 式) 计算出$\int_0^\infty E[S_m - r]\,dr$, $m = 1, 2, \cdots, n$。

3. 从计算出的值

$$\left\{\int_0^\infty E[(S_m - r)^+]\,dr,\ m = 1, 2, \cdots, n\right\}$$

中寻找到最小的一个。设这个最小值为$\int_0^\infty E[(S_{m^*}-r)_+]dr$，则我们认为配送中心应该定在城市 a_{m^*} 处。

6 两个具体例子

本节用两个具体例子来说明在解决实际问题的时候我们的方法用起来非常方便。

例 1. 设城市 a_k 对第 i 商品的需求随机变量服从参数为$b_{ki}>0$的指数分布，即：$X_{ki}\sim \mathrm{Exp}(1/b_{ki})$，$k=1,2,\cdots,n$，$i=1,2,\cdots,t$。我们知道变量 X_{ki} 的分布函数为

$$F_{X_{ki}}(x)=1-\exp\left\{-\frac{x}{b_{ki}}\right\}。$$

任取 $0<p<1$，直接令 $F_{X_{ki}}(x)=p$ 解得 X_{ki} 的 p – 分位数(反函数)为

$$F^{-1}_{X_{ki}}(p)=-b_{ki}\log(1-p). \tag{16}$$

由(5)式我们立即得到

$$E[(X_{ki}-r)_+]=b_{ki}\exp\left\{-\frac{x}{b_{ki}}\right\},0<r<\infty. \tag{17}$$

由第 2 节中我们假设的模型中数据的同单调性，逐次使用(9)我们得到

$$F^{-1}_{S_m}(p)=\sum_{i=1}^{t}F^{-1}_{S_{im}}(p)=\sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}F^{-1}_{p_id_{km}X_{ki}}(p)$$
$$=\sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}p_id_{km}F^{-1}_{X_{ki}}(p)=-\left(\sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}p_id_{km}b_{ki}\right)$$
$$\cdot\log(1-p)=-C_m\log(1-p). \tag{18}$$

对照(16)式和(17)式我们立即获得

$$E[(S_m-r)_+]=C_m\exp\left\{-\frac{r}{C_m}\right\},0<r<\infty. \tag{19}$$

从而

$$\int_0^\infty E[(S_m-r)_+]dr=C_m\int_0^\infty\exp\left\{-\frac{r}{C_m}\right\}dr$$
$$=C_m^2=\left(\sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}p_id_{km}b_{ki}\right)^2 \tag{20}$$

于是，按照第 5 节的方法，只要比较 $C_1,C_2,\cdots,C_n$ 共 n 个数据，找出最小的一个即可知道配送中心的位置。

例 2. 设城市 a_k 对第 i 商品的需求随机变量服从参数为 $\alpha>2$ 和 $x_{ki}>0$ 的帕累托分布，即：$X_{ki}\sim \mathrm{Pareto}(\alpha,x_{ki})$，$\alpha>2$，$k=1,2,\cdots,n$，$i=1,2,\cdots,t$。我们知道变量 X_{ki} 的分布函数为

$$F_{X_{ki}}(x)=1-\left(\frac{x_{ki}}{x}\right)^{\alpha},x>x_{ki}>0.$$

任取 $0<p<1$，直接令 $F_{X_{ki}}(x)=p$ 解得 X_{ki} 的 p – 分位数(反函数)为

$$F^{-1}_{X_{ki}}(p)=\frac{x_{ki}}{(1-p)^{1/\alpha}},0<p<1. \tag{21}$$

由(5)式我们立即得到

$$E[(X_{ki}-r)_+]=\begin{cases}\dfrac{x_{ki}^{\alpha}}{\alpha-1}r^{-\alpha+1}, & x_{ki}<r<\infty;\\[2mm] \dfrac{\alpha}{\alpha-1}x_{ki}-r, & 0\leqslant r\leqslant x_{ki}.\end{cases} \tag{22}$$

