

基于公平性对偶理论的多小区下行协同波束成形算法

何世文^{1,2}, 黄永明^{1,2}, 杨绿溪^{1,2}

(1. 东南大学 教育部水声信号处理重点实验室, 江苏 南京 210096; 2. 东南大学 信息科学与工程学院, 江苏 南京 210096)

摘要: 为了实现最大化最差用户速率准则下的多小区下行协同波束成形优化, 首先基于拉格朗日对偶理论推导出了多小区下行波束成形最差用户信干噪比最大化优化问题的虚拟上行对偶问题, 进而提出了一种联合利用二分法和几何规划有效迭代解决该虚拟上行对偶问题的算法。通过把对偶上行链路优化问题的解转换到原始下行链路优化问题, 从而获得多小区下行链路波束成形的波束矢量和发射功率。仿真结果表明, 相比已有的多小区下行协同波束成形算法, 所提算法在最差用户速率性能以及能效归一化速率性能指标方面都具有明显优势。

关键词: 小区间干扰; 协同波束成形; 对偶理论; 最大化最小信干噪比

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)01-0069-08

Multi-cell downlink coordinated beam forming algorithm based on fairness duality theory

HE Shi-wen^{1,2}, HUANG Yong-ming^{1,2}, YANG Lv-xi^{1,2}

(1. Key laboratory of Underwater Acoustic Signal Processing of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096, China;

2. School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: With the goal to optimize the multi-cell downlink beamforming based on the criterion of the worst-user rate maximization, the Lagrangian duality theory was first used to derive a virtual multi-cell uplink optimization problem that was dual to the primal multi-cell downlink beamforming optimization problem. Base on that, an iterative algorithm was developed to solve the virtual uplink problem by combining the methods of bisection search and geometric programming. Then, the primal multi-cell downlink coordinated beamforming optimization problem could be solved by converting the solution of the virtual uplink problem to the downlink. Simulation results demonstrate that, in contrast to the existing coordinated beamforming schemes, the proposed scheme achieves better performance in terms of both the worst-user rate and the rate per energy (RPE).

Key words: inter-cell interference; coordinated beamforming; duality theory; max-min SINR

1 引言

为了提高频谱利用效率, 未来蜂窝移动通信系统趋向于采用复用因子为1的频谱复用方式构建通信网络, 但这种方法构建的蜂窝移动网络会产生严

重的小区间干扰。相比小区中心用户, 小区边缘用户将受到更严重的同道干扰, 导致小区边缘频谱效率严重恶化。为了解决该问题, 利用多点协作波束成形和功率控制方法来抑制小区间的同道干扰成为了无线通信领域的一大研究热点^[1]。

收稿日期: 2011-12-14; 修回日期: 2012-06-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60902012, 61071113); 教育部新世纪优秀人才计划基金资助项目(NCET-11-0088); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2011598, BK2011019); 国家科技重大专项基金资助项目(2012ZX03004-005-003); 教育部博士点基金资助项目(20090092120013, 20100092110010); 东南大学优秀青年教师基金资助项目

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (60902012, 61071113); The Program of New Century Excellent Talents in University (NCET-11-0088); The Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK2011598, BK2011019); The National Science and Technology Major Project of China (2012ZX03004-005-003); The Ph.D. Programs Foundation of Ministry of Education of China (20090092120013, 20100092110010); The Excellent Young Teachers Program of Southeast University

通过多个传输点的联合发送或接收,可以将干扰转换为有用信号,从而达到显著提高系统和小区边缘用户性能的目标。文献[2]研究了多个传输点间共享数据和信道信息的集中式多点协作波束成形和功率分配算法,利用脏纸编码思想推导出多点协作联合发送/接收的最优可达性能,但文献[3]指出,基于不同优化目标的多点协作波束成形优化问题的求解并不容易,由于在多点协作算法设计中优化变量之间需要相互耦合,这给优化问题的求解带来了很大的难度,特别是单基站功率约束条件下的多点协作优化问题的求解。现有文献研究表明,利用 MU-MIMO 系统中的上/下链路对偶理论,可以大幅度降低多点协作优化问题的求解复杂度^[4]。文献[5]提出了一种不仅可以求解满足一定 SINR (信号功率与干扰功率加噪声功率之和的比值)约束条件的最小化发射功率优化问题,而且也可以求解满足一定和功率约束条件下的 max-min SINR (最大化最小 SINR)优化问题的迭代算法。在文献[6]中,通过利用拉格朗日对偶原理,将 MU-MIMO 系统中的 min-max 对偶理论扩展到满足单天线功率约束和 SINR 约束条件的下行链路最小化发射功率优化问题。最近,一些学者把 MU-MIMO 系统的上/下行链路对偶理论应用到多点协作算法研究。文献[7]研究了多点协作和速率最大化优化问题的上/下行链路间的对偶关系,但是他们没有研究如何求解多点协作优化问题。利用对偶理论,文献[8]研究了满足一定 SINR 约束条件的最小化发射功率多点协作优化问题。利用总功率约束条件下的 min-max SINR 对偶理论,文献[9]提出了一种最大化最差用户速率的复杂度低、回程开销低的分布式迭代多点协作波束成形算法;但文献[9]的笔者没有研究单基站功率约束条件下的上/下行链路 max-min SINR 优化问题间的对偶关系。文献[10]首先把 max-min SINR 优化问题转换成最小化发射功率优化问题,然后利用二分法和二阶锥规划方法提出了一种迭代优化寻找最大最小用户 SINR 的可行值。

本文针对单基站功率约束条件下的多点协作 MISO 干扰下行链路系统,首先,利用拉格朗日对偶原理研究下行链路 max-min SINR 优化问题与虚拟上行链路 min-max SINR 优化问题之间的对偶关系;然后联合利用二分法、非负矩阵理论和几何规划优化方法^[11],提出了一种求解虚拟上行链路 min-max SINR 优化问题的迭代算法,进而获得下行

