

基于互相关和 MUSIC 算法的时延估计*

蒋伊琳, 司锡才

(哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 哈尔滨 150001)

摘要:为了避免相位干涉仪测向技术中存在的模糊问题,提高宽带信号时延估计的测量精度,把互相关和多重信号分类算法结合,引入到频域时延估计领域,研究了互相关 MUSIC 算法。利用互相关技术可消除非相关噪声,检测概率增加,减小了运算量。仿真结果表明,该算法具有较高的估计精度,较强的抗噪性和较强的鲁棒性,适用于电子对抗领域中的时延估计。

关键词:互相关函数;多重信号分类;时延估计

中图分类号:TN97 **文献标志码:**A

Time Delay Estimation Based on Cross-correlation and Multiple Signal Classification

JIANG Yilin, SI Xicai

(College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: For avoiding fuzzy in the direction-finding technology of phase interferometer, and for improving measuring precision of wideband signal delay estimation, the combination of cross-correlation function and multiple signal classification (MUSIC) algorithm was introduced to the field of time delay estimation (TDE) in frequency domain. A MUSIC based on cross-correlation function high precision TDE algorithm was researched. The irrelevant noise can be completely eliminated by the cross-correlation method in theory, and computation is reduced, the detection probability increases. The simulation results show that the algorithm is featured with high precision and robustness, fitting for TDE in electronic countermeasure.

Keywords: cross-correlation function; multiple signal classification; time delay estimation

0 引言

电子对抗测向的基本原理是基于平面波到达不同天线间的路程差,即时延进行测向。但是时域测量精度受到较大限制,因此具有较高精度的相位干涉仪,在电子对抗领域中广泛采用。相位干涉仪测量信号到达空间相距一定距离的两阵元的相位差来实现对信源的定位、信号到达角估计等。但是传统比相测向方法需要三阵元来消除相位模糊,而且传统干涉仪测向算法主要集中在窄带信号,对雷达电子对抗领域中所要处理的宽带信号不能直接完成测向。文献[3-4]对电子对抗领域中的宽带信号测向提出了新的算法,但是仍需要多基线解模糊或对到达角进行预

估计。线性调频信号(LFM)是一种常见的宽带信号,其具有良好的抗干扰性和隐蔽性,对于侦查截获接收机难以发现,无法进行检测、跟踪。因此对于低截获概率的宽带 LFM 信号的到达角或时延估计已经成为一个热点^[5-6]。传统的逆傅里叶(IFT)时延估计方法可以用来解模糊或到达角预估计,而且比较适合于宽带信号的被动测向,但是其精度和分辨力难于保证,因此限制了其在电子对抗领域中的应用。

文中研究了一种对 LFM 信号进行时延估计的互相关 MUSIC 算法,该算法适用于电子对抗或被动导引系统的宽带 LFM 信号时延估计或测向预估计。利用两个阵元通道之间的互相关处理得到信号匹配滤波结果,使其在延时域形成谱

* 收稿日期:2008-10-14

基金项目:国防基础科研基金资助

作者简介:蒋伊琳(1980-),男,浙江镇海人,博士研究生,研究方向:阵列信号处理、电子对抗等。

峰。通过 FFT 变换,利用 MUSIC 算法测频的思想,实现了高精度的时延估计。该方法利用了宽带信号的大时宽-带宽积特点,有效地抑制了白噪声,利用 2 个阵元即可有效去除测向模糊,减少了设备,计算量较小,易于工程实现。最后,仿真结果证明了该方法对 LFM 信号进行时延估计的有效性。

1 算法原理

1.1 信号模型

如图 1 所示,空间两个相距为 d 的阵元接收空间到达角为 θ 的信号,则此信号到达两个阵元间的时延 $\tau = d \sin \theta / c$ (c 为光速)。当两个信道的相位响应完全一致时,一个阵元的输出为:

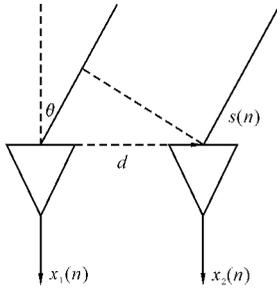


图 1 信号模型

$$x(t) = h(t) \otimes s_r(t) + \omega(t) \quad (1)$$

$$h(t) = \sum_{k=0}^{P-1} \alpha_k \delta(t - \tau_k) \quad (2)$$

其中: ω 为阵元加性噪声,均值为 0,方差均为 σ^2 ;同时信号与噪声不相关; $\alpha_k = |\alpha_k| e^{j\varphi_k}$ 表示第 k 个信号的归一化幅值, φ_k 表示第 k 个信号到达阵元的随机相位, $\varphi_k \in (0, 2\pi)$, τ_k 表示第 k 个信号到达的时间延迟;信号 $s_r(t)$ 为恒定包络的线性调频信号,即:

$$s_r(t) = A \exp [j2\pi (f_0 t + 1/2 \mu t^2)] \quad (3)$$

则信号的瞬时频率为 $f_t = f_0 + \mu t$ 。为了考虑理论的完整性,假设:

- 1) $E[\alpha_i \alpha_j] = 0, i \neq j$ 。
- 2) $E[\alpha_i \omega(t)] = 0, i \neq j$ 。

