

基于动压剖面的再入弹道解析解*

吴了泥, 黄一敏, 贺成龙

(南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016)

摘要: 针对升力体飞行器滑翔再入的飞行特点, 提出基于动压剖面的再入弹道解析方法。首先, 推导基于动压和高度历程的质点动力学方程, 并给出已知动压剖面求弹道的解析算法。其次, 根据飞行任务把滑翔再入过程分成初始下滑段和准平衡滑翔段, 通过动压规划设计准平衡滑翔段弹道。最后仿真表明基于动压剖面的弹道设计方法能满足滑翔再入的飞行任务和飞行约束。

关键词: 再入; 升力体飞行器; 弹道设计; 动压剖面

中图分类号: V448; V249 文献标志码: A

An Analytic Solution of Reentry Trajectory Based on Dynamic Pressure Planning

WU Liaoni, HUANG Yimin, HE Chenglong

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: An analytic trajectory solution based on dynamic pressure planning is presented for the gliding reentry of lift-body. Firstly, the equations of motion are transformed from velocity to dynamic pressure and from time to altitude. An analytic method is proposed to calculate the trajectory parameters on condition of the dynamic pressure. Secondly, according to flight task the gliding reentry is divided by initial descent and equilibrium glide. The dynamic pressure of equilibrium glide is scheduled and the geometric trajectory is given. Lastly, the simulation result shows that the trajectory design method is well satisfied the requirement of gliding reentry.

Keywords: reentry; lift-body vehicle; trajectory design; dynamic pressure planning

0 引言

再入飞行器主要有弹道式和升力体式两种。升力体飞行器依靠较大的升阻比, 可以在大气层内做较长时间的滑翔, 通过改变姿态获得的气动力完成轨迹跟踪和机动。和弹道式再入相比, 升力体飞行器对制导和控制系统的技术要求更高, 再入弹道设计是其中的核心技术^[1-4]。

一般再入弹道是基于速度-高度剖面设计, 首先根据飞行约束得到飞行走廊, 其次在速度-高度剖面上规划“可飞”二次曲线, 最后根据优化算法解算出对应的空间曲线。基于动压剖面的轨迹线设计技术, 在航天飞机的末端区域能量管理段有相关研究和应用^[5-8], 该方法只需规划动压的一次曲线, 而且动压规划物理意义清晰, 解算成空间曲线也相对简单。文中把该设计思想

扩展到高超声速滑翔再入弹道, 并给出一种解析解。

1 质点动力学方程

1.1 基于时间历程的质点动力学描述

考虑地球曲率, 不考虑自转, 在速度坐标系中飞行器纵向质点动力学和运动学方程可以描述为:

$$\begin{cases} m\dot{V} = -\bar{q}SC_D - mg \sin \gamma \\ mV\dot{\gamma} = \bar{q}SC_L - mg \cos \gamma + \frac{mV^2}{R} \cos \gamma \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{R} = V \sin \gamma \\ \dot{\mu} = \frac{V \cos \gamma}{R} \end{cases} \quad (2)$$

式中: V 为速度; γ 为轨迹角; m 为质量; R 是飞行器当前位置到地心的距离; μ 为经度; 而动压 \bar{q} 为:

* 收稿日期: 2008-11-10

作者简介: 吴了泥(1979-), 男, 福建闽侯人, 博士研究生, 研究方向: 飞行器控制。

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (3)$$

升力和阻力系数 C_L 、 C_D 都是迎角、马赫数的函数。

1.2 基于动压的质点动力学描述

在高超声速飞行器动压是一个非常重要的变量,动压本身就是一个强度约束,同时热流约束、过载约束、迎角工作范围等都可以转化为动压约束。动压直接与速度和高度相关,使弹道仿真的过程大大简化。因此,弹道设计时可以用动压代替空速。参考文献[6],推导考虑地球曲率的基于动压的质点动力学方程。对式(3)求导可得:

$$\dot{\bar{q}} = \frac{1}{2} \frac{d\rho}{dH} \dot{H} V^2 + \rho V \dot{V} \quad (4)$$

将式(1)、式(2)代入式(4)可得:

$$\dot{\bar{q}} = \frac{d\rho}{dH} \frac{\bar{q}}{\rho} \dot{H} + \rho \frac{\dot{H}}{\sin \gamma} \frac{-\bar{q} SC_D - mg \sin \gamma}{m} \quad (5)$$

整理并化简后得:

$$\dot{\bar{q}} = \dot{H} \left[\left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dH} - \frac{\rho SC_D}{m \sin \gamma} \right) \bar{q} - \rho g \right] \quad (6)$$

将式(1)中的第二式进行等价变换得:

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{V} \left(\frac{\bar{q} SC_L}{m} - g \cos \gamma + \frac{V^2}{R} \cos \gamma \right) \quad (7)$$