链路 max-min SINR 优化问题的最优解。

2 系统模型

考虑由 K 个基站组成的多点协作 MISO 干扰下行链路系统,其中,每个基站均有 M 根发射天线且只服务一个单天线用户,协作基站通过回程链路连接到中央控制器,中央控制器收集所有信道的系数信息,联合优化波束矢量和发射功率且发射功率满足单基站发射功率约束,但不需共享用户数据信息。不妨假设基站 i 的服务用户为 i ,用户 i 接收信息为

$$y_i = \sqrt{p_i} h_{i,i}^H \mathbf{w}_i x_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K \sqrt{p_k} h_{i,k}^H \mathbf{w}_k x_k + n_i \quad (1)$$

其中, y_i 表示用户 i 接收信息; p_i 表示基站 i 的发射功率; $h_{k,j}$ 表示基站 j 到用户 k 的准静态平衰落信道系数; n_i 表示均值为 0、方差为 σ_i^2 的复数加性高斯白噪声; \mathbf{w}_i 为基站 i 的单位范数波束矢量,上标符号 H 表示共轭转置运算。这样,用户 i 的 SINR 为

$$\begin{aligned} SINR_i(\mathbf{w}_i, p_i) &= \frac{p_i \mathbf{w}_i^H h_{i,i} h_{i,i}^H \mathbf{w}_i}{\sum_{k=1, k \neq i}^K p_k \mathbf{w}_k^H h_{i,k} h_{i,k}^H \mathbf{w}_k + \sigma_i^2} \\ &= \frac{p_i \mathbf{w}_i^H \boldsymbol{\Omega}_{i,i} \mathbf{w}_i}{\sum_{k=1, k \neq i}^K p_k \mathbf{w}_k^H \boldsymbol{\Omega}_{i,k} \mathbf{w}_k + 1} \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\boldsymbol{\Omega}_{i,j} \triangleq \frac{h_{i,j} h_{i,j}^H}{\sigma_i^2} (\forall i, j)$ 称为信道矢量函数。本文采

用 max-min SINR 作为优化目标函数,其数学描述为

$$\begin{cases} Q: \max_{\{\mathbf{w}_i, p_i\}_{i=1}^K} \min_i SINR_i \\ \text{s.t. } 0 \leq p_i \leq P_i, \|\mathbf{w}_i\| = 1, \forall i \end{cases} \quad (3)$$

其中, P_i 为基站 i 的发射功率约束。

3 多点协作上/下行链路优化问题间的对偶关系

文献[5]的研究表明,利用对偶理论可以把下行链路优化问题转化为与之对偶的虚拟上行链路优化问题,然后通过求解对偶问题求解原始问题。基于此结论,本文首先利用拉格朗日对偶理论分析多点协作上/下行链路的 max-min SINR 优化问题间的对偶关系。

定理 1 在单基站发射功率约束条件下的多点协作 MISO 干扰下行链路系统中,下行链路 max-min SINR 优化问题 Q 的拉格朗日对偶问题是

虚拟上行链路 min-max SINR 优化问题 \hat{Q} ，即

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{Q}: \min_{\{\bar{v}_i\}_{i=1}^K} \max_{\{\bar{\lambda}_i\}_{i=1}^K} \min_i \frac{\bar{\lambda}_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{i,i} \mathbf{w}_i}{\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{k,i} \mathbf{w}_i + \bar{v}_i} \\ \text{s.t. } \bar{\lambda}_i \geq 0, \|\mathbf{w}_i\|=1, \sum_{i=1}^K \bar{\lambda}_i \leq \sum_{i=1}^K \bar{v}_i P_i, \bar{v}_i \geq 0, \forall i \end{array} \right. \quad (4)$$

其中， $\{\bar{\lambda}_i\}_{i=1}^K$ 为虚拟上行链路用户发射功率； $\{\bar{v}_i\}_{i=1}^K$ 为基站虚拟噪声方差；最后的不等式约束表示为：用户发射功率之和不能超过基站发射功率约束与噪声方差之积的总和；而且当最大化最差用户 SINR 优化问题的最优解获得时，所有用户均能实现最优平衡 SINR 值。

证明 类似于文献[10]，引入一个松弛变量 γ ，优化问题 \hat{Q} 等价于

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{Q}: \max_{\{\mathbf{w}_i, p_i\}_{i=1}^K, \gamma} \gamma \\ \text{s.t. } \sum_{k=1, k \neq i}^K p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{\Omega}_{i,k} \mathbf{w}_k + 1 \leq \frac{p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{i,i} \mathbf{w}_i}{\gamma}, \forall i \\ p_i \geq 0, p_i \leq P_i, \|\mathbf{w}_i\|=1, \forall i \end{array} \right. \quad (5)$$

令 $\mathbf{W} = \{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^K$ 和 $\mathbf{p} = \{p_i\}_{i=1}^K$ 分别表示波束矢量和发射功率集；引入拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_i \geq 0\}_{i=1}^K$ ， $\boldsymbol{\mu} = \{\mu_i \geq 0\}_{i=1}^K$ ， $\mathbf{v} = \{v_i \geq 0\}_{i=1}^K$ 。优化问题 \tilde{Q} 的拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(\gamma, \mathbf{W}, \mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{v}) &= \gamma - \sum_{i=1}^K \lambda_i \left(\sum_{k=1, k \neq i}^K p_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{\Omega}_{i,k} \mathbf{w}_k + 1 - \frac{p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{i,i} \mathbf{w}_i}{\gamma} \right) + \\ &\sum_{i=1}^K \mu_i p_i - \sum_{i=1}^K v_i (p_i - P_i) = \gamma - \sum_{i=1}^K \lambda_i + \sum_{i=1}^K v_i P_i - \\ &\sum_{i=1}^K p_i \left(\sum_{k=1, k \neq i}^K \lambda_k \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{k,i} \mathbf{w}_i + v_i - \frac{\lambda_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{i,i} \mathbf{w}_i}{\gamma} - \mu_i \right) \end{aligned} \quad (6)$$

