陆基导航定位系统岸台布局实用方案设计*

袁赣南[1],谭佳琳[1],杨小平[2]

(1 哈尔滨工程大学自动化学院,哈尔滨 150001;2 武昌船舶重工有限责任公司,武汉 430060)

摘 要:陆基导航定位系统定位误差与目标相对于岸台的几何关系密切相关。在分析陆基导航定位原理的基础上,以矩阵为工具,计算了系统几何定位因子,并采用最佳估计原理证明了几何定位因子随着岸台数量的增加而不断减小。提出了最少岸台数目的陆基导航定位系统岸台分布模型,并以Matlab为工具对三个岸台情况下的系统岸台分布模型进行了仿真,得出三个岸台情况下基线长度和夹角对几何定位因子的影响,为实际的岸台建立提供了有效的理论依据。

关键词:陆基导航;定位;GDOP;岸台分布

中图分类号:U675.6 **文献标志码**:A

Design of Region Navigation Positioning System Coastal Station Distribution

YUAN Gannan[1], TAN Jialin[1], YANG Xiaoping[2]

(1 College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;
2 Wuchang Shipbuilding Industry Company Ltd, Wuhan 430060, China)

Abstract: After analyzing the ground-based navigation positioning principle, the matrix was used as the tool to calculate the geometrical dilution of precision, and it was proved by optimal estimation principle that the geometrical dilution of precision deceases with the number of the coastal stations increases. When the number of coastal radio stations was the least, the coastal station layout model was proposed when ground-based radio navigation positioning system was built up. The models were simulated with the Matlab. The influence of the length of base line and the angle on GDOP was obtained, and the best layout of the ground-based navigation positioning system was also obtained, which lays effective theoretical foundation for the real coastal station establishment.

Keywords: ground-based navigation; positioning; GDOP; coastal station distribution

0 引言

陆基导航定位系统目标位置的定位误差与目标相对于岸台的几何关系是密切相关的。因此,研究定位误差与岸台几何布局之间的关系是非常必要的。陆基导航系统的定位精度[1-2]主要与两个因素有关:一是伪距测量误差,二是发射岸台与目标之间的几何位置。在详细分析岸台的数量及岸台不同分布情况对几何定位因子(GDOP)的影响,得出了GDOP随岸台基线长度和夹角变化而变化的曲线关系,为实际的岸台位置的设定提供了有效的理论依据。

1 定位解算模型

陆基导航定位系统采用的是3个岸台的圆-圆定位体制,系统定位原理如图1所示。

如图1所示,接收机分别测量出船舶与3个岸台的距离,依据式(1)的定位方程可解出舰载接收机当前所在的位置坐标。由于接收机时钟与岸台时钟存在钟差 Δt_u,所以测量出的船舶与岸台之间的距离并非真实的距离,一般称此测量距离为“伪距”。

方程(1)是一个非线性方程,通过卡尔曼滤波将其线性化就可以解算出舰船位置坐标(x, y)

* 收稿日期:2009-02-24
作者简介:袁赣南(1945-),男,江西赣州人,教授,博士生导师,研究方向:组合导航理论、数据融合及船用惯性技术。

图 1　陆基导航系统定位原理图

和 Δt_u。

$$\begin{cases} \bar{R}_1 = R_1 + C\Delta t_u = \\ \qquad \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} + C\Delta t_u \\ \bar{R}_2 = R_2 + C\Delta t_u = \\ \qquad \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2} + C\Delta t_u \\ \bar{R}_3 = R_3 + C\Delta t_u = \\ \qquad \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2} + C\Delta t_u \end{cases} \tag{1}$$

式中:$\bar{R}_i$ 为 3 个台站的伪距测量值,(m);R_i 为真实距离($i = 1,2,3$;m);C 为无线电波传播速度(m/s);(x_i, y_i) 为岸台位置坐标;(x, y) 为接收机位置坐标。