将式(2)代入式(7)中,进行一些变换和化简后得:

$$\dot{\gamma} = \frac{\rho \dot{H}}{2 \sin \gamma} \left(\frac{SC_L}{m} - \frac{g \cos \gamma}{\bar{q}} + \frac{2 \cos \gamma}{\rho R} \right) \quad (8)$$

于是,质点动力学方程就由原先的 (V, γ) 描述改为 (\bar{q}, γ) 描述:

$$\begin{cases} \dot{\bar{q}} = \dot{H} \left[\left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dH} - \frac{\rho SC_D}{m \sin \gamma} \right) \bar{q} - \rho g \right] \\ \dot{\gamma} = \frac{\rho \dot{H}}{2 \sin \gamma} \left(\frac{SC_L}{m} - \frac{g \cos \gamma}{\bar{q}} + \frac{2 \cos \gamma}{\rho R} \right) \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可以看出, $\dot{\bar{q}}, \dot{\gamma}$ 都是和时间相关的,基于时间历程的,必须在时间上进行积分才能“飞”出弹道,这种弹道仿真需要引入制导回路,而制导回路的引入会影响弹道仿真的置信度,因为制导回路任意的微小变化都会引起弹道形状的改变。

事实上,弹道是一个空间上的描述,将基于时间历程的质点动力学方程转化为在空间上的描述,可以使弹道不再和时间相关。

1.3 基于高度的质点动力学描述

对式(9)进行改写,将对时间的微分改为对高度的微分,可得:

$$\frac{d\bar{q}}{dH} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dH} - \frac{\rho SC_D}{m \sin \gamma} \right) \bar{q} - \rho g \quad (10)$$

$$\frac{d\gamma}{dH} = \frac{\rho}{2 \sin \gamma} \left(\frac{SC_L}{m} - \frac{g \cos \gamma}{\bar{q}} + \frac{2 \cos \gamma}{\rho R} \right) \quad (11)$$

$$\frac{d\mu}{dH} = \frac{1}{R \cdot \tan \gamma} \quad (12)$$

这种改写的好处在于将动压与高度直接建立了相关性,这就意味着弹道设计不再和时间相关,而是直接和高度相关,通过这种相关性,也将动压与飞行弹道有机地联系在一起。

基于高度的质点动力学方程描述了经度、动压和弹道倾斜角的变化,它强调在空间二维剖面上(纵剖面)直接设计下滑弹道,这与弹道是空间曲线的物理本质完全吻合。这样弹道的设计可以独立于制导回路,所设计的弹道将具有较好的鲁棒性。

2 基于动压剖面的弹道解析解

2.1 弹道解析算法

已知动压剖面,根据式(10)、式(11)在不同的高度上计算 C_L 和 C_D ,使其满足动压和动压变化率的要求,再以高度为步长积分就可以得到飞行弹道。

固定高度和马赫数下, C_L 和 C_D 通常都是迎角的函数,所以弹道规划过程是求迎角“配平”动压剖面的过程。可以通过优化算法反复迭代获得迎角满足式(10)~式(11)的平衡条件。当迎角在正常工作范围内,阻力系数 C_D 是迎角的单调线性函数,已知动压和动压速率的情况下迎角有解析解。

解析算法如图 1 所示。给定某一动压剖面,那么在不同高度上的动压和动压变化率已知:

$$\bar{q} = \bar{q}_c, \quad d\bar{q}/dH = d\bar{q}_c/dH \quad (13)$$

在任意高度 H 和轨迹角 γ ,通过式(10)可以求解阻力系数 C_D ,正常飞行迎角下 C_D 是迎角的单调线性函数,通过气动数据库反插值可以得到迎角 α 。已知 α 可以计算升力系数 C_L ,根据式(11)可以求出 $d\gamma/dH$ 。而下一计算点的 γ 可以通过当前点的 γ 和 $d\gamma/dH$ 积分得到。在初始滑翔点,通过固定高度、动压、迎角,可以得到 γ 和 $d\gamma/dH$ 。

可见,已知动压剖面,无需迭代就可以求取轨迹线的高度剖面,以及轨迹线上的相关参数。

2.2 动压剖面规划

基于动压剖面的弹道设计有如下优点:

1) 规划简单。与速度相比,动压变化比较缓慢;迎角对动压的变化不敏感。动压剖面可以采

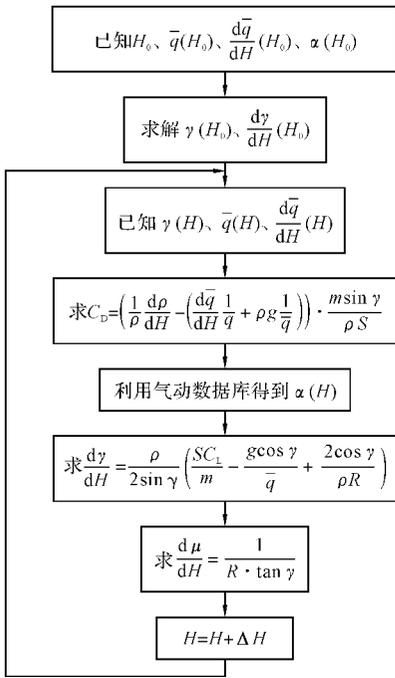


图 1 动压剖面求取弹道的仿真结构图

用线性规划。

2) 物理意义明确。动压剖面的形状与速度、迎角、航程相对应;动压剖面可以直接约束动压,同时也可以描述热流、过载等约束。

3) 边界可描述。动压剖面的上下边界存在,可以通过计算或仿真得到,边界内曲线都是可飞曲线。根据不同飞行任务(如航程要求),在边界内调整动压剖面能迅速得到满足要求的弹道。

动压-高度剖面一般按线性规划,如图 2,起始点 (H_0, \bar{q}_0) 、末端点 (H_1, \bar{q}_1) 通过折线相连,中间设计动压保持段。剖面规划主要是确定动压保持段动压值 \bar{q}_c ,动压值 \bar{q}_c 对应的配平迎角应该处于最大升阻比前端。而高度 H_c 的位置主要由动压变化率决定,从 (H_0, \bar{q}_0) 到 (H_c, \bar{q}_c) ,动压变化率越小,轨迹线上的配平迎角越大。 H_c 的位置同样可以确定。

在满足迎角限制的情况下,调节 \bar{q}_c 就可以调节航程, \bar{q}_c 越小飞行的迎角越大,越靠近最大升阻比迎角,飞行的航程越大; \bar{q}_c 越大规划出的轨迹角越抖,航程相对较小。最大航程和最小航程所对应的剖面就形成边界。

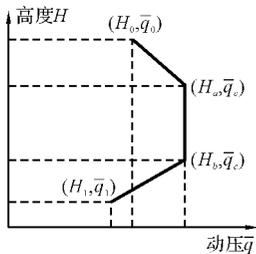


图 2 动压剖面示意图

3 再入弹道设计

3.1 再入飞行方案

升力式再入飞行器,火箭助推到最高点 60km、马赫数 15,无动力再入,在高度 30~60km 区间做长航程滑翔,到达目的地后进行大机动精确打击。根据飞行能力,可以将滑翔过程划分为初始下滑段和准平衡滑翔段(图 3),不同的阶段有不同飞行特点和制导策略。

初始下滑段主要指再入返回的初期,大气密度很小,动压较低,由于重力的作用,以较大垂直加速度下滑。因此,这一阶段采用开环迎角控制,不进行闭环制导。固定大迎角下滑,抑制下沉率,建立过载,该迎角越大进入滑翔段所需的飞行时间越短,高度损失越小,也为准平衡滑翔段提供更多的航程和空间进行轨迹规划。

随着高度降低,动压增大,气动升力增大,控制迎角能够实现轨迹跟踪,这时进入准平衡滑翔段。准平衡滑翔段需要合理规

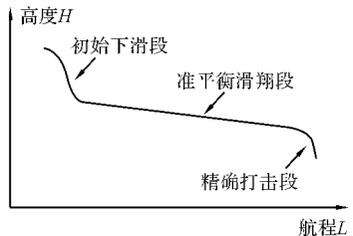


图 3 再入弹道示意图

划轨迹剖面,精确跟踪,使其达到精确打击段,并满足其飞行过程的动压、热流和过载限制。

由于精确打击段需要高精度制导,所以准平衡下滑段末端的位置和速度都有具体要求。

3.2 准平衡滑翔段飞行特点

基于动压剖面的轨迹线设计技术来源于航天飞机的末端区域能量管理段(初始高度 25km、马赫数 2.5),准平衡滑翔段在飞行速度和飞行高度上都与末端区域能量管理段有明显不同。但通过对比,发现它们之间存在相似性:

1) 都以小轨迹角下滑。飞行器以小轨迹角飞行时,动压变化较空速缓慢,下滑过程空速逐步减少,同时大气密度逐步增加,会减弱动压的变化速度。这有利于动压规划。

2) 迎角工作在最大升阻比前端。飞行在最大升阻比前端区域内,升力变化很大,而阻力变化较小,能够保证纵向具有良好的轨迹控制能力。轨迹线设计可以只考虑纵向。

经过分析,可以将基于动压规划的轨迹设计方法应用于再入飞行器准平衡滑翔段的弹道设

计中。

3.3 准平衡滑翔段弹道设计与仿真

准平衡滑翔段的动压剖面如图 4。初始点是初始下滑段的末端点，高度 43.5km，动压 25kN/m²。目标点是下压位置，高度 30km，动压 25 kN/m²。固定动压值 \bar{q}_c 分别取 42 kN/m²，30 kN/m²，17 kN/m²。图 5 是解算后轨迹剖面的迎角参数，迎角都位于最大升阻比前端区域，而且动压越小对应的迎角参数越大。图 6 是空间曲线（航程-高度），可以看出动压越大，轨迹线越抖，对应的航程越短。