由 $\frac{\partial L(\gamma, \mathbf{w}, \mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{v})}{\partial p_i} = 0$ 和条件 $\mu_i \geq 0$ ，可知优化问题 \tilde{Q} 的拉格朗日对偶优化问题为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{v}} \max_{\mathbf{W}, \gamma} \left(\gamma - \sum_{i=1}^K \lambda_i + \sum_{i=1}^K v_i P_i \right) \\ \text{s.t. } \gamma \geq \frac{\lambda_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{i,i} \mathbf{w}_i}{\sum_{k=1, k \neq i}^K \lambda_k \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{k,i} \mathbf{w}_i + v_i}, \forall i \\ \lambda_i \geq 0, v_i \geq 0, \|\mathbf{w}_i\|=1, \forall i \end{array} \right. \quad (7)$$

引入优化变量 χ ，并设 $\lambda_i = \chi' \bar{\lambda}_i$ ， $v_i = \chi' \bar{v}_i, \forall i$ ， $\chi = \chi' \sum_{i=1}^K P_i$ ， $\chi' \geq 0$ ，优化问题式(7)可以写为

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\chi'} \min_{\bar{\lambda}, \bar{v}} \max_{\mathbf{W}, \gamma} \left(\gamma + \chi' \left(\sum_{i=1}^K \bar{v}_i P_i - \sum_{i=1}^K P_i \right) \right) \\ \text{s.t. } \gamma \geq \frac{\bar{\lambda}_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{i,i} \mathbf{w}_i}{\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{k,i} \mathbf{w}_i + \bar{v}_i}, \forall i \\ \bar{\lambda}_i \geq 0, \bar{v}_i \geq 0, \|\mathbf{w}_i\|=1, \forall i, \sum_{i=1}^K \bar{\lambda}_i \leq \sum_{i=1}^K P_i \end{array} \right. \quad (8)$$

从最小发射功率的角度分析可知，当最差用户速率最大化且发射功率最小时，上述优化问题的最优解使 SINR 约束条件的等号成立，即所有用户都实现相同的 SINR 值^[6]。这表明，如果改变 SINR 约束不等式条件的方向，同时将相对于变量 $\bar{\lambda}$ 的最小化转化为相对于变量 $\bar{\lambda}$ 的最大化，并不影响优化问题的最优值。将 χ' 视为优化问题相对 \bar{v} 的最小化对偶变量，上述优化问题式(8)等价于

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\bar{v}} \max_{\bar{\lambda}, \mathbf{W}, \gamma} \gamma \\ \text{s.t. } \gamma \leq \frac{\bar{\lambda}_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{i,i} \mathbf{w}_i}{\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{k,i} \mathbf{w}_i + \bar{v}_i}, \forall i \\ \bar{\lambda}_i \geq 0, \|\mathbf{w}_i\|=1, \bar{v}_i \geq 0, \forall i \\ \sum_{i=1}^K \bar{\lambda}_i \leq \sum_{i=1}^K P_i, \sum_{i=1}^K \bar{v}_i P_i \leq \sum_{i=1}^K P_i \end{array} \right. \quad (9)$$

易知，上述优化问题的最优解使最后一个不等式约束的等号成立。故上述优化问题可以写成式(10)的形式，即这 2 个优化问题的最优值相同^[12]。

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\bar{v}} \max_{\bar{\lambda}, \mathbf{W}, \gamma} \gamma \\ \text{s.t. } \gamma \leq \frac{\bar{\lambda}_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{i,i} \mathbf{w}_i}{\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k \mathbf{w}_i^H \mathbf{\Omega}_{k,i} \mathbf{w}_i + \bar{v}_i}, \forall i \\ \bar{\lambda}_i \geq 0, \|\mathbf{w}_i\|=1, \bar{v}_i \geq 0, \forall i \\ \sum_{i=1}^K \bar{\lambda}_i \leq \sum_{i=1}^K \bar{v}_i P_i \end{array} \right. \quad (10)$$

将向量 $\bar{\lambda}$ ， \bar{v} ， \mathbf{W} 代入优化问题(9)，同时把 SINR 不等式约束的右边表达式代替 γ 即可。

评注 当最差用户 SINR 最大化时，优化问题 Q 可能有多个最优解；但从最小化发射功率角度考虑，优化问题 Q 有唯一最优解且所有用户均获得相同 SINR 值；而且至少有一个基站是满功率发射，

但并不意味着所有基站都满功率发射。而且，从文献[6]的定理 1 和文献[7]的引理 1 可知本文定理 1 所述的对偶关系满足强对偶关系。

推论 考虑总发射功率约束条件下的多点协作 MISO 干扰下行链路系统中，下行链路 max-min SINR 优化问题可表示为

$$\begin{cases} \vec{Q}: \max_{\{w_i, p_i\}_{i=1}^K} \min_i \text{SINR}_i \\ \text{s.t.} \sum_{i=1}^K p_i \leq P, \|w_i\|=1, \forall i \end{cases} \quad (11)$$

其拉格朗日对偶问题是虚拟上行链路 max-min SINR 优化问题

$$\begin{cases} \vec{Q}: \max_{\{\bar{\lambda}_i\}_{i=1}^K} \min_i \frac{\bar{\lambda}_i w_i^H \Omega_{i,i} w_i}{\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k w_i^H \Omega_{k,i} w_i + 1} \\ \text{s.t.} \bar{\lambda}_i \geq 0, \|w_i\|=1, \forall i, \sum_{i=1}^K \bar{\lambda}_i = P \end{cases} \quad (12)$$