由式(1)可以看出,在陆基导航定位系统中,接收机位置(x, y)的解算精度取决测距精度 $\bar{R}_i$,如果测距精度很高,则定位精度也会很高,否则定位精度就会很低。然而,系统的定位精度不仅取决于测距误差的大小,还取决于岸台的几何位置产生的几何精度因子,导航区域中的任何一点的定位误差都由几何精度因子乘以测距误差得到。下面将详细分析由于导航台址的选择引入的几何精度因子(GDOP 值)对定位精度的影响。

2　GDOP 因子

陆基无线电系统采用圆-圆定位体制,定位解算方程如式(1)所示,对式(1)进行一阶泰勒级数展开,并舍掉其高阶项可得:

$$\begin{cases} R_1 = \sqrt{(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2} + \dfrac{(X - X_1)}{\sqrt{(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2}}\Delta X + \\ \qquad \dfrac{(Y - Y_1)}{\sqrt{(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2}}\Delta Y + C\Delta t \\ R_2 = \sqrt{(X - X_2)^2 + (Y - Y_2)^2} + \dfrac{(X - X_2)}{\sqrt{(X - X_2)^2 + (Y - Y_2)^2}}\Delta X + \\ \qquad \dfrac{(Y - Y_2)}{\sqrt{(X - X_2)^2 + (Y - Y_2)^2}}\Delta Y + C\Delta t \\ R_3 = \sqrt{(X - X_3)^2 + (Y - Y_3)^2} + \dfrac{(X - X_3)}{\sqrt{(X - X_3)^2 + (Y - Y_3)^2}}\Delta X + \\ \qquad \dfrac{(Y - Y_3)}{\sqrt{(X - X_3)^2 + (Y - Y_3)^2}}\Delta Y + C\Delta t \end{cases} \tag{2}$$

将式(2)中 $\sqrt{(X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2}$ 移至等号左边,得到:

$$R_i - \sqrt{(X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2} = \\ \frac{(X - X_i)}{\sqrt{(X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2}}\Delta X + \\ \frac{(Y - Y_i)}{\sqrt{(X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2}}\Delta Y + C\Delta t \tag{3}$$

在式(3)中,令$(X - X_i) = a_i$,$(Y - Y_i) = b_i$,$\sqrt{(X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2} = D_i$。

则式(3)可以写成:

$$\Delta \boldsymbol{R} = \boldsymbol{A}\Delta \boldsymbol{X} \tag{4}$$

式中:$\Delta \boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \Delta R_1 \\ \Delta R_2 \\ \Delta R_3 \end{bmatrix}$ 为测距误差,$\Delta \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta t \end{bmatrix}$ 为定位解算误差,$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{a_1}{D_1} & \dfrac{b_1}{D_1} & 1 \\ \dfrac{a_2}{D_2} & \dfrac{b_2}{D_2} & 1 \\ \dfrac{a_3}{D_3} & \dfrac{b_3}{D_3} & 1 \end{bmatrix}$。

为了反映出等式两边随机变量误差的关系,对等式两边同时取协方差矩阵可得:

$$\mathrm{Cov}(\Delta \boldsymbol{R}) = \begin{bmatrix} \sigma R_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma R_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma R_3^2 \end{bmatrix} \tag{5}$$

式中:σR_i 是伪距测量量 ΔR_i 的方差。

同理可得:

$$\mathrm{Cov}(\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{A}\mathrm{Cov}(\Delta\boldsymbol{X}\Delta\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} =$$

$$\boldsymbol{A}\begin{bmatrix} \sigma X^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma Y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma t^2 \end{bmatrix}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

即:

$$\begin{bmatrix} \sigma R_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma R_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma R_3^2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}\begin{bmatrix} \sigma X^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma Y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma t^2 \end{bmatrix}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