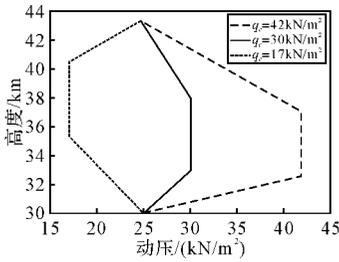


图 4 准平衡滑翔段轨迹规划动压-高度剖面

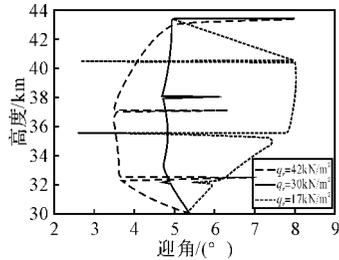


图 5 准平衡滑翔段轨迹规划迎角-高度曲线

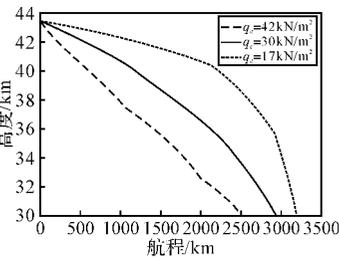


图 6 准平衡滑翔段轨迹规划航程-高度曲线

$\bar{q}_c = 17\text{kN/m}^2$ 轨迹线迎角 8°，达到最大升阻比迎角，航程最远； $\bar{q}_c = 42\text{kN/m}^2$ 轨迹线迎角 3.5°，热流最大，是允许的最大动压，航程最短。这两个动压剖面构成了准平衡滑翔段的动压边界。 $\bar{q}_c = 30\text{kN/m}^2$ 轨迹线迎角 5°，有较好的轨迹跟踪能力，文中作为标称轨迹。

图 7 是初始保持 10°迎角下滑后跟踪 $\bar{q}_c = 30\text{kN/m}^2$ 轨迹线的三自由度仿真结果。实现了再入飞行任务，准平衡滑翔段动压变化曲线和规划动压剖面相互吻合。

4 结论

文中根据升力式再入飞行器的飞行特点，规划初始下滑段、准平衡滑翔段，利用基于动压剖

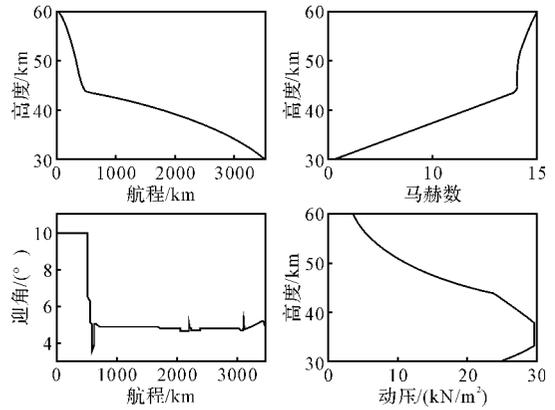


图 7 三自由度仿真曲线

面的再入弹道设计方法设计准平衡滑翔段轨迹。仿真结果表明滑翔段末端的位置和马赫数都得到较好的约束。基于动压剖面的弹道解析算法物理意义清晰，有较大的工程实用价值。

参考文献：

- [1] 和争春,何开锋,朱国林. 过载限制条件下升力体再入大气层弹道优化设计[J]. 弹道学报, 2007, 19(2): 8-12.
- [2] 周浩,陈万春,殷兴良. 高超声速飞行器滑翔航迹优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(5): 513-517.
- [3] 许少华,候中喜,葛爱学,等. 再入滑翔时飞行器弹道特征与乘波构型设计[J]. 导弹与航天运载技术, 2008, 295: 6-11
- [4] Zoujun Shen, Lu P. On-board generation of three-dimensional constrained entry trajectories [R]. AIAA-2002-4455.
- [5] Gregg H Barton, Steven G Tragesser. Autoland-ing trajectory design for the X-34[R]. AIAA-99-4161.
- [6] Gregg H Barton. New methodologies for assessing the rrobustness of the X-34 autoland-ing trajectories[C]// 24th annual AAs guidance and control conference, January 31 - February 2001:30-41.
- [7] Andrew C Grubler. New methodologies for onboard generation of TAEM trajectories for autonomous reusable launch vehicles[D]. MIT 2001:44-45.
- [8] Gregg H Barton, Andrew C Gruber, Theodore R Dyckman. New methodologies for onboard generation of TAEM trajectories for autonomous RLVs [R]. AIAA 2002-3960.