其中， $\{\bar{\lambda}_i\}_{i=1}^K$ 表示虚拟上行链路用户发射功率； $\sum_{i=1}^K \bar{\lambda}_i = P$ 表示为虚拟上行链路用户发射功率之和等于下行链路总发射功率约束；而且，所有用户均能获得相同的最优平衡 SINR 值。

4 多点协作波束成形和功率分配算法设计

从文献[6]可知优化问题(4)的虚拟噪声方差可以采用次梯度方法优化求解，但其仿真结果表明次梯度方法收敛速度非常慢。因此，本文针对优化问题(9)提出一种迭代优化求解算法：首先给定变量 $\{\bar{v}_i\}_{i=1}^K$ 的值，求解变量 $\{w_i\}_{i=1}^K$ 和 $\{\bar{\lambda}_i\}_{i=1}^K$ ；其次给定变量 $\{w_i\}_{i=1}^K$ 和 $\{\bar{\lambda}_i\}_{i=1}^K$ 的值，求解变量 $\{\bar{v}_i\}_{i=1}^K$ 。这里，先引入一个引理^[13]。

引理 1 令 $\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \dots, \gamma_K)$ ， $\gamma_i \geq 0, \forall i$ ， $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_K)^T$ ， $\eta_i \geq 0, \forall i$ ， G 是非负矩阵，即 $g_{i,j} \geq 0, \forall i, j$ ，方程 $p \geq \Gamma G p + \Gamma \eta$ 有解 $p \geq 0$ 的充分必要条件是 $\rho(\Gamma G) < 1$ ，而且最优解为 $p^* = (I - \Gamma G)^{-1} \Gamma \eta$ 。其中， $p \geq 0$ 表示向量元素均大(等)于 0， $\rho(A)$ 为矩阵 A 的谱半径。

4.1 优化虚拟上行链路的发射功率和发射波束矢量

当给定 $\{\bar{v}_i\}_{i=1}^K$ 、 $\{\bar{\lambda}_k\}_{k=1, k \neq i}^K$ 和最优平衡 SINR γ 时，最大化用户 i 的虚拟上行链路 SINR 可表示为

$$\begin{aligned} & \max_{\bar{\lambda}_i} \bar{\lambda}_i \max_{w_i} \frac{w_i^H \Omega_{i,i} w_i}{\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k w_i^H \Omega_{k,i} w_i + \bar{v}_i} \\ & = \varphi_{\max} \left(\frac{\Omega_{i,i}}{\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k \Omega_{k,i} + \bar{v}_i I} \right) \max_{\bar{\lambda}_i} \bar{\lambda}_i \end{aligned} \quad (13)$$

从定理 1 可知，当最差用户 SINR 最大化时，所有其他用户也能获得这个最优平衡 SINR 值。因此，变量 $\bar{\lambda}_i$ 的更新方程可以写成

$$\bar{\lambda}_i^* = \frac{\gamma}{\varphi_{\max} \left(\left(\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k \Omega_{k,i} + \bar{v}_i I \right)^\dagger \Omega_{i,i} \right)} \quad (14)$$

其中， $\varphi_{\max}(A)$ 表示矩阵 A 的最大特征值。

当给定优化变量 $\{\bar{v}_i\}_{i=1}^K$ 和 $\{\bar{\lambda}_i\}_{i=1}^K$ 的值时，优化问题 \hat{Q} 可以简化为 K 个并行子问题，即

$$\begin{aligned} & \max_{w_i} \frac{\bar{\lambda}_i w_i^H \Omega_{i,i} w_i}{w_i^H \left(\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k \Omega_{k,i} + \bar{v}_i I \right) w_i} \\ & \text{s.t.} \quad \|w_i\|=1 \end{aligned} \quad (15)$$

易知优化问题式(15)可转化为广义特征值分解问题，且其最优解为相应的主特征向量，即

$$w_i^* = v_{\max} \left(\left(\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k \Omega_{k,i} + \bar{v}_i I \right)^\dagger \bar{\lambda}_i \Omega_{i,i} \right) \quad (16)$$

其中， $v_{\max}(A)$ 表示矩阵 A 的最大特征值所对应的特征向量，上标 \dagger 表示矩阵伪逆运算。

4.2 优化下行链路的发射功率

当最优波束矢量 $\{w_i^*\}_{i=1}^K$ 和最优平衡 SINR γ^* 的值给定时，依据所获得上/下行链路的对偶关系和等式 $\text{SINR}_i = \gamma$ ，下行链路的最优发射功率 $\{p_i\}_{i=1}^K$ 计算为

$$p^* = (D - G \gamma^*)^\dagger \gamma^* \quad (17)$$

其中， $p^* = [p_1, \dots, p_k, \dots, p_K]^T$ ，上标 T 表示转置运算； $\gamma^* = \gamma^* \mathbf{1}_K$ ， $\mathbf{1}_K$ 为元素全 1 的 K 维列向量。

$$\begin{aligned} [D]_{i,k} &= \begin{cases} w_i^{*H} \Omega_{i,i} w_i^* & , i = k \\ 0 & , i \neq k \end{cases} \\ [G]_{i,k} &= \begin{cases} w_k^{*H} \Omega_{i,k} w_k^* & , i \neq k \\ 0 & , i = k \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

4.3 优化虚拟上行链路的噪声方差

当优化变量 $\{\bar{\lambda}_i\}_{i=1}^K$ 和 $\{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^K$ 的值给定时，优化问题 \hat{Q} 等价于