由此可得:

$$GDOP = \sqrt{\frac{\sigma X^2}{\sigma R_1^2} + \frac{\sigma Y^2}{\sigma R_2^2} + \frac{\sigma t^2}{\sigma R_3^2}} =$$

$$\sqrt{\mathrm{trace}\,(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}} \tag{8}$$

其中 $\mathrm{trace}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}$ 为矩阵 $(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}$ 的迹[3]。

在实际计算中首先求得定位解算方程的系数矩阵 $\boldsymbol{A}$,再根据该系数矩阵得到矩阵 $(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}$ 的迹,然后,便可由式(8)得到载体所在位置的 GDOP 值[4−6]。

3　GDOP 值与岸台数量的关系

以 Q_m 表示 m 个岸台参与定位时的几何精度因子,则由式(10)可知 $Q_m = \sqrt{\mathrm{trace}\,(\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m)^{-1}}$,如果增加一个岸台记为 $\boldsymbol{A}_{m+1}$,将其写成分块矩阵的形式:

$$\boldsymbol{A}_{m+1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_m \\ \boldsymbol{d}_{m+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \tag{9}$$

式中:$\boldsymbol{d}_{m+1} = [a_{m+1} \quad b_{m+1}]^{\mathrm{T}}$

由此可得:

$$\boldsymbol{A}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{m+1} = [\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{d}_{m+1}]\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_m \\ \boldsymbol{d}_{m+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} =$$

$$\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m + \boldsymbol{d}_{m+1}\boldsymbol{d}_{m+1}^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

则:

$$(\boldsymbol{A}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{m+1})^{-1} = (\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m)^{-1} -$$

$$\boldsymbol{\beta}[\boldsymbol{\delta}_{m+1}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m)^{-1}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{\delta}_{m+1}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m)^{-1}] \tag{11}$$

式中:$\boldsymbol{\beta} = [1 + \boldsymbol{\delta}_{m+1}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m)^{-1}\boldsymbol{\delta}_{m+1}]^{-1}$。$\boldsymbol{\beta}$ 式中的第二项是正定二次项,所以 $\boldsymbol{\beta}$ 必为大于零的常数,令 $[\boldsymbol{\delta}_{m+1}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m)^{-1}]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\Phi}$,则:

$$\mathrm{trace}(\boldsymbol{A}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{m+1})^{-1} =$$

$$\mathrm{trace}[(\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m)^{-1} - \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}] =$$

$$\mathrm{trace}(\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m)^{-1} - \boldsymbol{\beta}\sum_{i=1}^{3}\Phi_i^2 < \mathrm{trace}(\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m)^{-1} \tag{12}$$

由式(11)可知:

$$Q_{m+1} < Q_m \tag{13}$$

由式(12)可以看出几何精度因子随着岸台数目的增加不断减小。对导航系统而言,可通过冗余设计来改善定位精度。但是,增加台址数量无疑将大大增加系统建立的成本和系统实现的硬件复杂度,所以,如何使用最低的成本得到最好的效果是一个值得思考的问题。下文中将详细讨论在 3 个岸台情况下,如何设置岸台的布局,从而得到期望海域最小的 GDOP 值,提高系统的定位精度。

4　岸台分布模型建立

为描述 GDOP 值与基线长度和夹角的关系,建立接收机和岸台的分布模型图如图 2 所示。图中点 A_1、A_2、A_3 分别表示 3 个岸台的位置坐标,点 B 为接收机出现的位置,R_{12}、R_{23} 分别表示岸台的基线长度,角 α、β 分别表示 A_1、A_3 与接收机点 B 的交角。

图 2　接收机和岸台分布的模型图

假设 $R_{12} = R_{23} = 300\mathrm{km}$ 且 $\alpha = \beta$,改变夹角的大小,GDOP 值随夹角变化的曲线见图 3。

由图中可知,当基线长度 $R = R_1 = 300\mathrm{km}$ 不变时,GDOP 值随夹角成抛物线形变化,当夹角 $\alpha = \beta = 75°$ 时,GDOP 值最小。