由第 2 节中我们假设的模型中数据的同单调性，逐次使用(9)我们得到

$$F^{-1}_{S_m}(p)=\sum_{i=1}^{t}F^{-1}_{S_{im}}(p)=\sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}F^{-1}_{p_id_{km}X_{ki}}(p)$$
$$=\sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}p_id_{km}F^{-1}_{X_{ki}}(p)=\left(\sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}p_id_{km}x_{ki}\right)$$
$$\frac{1}{(1-p)^{1/\alpha}}=\frac{D_m}{(1-p)^{1/\alpha}} \tag{23}$$

对照(21)式和(22)式我们立即获得

$$E[(S_m-r)_+]=\begin{cases}\left(\dfrac{D_m}{r}\right)^{\alpha-1}\dfrac{D_m}{\alpha-1}, & D_m<r<\infty;\\[2mm] \dfrac{\alpha}{\alpha-1}D_m-r, & 0\leqslant r\leqslant D_m\end{cases} \tag{24}$$

从而

$$\int_0^\infty E[(S_m-r)_+]dr$$
$$=\int_0^{D_m}\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}D_m-r\right)dr+\int_{D_m}^\infty\left(\frac{D_m}{r}\right)^{\alpha-1}\frac{D_m}{\alpha-1}dr$$
$$=\frac{\alpha+1}{2(\alpha-2)}D_m^2=\frac{\alpha+1}{2(\alpha-2)}\left(\sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}p_id_{km}x_{ki}\right)^2 \tag{25}$$

于是，按照第 5 节的方法，只要比较 $D_1,D_2,\cdots,D_n$ 共 n 个数据，找出最小的一个即可知道配送中心的位置。

7 结语

比起传统的模型来说，本文在第 2 节引入的随机化的物流配送模型更符合物流实际；比起文[12]来说，我们解决的是多品种物流系统的配送中心选址问题，具有实质性的改进。我们的两个具体例子表明，在本文的标准下，最后真正的计算复杂度并不算大，关键在于计算 S_m 的分布函数。

参考文献:

[1] Bachtel, C. and Jayanth, J. Supply chain management: A strategic perspective[J]. The International Journal of Logistics Management, 1997, 8(1).

[2] Bowersox, D. J. and Closs, D. J. Logistical Management: The Integrated Supply Chain Process[M]. McGraw-Hill, Inc. 1998.

[3] Dhaene, J., Denuit, M., Goovaerts, M. J., Kaas, R. and Vyncke, D., The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: theory. Insurance Math. Econom [M]., 付印. 2002a.

[4] Denuit, M., De Vylder, F. and Lefèvre, C. Extrema with respect to s-convex orderings in moment spaces: a general solution [J]. Insursance: Methematics & Economics, 1992, 24: 201-217.

[5] Donna, L. Doane. Cooperation, Technology and Japanese Development[M]. Westview Press, 1995.

[6] Goovaerts, M. J., Kaas, R., Van Heerwaarden, A. E. and Bauwelinckx T. Effective actuarial methods[M]. North-Holland, Amsterdam, 1990.

[7] 胡双增, 张明. 物流系统工程[M]. 清华大学出版社, 2000.

[8] Kaas, R, Dhaene, J. and Goovaerts. M. J. Upper and lower bounds for sums of random variables[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2000, 27, 151-168.

[9] Kaas, R., Goovaerts, M. J., Dhaene, J. and Denuit, M. Modern Actuarial Risk Theory[M]. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ, 2001.

[10] Kaas, R., Van Heerwaarden, A. E. and Goovaerts, M. J. Ordering of actuarial risks[M]. Caire Education Series, Amsterdam, 1994.

[11] 宋华, 胡左浩. 现代物流与供应链管理[M]. 经济管理出版社, 2000.

[12] [J]杨波, 梁　, 唐启鹤. 物流配送中心选址的随机数学模型[J]. 中国管理科学, 2002, 10(5): 57-61.

A Randomized Mathematic Model of Logistic System and Allocation of its Distribution Center

YANG Bo

(School of Business, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: In some classical models of logistic system the demand of each city is assumed to be constant. In this paper we propose a randomized model logistic system, in which the demand of each city is regarded as a random variable. A quantitative approach to determine the distribution center is derived. In doing this, some details of mathematics are involved.

Key words: logistics system; distribution center allocation; random variable; stop-loss function; comonotonicity.