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{Q}: \min_{\{\bar{v}_i\}_{i=1}^K} t \\ \text{s.t.} \quad \frac{\bar{\lambda}_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{Q}_{k,i} \mathbf{w}_i}{\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{Q}_{k,i} \mathbf{w}_i + \bar{v}_i} \leq t \\ \bar{v}_i \geq 0, \forall i, \sum_{i=1}^K \bar{v}_i P_i \leq \sum_{i=1}^K P_i \end{array} \right. \quad (19)$$

其中， t 为辅助变量。令 $y_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K \bar{\lambda}_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{Q}_{k,i} \mathbf{w}_i + \bar{v}_i$,

$\bar{v}_i = y_i - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K \bar{\lambda}_k \mathbf{w}_k^H \mathbf{Q}_{k,i} \mathbf{w}_i$ ，优化问题 \bar{Q} 可以化成几何

规划优化方法的基本形式并利用几何规划优化方法求解。

4.4 协同波束成形算法

综述前面的分析，多点协作波束成形和功率分配算法总结为

- 1) 令 $\bar{v}_i^{(0)} = \varepsilon$, $t^{(0)} = 0$, $n = 0$;
- 2) 令 $\bar{\lambda}_i^{(0)} = 0$, $p_i^{(0)} = 0$, $\forall i$, $m = 0$, $n = n + 1$;
- 3) 令 $m = m + 1$, 令 $\gamma_{\min} = 0$, $\gamma_{\max} = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^K P_i$,

$$a = \sum_{i=1}^K \frac{1}{\bar{\lambda}_{\max} \left(\left(\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k^{(m-1)} \mathbf{Q}_{k,i} + \bar{v}_i^{(n-1)} \mathbf{I} \right)^\dagger \mathbf{Q}_{i,i} \right)}$$

- 4) 设 $\gamma = (\gamma_{\min} + \gamma_{\max})/2$; 利用式(14)和 $\{\bar{\lambda}_i^{(m-1)}\}_{i=1}^K$ 计算 $\{\bar{\lambda}_i^{(*)}\}_{i=1}^K$;

5) 利用式(16)和 $\{\bar{\lambda}_i^{(*)}\}_{i=1}^K$ 计算 $\{\mathbf{w}_i^{(*)}\}_{i=1}^K$; 如果 $\rho(\gamma \mathbf{D}^\dagger \mathbf{G}) < 1$, 则利用式(17)和 $\{\mathbf{w}_i^{(*)}\}_{i=1}^K$ 计算 $\{p_i^{(*)}\}_{i=1}^K$, 如果 $p_i^{(*)} \leq P_i$ 均成立, 则令 $\gamma_{\min} = \gamma$, $\bar{\lambda}_i^{(m)} = \bar{\lambda}_i^{(*)}$, $\mathbf{w}_i^{(m)} = \mathbf{w}_i^{(*)}$, $p_i^{(n)} = p_i^{(*)}$, $\forall i$; 否则, 令 $\gamma_{\max} = \gamma$;

6) 如果 $|\gamma_{\max} - \gamma_{\min}| \leq \zeta$ 成立, 则转至步骤 7); 否则, 转步骤 4);

7) 如果 $\sum_{i=1}^K |\bar{\lambda}_i^{(m)} - \bar{\lambda}_i^{(m-1)}| \leq \delta$ 成立, 转步骤 8); 否则, 转步骤 3);

8) 利用 $\{\bar{\lambda}_i^{(m)}, \mathbf{w}_i^{(m)}\}_{i=1}^K$ 求解优化问题 \bar{Q} , 从而更新 $\{\bar{v}_i^{(n)}\}_{i=1}^K$, $t^{(n)}$ 的值; 如果 $|t^{(n)} - t^{(n-1)}| \leq \xi$ 成立, 则输出 $\mathbf{w}_i^{(m)}$ 、 $p_i^{(n)}$, $\forall i$; 否则, 转步骤 2)。

在上述算法描述中, ε 是一个任意给定的正数, ζ 、 δ 、 ξ 分别是预先给定的阈值。

4.5 协同波束成形算法复杂性及收敛性分析

所提算法的运算量主要集中在步骤 3)和步骤 5), 这 2 个步骤主要涉及矩阵求逆和最大特征值求取。矩阵 $\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k^{(m-1)} \mathbf{Q}_{k,i} + \bar{v}_i^{(n-1)} \mathbf{I}$ 的运算大约需要 $8KM^2$ 次实数浮点运算; 利用 Cholesky 矩阵分解求矩阵 $\left(\sum_{k=1, k \neq i}^K \bar{\lambda}_k^{(m-1)} \mathbf{Q}_{k,i} + \bar{v}_i^{(n-1)} \mathbf{I} \right)^\dagger$ 的逆大约需要 $\frac{8}{3}M^3 - \frac{3}{2}M^2 + \frac{7}{6}M$ 次实数浮点运算; 最大特征值的求取大约需要 $126M^3$ 实数浮点运算^[14]。总之, 上述算法大约需要 $T_8 T_7 K (132 T_5 M^3 + 8KM^2)$ 次数实数浮点运算, 其中, T_5 、 T_7 和 T_8 分别表示步骤 5)、步骤 7)和步骤 8)的执行次数; 由于几何规划优化算法是用标准软件运行, 因此, 笔者没有考虑其具体的运算量。在步骤 5)中利用非负矩阵理论来判断最优平衡 SINR γ 的可行性, 这对减少算法迭代和计算量起到关键作用。

上述算法的外层循环是个凸优化问题, 这样保证了外层迭代收敛性, 而且, 文献[10]的研究结果和单调有界序列保证了上述算法的内层迭代收敛性; 仿真部分的结果表明上述算法只需要几次迭代就可达到一个稳定点。由于所提算法采用内外层交替优化对偶优化问题, 故所提算法获得的最优解不一定是对偶优化问题 \hat{Q} 的全局最优解 (即不一定是原始优化问题 Q 的全局最优解)。考虑协作基站和功率约束条件时, 只需把最优平衡 SINR γ 的更新步骤按推论稍微修改, 即可实现和功率约束条件下的多点协作波束成形和功率分配算法。