图 3　GDOP 值与夹角变化的曲线图

假设夹角 $\alpha = \beta = 75°$,基线 $R_{12} = R_{23}$,改变基线的长度,则 GDOP 值随基线的变化曲线如图 4 所示。

由图可以看出,增加基线长度能够有效降低 GDOP,但增加基线长度会导致远近效应区域增大,使系统在近距离工作范围减小,因此应根据最远工作区域的定位精度和工作区域范围要求综合考虑。

图 5 给出了不同基线长度情况下，GDOP 值随夹角变化的曲线图。由图中可以看出随基线长度的增加 GDOP 值在减小，同时，随基线长度的增加，GDOP 最小值对应的夹角逐渐变小，因此，可以根据实际的地理位置条件，如果夹角固定，则可以通过改变基线长度来降低 GDOP 值，同样如果基线长度固定，则可以改变基线夹角来降低 GDOP 值，以满足系统要求。

图 4 GDOP 值随基线长度的变化曲线图

假设夹角 $\alpha=\beta$，基线长度 $R_{12}\neq R_{23}$，此时 GDOP 随夹角的变化曲线如图 6 所示，图中分别为基线长度(100，700)、(200，600)、(300，500)、(400，400)4 种情况 GDOP 值分布图。由图中可以看出在基线长度不等，但是两基线长度之和相等的情况下，基线长度越趋近于相等，GDOP 值越小，并且 GDOP 最小值对应的角度最小。

图 5 不同基线长度时 GDOP 值随夹角变化的曲线图

图 7 为基线 $R_{12}=400\text{km}$，$R_{1}=400\text{km}$，$\alpha=\beta=1.3\text{rad}$ 时，接收机 B 在距离岸台 A_2 点 1000km 的不同位置时的 GDOP 值随接收机所在位置的横坐标变化的曲线，B 点的横坐标变化步长为 10km。图中第一个峰值是因为岸台 A_1、A_3 和接收机 B 点出现在同一条直线上，第二个峰值是因为岸台 A_1、A_2 和接收机 B 点出现在同一条直线上。

图 6 两个基线长度不等时 GDOP 值随夹角的变化曲线图

5 结论

通过对 GDOP 值大小和发射岸台位置之间关系的仿真分析，可以得出以下结论：

1)两岸台间基线长度越长，GDOP 值越小；

图 7 GDOP 值随接收机所在位置的横坐标变化的曲线图

2)两岸台间基线长度相等时的 GDOP 值较基线长度不相等时小；

3)当岸台间基线长度确定时，总可以找到一个角度使 GDOP 值最小，如果夹角固定，则可以通过改变基线长度来降低 GDOP 值，但发射台的布置还受到实际地理位置的限制，应结合地理条件因素具体分析。

因此，对岸台进行设计配置时应尽量加大发射岸台间的基线长度，尽量使两基线长度相等，同时选择合适的基线夹角，这样可使 GDOP 值降到一个较小的值，有利于提高系统覆盖区域的定位精度。

参考文献：

[1] 邵良琪，邵定蓉. 一种区域定位系统的布站策略[J]. 电子与信息学报，2007，29(3)：553－556.

[2] 文富忠，孙克宇，徐定杰. 基于 GDOP 的导航定位误差和最优岸台设计算法的研究[J]. 舰船科学技术，2002，24(4)：46－52.

[3] Levanon N. Lowest GDOP in 2-D scenarios[J]. IEEE Proc Radar，Sonar Navig，2000，29(3)：149－155.

[4] 胡稳才，黄丽卿，张杏谷. 全球定位系统的几何精度因子[J]. 大连海事大学学报，2002，28(4)：42－46.

[5] 高虎，俞志强. 基于四站时差定位原理的星型布站分析[J]. 空军雷达学院学报，2004，18(3)：35－39.

[6] 冯富强，杨黎都，陈永光. 目标高度对三站时差定位精度的影响[J]. 电子对抗技术，2005，20(2)：135－138.