5 计算仿真结果

假设基站间距离为 1km, 采用 10MHz 信道带宽, 所有用户均处于小区边缘。考虑由三基站组成一个协作基站簇, 每个用户随机分布在小区协作区域 (协作区域定义为每个用户到其服务基站距离至少是 400m), 如图 1 所示。基站天线均为 4, 用户天线数均为 1, 任何基站到用户的信道模型为 3GPP 信道模型^[15], 每基站发射功率约束为 P , 和发射

功率约束为 KP 。信道系数产生形式为 $\mathbf{h} = \gamma \mathbf{h}_w$ ，其中， γ 为大尺度衰落因子， \mathbf{h}_w 的元素是均值为 0、方差为 1 的独立同分布的复高斯随机变量。特别地，大尺度衰落路径损失为 $38 \lg d + 34.5 \text{ dB}$ ，阴影衰落的标准方差为 8dB，小尺度衰落为均值为 0、方差为 1 的瑞利衰落，用户端固有噪声方差 9dB。所提算法停止准则定义为 $|\gamma_{\max} - \gamma_{\min}| \leq 10^{-5}$ 、 $\sum_{i=1}^K |\Delta \bar{\lambda}_i| \leq 10^{-5}$ 和 $|\Delta t| \leq 10^{-5}$ 。速率每能量性能准则 (RPE)^[16] 定义为 $RPE = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \frac{R_i}{p_i}$ ，其中， p_i 为基站 i 的实际发射功率， R_i 为用户 i 的速率。每基站平均降低发射功率消耗比例准则定义为

$$P = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \frac{p_i^{\text{Total}} - p_i^{\text{Per}}}{p_i^{\text{Total}}} \times 100\% \quad (20)$$

其中， p_i^{Total} 表示和功率约束条件下基站 i 的实际发射功率， p_i^{Per} 表示每基站功率约束条件下基站 i 的实际发射功率。最差用户速率性能准则定义为 $R = \min_{v_i} R_i$ 。

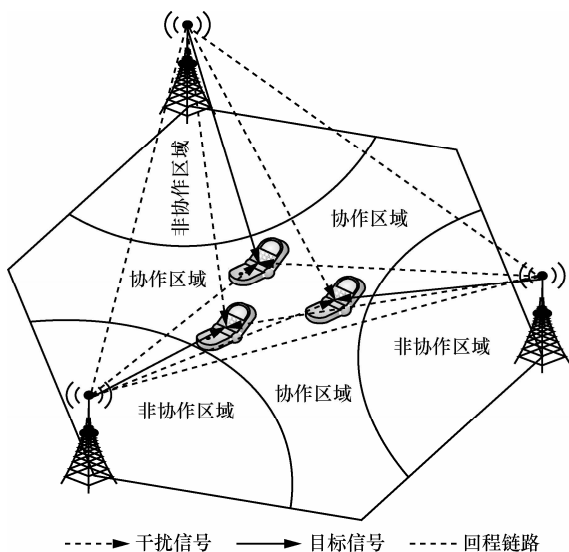


图 1 多点协作用户区域示意

仿真图 2 中的标记说明：“Optimal Worst User Rate” 表示联合利用二分法和二阶锥规划方法^[10]穷举搜索最大最差用户可行 SINR 的穷举法；“Algorithm 1” 表示每基站功率约束条件下多点协作波束成形和功率分配算法；“Algorithm 2” 表示协作基站间和功率约束条件下多点协作波束成形和功率分配算法；“SLNR” 表示每基站功率约束条件下信漏噪比最大化波束成形算法；“MRT” 表示每基站

功率约束条件下最大比发送波束成形算法；“ZF” 表示每基站功率约束条件下的迫零波束成形算法。

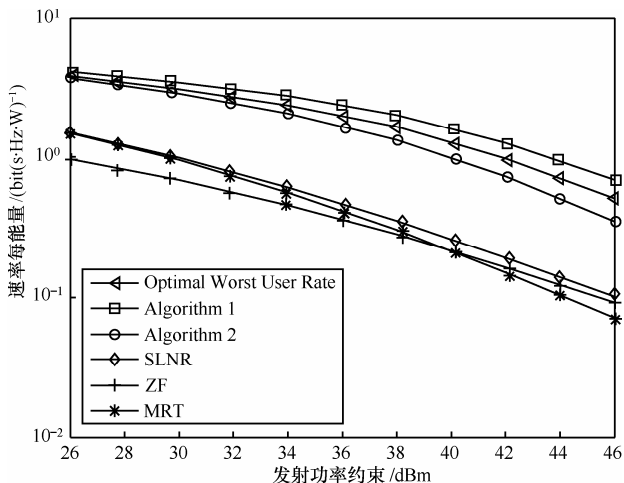


图 2 多点协作波束成形和功率分配算法的 RPE 性能曲线

仿真图 2 给出了 3 基站协作的各种多点协作算法 RPE 性能曲线。仿真结果表明单基站功率约束条件下所提算法的性能要优于其他各种多点协作波束成形算法性能；其次是单基站功率约束条件下利用二分法和二阶锥规划方法的穷举搜索方法；在发射功率比较低时，ZF 算法的 RPE 性能要比 MRT 算法的 RPE 性能差，随着发射功率的增加，ZF 算法的 RPE 性能要优于 MRT 算法的 RPE 性能。

图 3 给出了各种多点协作算法的最差用户速率性能曲线。从图 3 中可以看出 Algorithm 1 的性能要优于 SLNR、MRT、ZF 算法的性能；但相比于 Algorithm 2 而言，Algorithm 1 的性能有所下降，其主要原因在于相比于和功率约束条件下、每基站功率约束条件下的多点协作波束成形和功率分配算法条件要求更加严格；在嵌入图中给出了 Algorithm 1 的最差用户速率 R_1 与 Optimal Worst User Rate 算法的最差用户速率 R_2 之间的差异比例曲线，即 $((R_2 - R_1)/R_2) \times 100\%$ ；仿真结果说明所提算法不是全局最优算法，但它们之间的性能差异在 5% 之内，即所提算法可实现最优算法的最差用户速率 95% 以上的性能。

图 4 给出了各种多点协作算法的最差用户速率的累积分布函数曲线，其中，基站发射约束为 46dBm。仿真结果表明，MRT 算法的最差用户速率最差，因为这种算法只考虑用户本身的信号，而没有对其他用户进行任何干扰抑制，以致产生比较严重的小区间干扰；而 ZF 算法则不产生小区间干扰，ZF 算法在低发射功率时，其最差用户速率性能比 MRT 算法性能差。

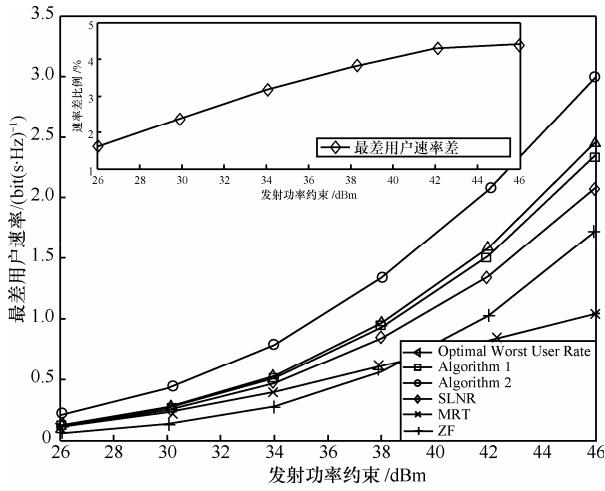


图 3 多点协作波束成形和功率分配算法的最差用户速率曲线

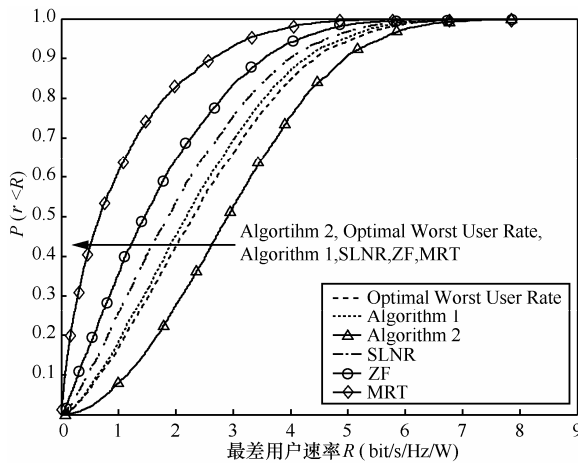


图 4 多点协作波束成形和功率分配算法的 RPE 性能曲线

图 5 给出了平均每基站降低功率消耗的比例曲线，从仿真图中可以看出 Algorithm 1 相对于 Algorithm 2 而言，每基站平均降低功率消耗大约为 45%~55%，但功率节省比例随着发射功率的增加而减少。

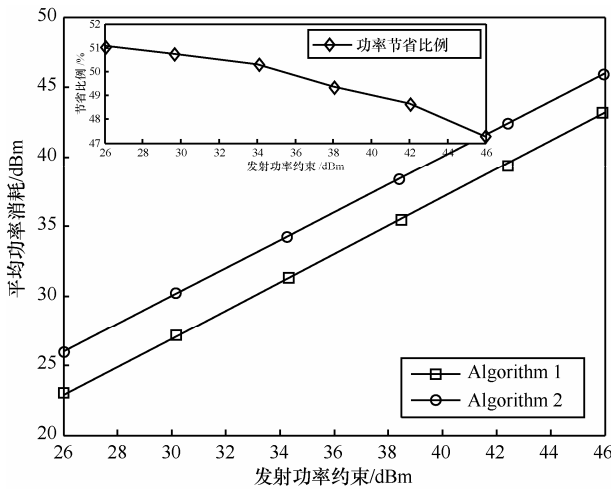
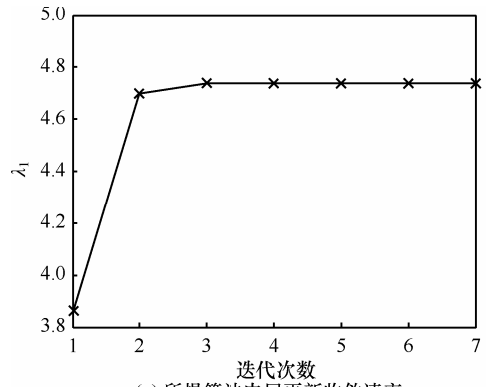
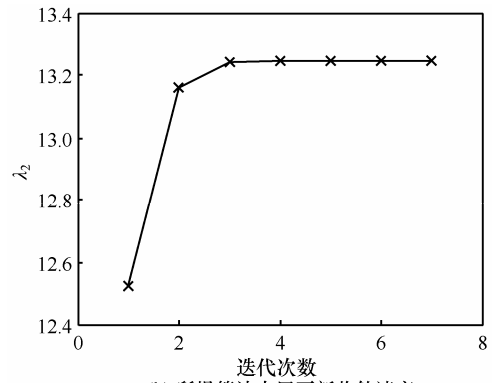


图 5 多点协作波束成形和功率分配算法降低功率消耗曲线

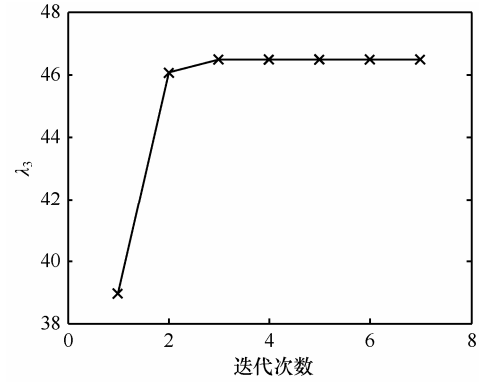
图 6 给出了基站发射功率约束 46dBm 时，所提算法对任意一次随机信道实现的内外层收敛速度。



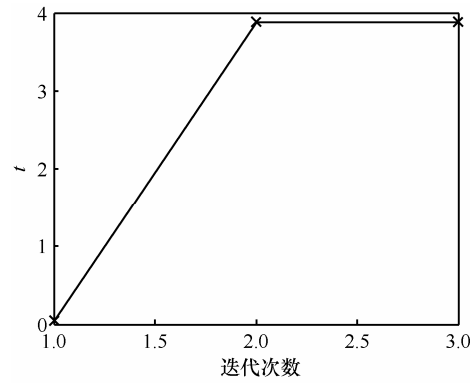
(a) 所提算法内层更新收敛速率



(b) 所提算法内层更新收敛速率



(c) 所提算法内层更新收敛速率



(d) 所提算法外层更新收敛速率

图 6 多点协作波束成形和功率分配算法收敛速度

从图 6(a)~图 6(c)可以看出内层虚拟上行链路发射功率 λ 的更新迭代只需要 3 次或 4 次就可收敛到稳定点; 而从图 6(d)可以看出外层目标函数更新迭代只需要 3 次左右就收敛到稳定点。

6 结束语

针对单基站约束条件下的多点协作 MISO 干扰下行链路系统, 本文利用拉格朗日对偶理论研究了下行链路 max-min SINR 优化问题与虚拟上行链路 min-max SINR 优化问题间的对偶关系; 并联合利用二分法、非负矩阵理论和几何规划优化方法设计了一种求解多点协作波束成形和功率分配的迭代算法; 同时, 仿真实验验证了所提算法的可行性, 仿真结果表明所提算法在 RPE 和最差用户速率性能方面具有明显的优势, 而且每基站平均降低发射功率消耗约为 45%~55%。

参考文献:

- [1] KARAKAYALI M, FOSCHINI G, VALENZUEL A. Network coordination for spectrally efficient communications in cellular systems[J]. IEEE Wireless Communications Magazine, 2006, 13(4):56-61.
- [2] ZHANG H, DAI H. Cochannel interference mitigation and cooperative processing in downlink multicell multiuser mimo networks[J]. Journal on Wireless Communication and Networking, 2004, 2(2): 222-235.
- [3] LIU Y, DAI Y, LUO Z. Coordinated beamforming for miso interference channel: complexity analysis and efficient algorithms[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(3):1142-1157.
- [4] RASHID-FARROKHI F, LIU K, TASSIULAS L. Transmit beamforming and power control for cellular wireless systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1998, 16(8):1437-1450.
- [5] SCHUBERT M, BOCHE H. Solution of the multiuser downlink beamforming problem with individual sinr constraints[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2004, 53(1):18-28.
- [6] YU W, LAN T. Transmitter optimization for the multi-antenna downlink with per-antenna power constraints[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(6):2646-2660.
- [7] YANG J, KIM D. Multi-cell uplink-downlink beamforming throughput duality based on lagrangian duality with per-base station power constraints[J]. IEEE Communications Letters, 2008, 12(4):277-279.
- [8] DAHROUJ H, YU W. Coordinated beamforming for the multicell multi-antenna wireless system[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(5):1748-1759.
- [9] HUANG Y, ZHENG G, OTTERSTEN B. Distributed multi-cell beamforming with limited intercell coordination[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(2):728-738.
- [10] TAJER A, PRASAD N, WANG X. Robust linear precoder design for multi-cell downlink transmission[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(1):235-251.
- [11] BOYD S, KIM S, HASSIBI A. A tutorial on geometric programming[J]. Optim Eng, 2007, 8(1):67-127.
- [12] ZHANG L, ZHANG R, POOR H. On gaussian MIMO BC-MAC duality with multiple transmit covariance constraints[A]. ISIT[C]. Seoul, Korea, 2009. 2502-2506.
- [13] CHANDRASEKHAR V, ANDREWS J, GATHERER A. Power control in two-tier femtocell networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(8):4316-4328.
- [14] ZHANG X, LEE J. Low complexity MIMO scheduling with channel decomposition using capacity upperbound[J]. IEEE Transactions on Communications, 2008, 56(6):871-876.
- [15] 3GPP TR25.996 V.8.0.0 Release 8. Spatial Channel Model for Multiple Input Multiple Output (MIMO) Simulations[S]. 2009.
- [16] MADAN R, MEHTA N, ZHANG J. Energy-efficient cooperative relaying over fading channels with simple relay selection[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(8):3013-3025.

作者简介:



何世文 (1978-), 男, 湖南郴州人, 东南大学博士生, 主要研究方向为多点协作、中继协作通信、异构网络协作通信和绿色通信技术。



黄永明 (1977-), 男, 江苏吴江人, 博士, 东南大学副教授, 主要研究方向为 MIMO 通信信号处理、多用户通信信号处理和协作通信。

杨绿溪 (1964-), 男, 安徽桐城人, 东南大学教授、博士生导师, 主要研究方向为移动通信空时信号处理、协作通信和网络编码。