1.2 基于子空间正交的时延估计算法

式(2)的傅里叶变换为:

$$H(f) = \sum_{k=0}^{P-1} \alpha_k e^{-j2\pi f \tau_k} \quad (4)$$

把式(4)中的 f 视为时间轴上的量, τ_k 视为频率轴上的量,那么 $H(f)$ 就可视为一时域的多频率成分信号,由各个频率分量 $\tau_k, k = 0, 1, \dots, L_Q - 1$ 组合而成。所以,谱估计理论可用于估计 τ_k 。谱估计理论是在线性代数子空间概念上发展起来的“子空间方法”^[7]。“子空间方法”的主导思

想是对采样序列的自相关矩阵进行奇异值分解(SVD),将其特征空间划分为正交互补的“信号子空间”和“噪声子空间”,利用子空间的正交性获得频谱估计的结果,理论上具有无限小的频率分辨率。

在频域 $[f_0, f_0 + BW]$ 的范围内,等间隔取 L 个频率点,对应的频率响应^[8] 记为:

$$\mathbf{X} = [x(0), x(1), \dots, x(L-1)]^T \quad (5)$$

其中:

$$x(i) = H(i) + e(i) = \sum_{k=0}^{P-1} \alpha_k e^{-j2\pi(f_0 + i\Delta f)\Delta\tau_k} + e(i)$$

且 $e(i)$ 均值为 0,方差为 σ^2 的高斯白噪声序列,频率响应 \mathbf{X} 可以表示成矩阵的形式:

$$\mathbf{X} = \mathbf{H} + \mathbf{E} = \mathbf{G}\mathbf{a} + \mathbf{E} \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= [H(0), H(1), \dots, H(L-1)] \\ \mathbf{G} &= [s(\tau_0) s(\tau_1) \dots s(\tau_{P-1})] \\ \mathbf{g}(\tau_k) &= [1, e^{-j2\pi\Delta f\tau_k}, \dots, e^{-j2\pi(L-1)\Delta f\tau_k}]^T \\ \mathbf{a} &= [\alpha_0 e^{-j2\pi f_0 \tau_0} \alpha_1 e^{-j2\pi f_0 \tau_1} \dots \alpha_{P-1} e^{-j2\pi f_0 \tau_{P-1}}]^T \\ \mathbf{E} &= [e(0), e(1), \dots, e(L-1)] \end{aligned}$$

\mathbf{X} 的自相关矩阵 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$ (上标 H 表示共轭转置) 为:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \mathbf{G}\mathbf{P}\mathbf{G}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{P} = E[\mathbf{a}\mathbf{a}^H] = \text{diag}[\alpha_0^2 \alpha_1^2 \dots \alpha_{P-1}^2]$,对 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$ 进行 SVD 得:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (8)$$

其中 $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L], \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_P \geq \lambda_{P+1} \approx \lambda_{P+2} \dots \approx \lambda_L \approx \sigma^2$,则有如下对应关系:前 L_Q 个较大特征值对应的特征向量张成叫做信号子空间,剩下 $L - L_Q$ 个小特征值记为噪声子空间 S_{noise} 。令 $\mathbf{U}_s = [e_1 \dots e_{P_s}]$ 代表信号子空间, $\mathbf{U}_n = [e_{P_s+1} \dots e_L]$ 代表噪声子空间。

利用谱估计方法估计信号频率的方法很多^[9],文中选择了 MUSIC 算法用于求解 τ_k 。如果信号向量 $\mathbf{g}(\tau_k)$ 属于信号子空间,即 $\mathbf{g}(\tau_k) \subseteq \mathbf{U}_s$,就有:

$$\mathbf{g}(\tau_k)^H \mathbf{U}_n = 0 \quad (9)$$

MUSIC 算法利用下面的公式估计信号的时延。

$$F_{\text{MUSIC}}(\tau) = \frac{1}{\mathbf{g}(\tau_k)^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{g}(\tau_k)} \quad (10)$$

1.3 基于互相关和 MUSIC 算法的时延估计

MUSIC 算法建立在信号自相关矩阵的 SVD 之上,不能消除噪声对算法的影响,在噪声背景下算法不稳定。该算法最关键的是确定信号中时延的具体个数,在此基础上正确划分 SVD 分解得到左右奇异矢量矩阵,得到准确的信号子空间及噪声子空间。但是,在自相关算法中 SNR 的大小对于噪声子空间的划分起着重要作用,在 SNR 下降出现 $\sigma^2 > \lambda_i, i = 1, 2, \dots, L_Q$ 的情况下,上节讨论的对应关系不再成立,从而得到错误的子空间划分,导致谱估计结果失效。为了进一步提高信噪比,提高时延估计的精度,文中在以往算法的基础上提出了互相关 MUSIC 算法,利用白噪声序列的独立性,可达到噪声抑制的效果。

在使用频域 MUSIC 算法之前,让两个通道的信号进行互相关处理,即匹配滤波处理。由于 IFT 算法的时延估计分辨能力低,信号通过匹配滤波处理后,只能确定大致的时延位置,将其变换到频域,利用上节的时延估计算法进行更进一步的估计。粗时延区间的确定,累积“增益”提高了信噪比,使得淹没在噪声中的信号被“突现”出来,增加了检测概率,降低了 MUSIC 算法的计算复杂度。假设两个天线接收的信号为 $x_1(t)$, $x_2(t)$, 则两个信号匹配滤波后的输出信号的表达式为:

$$m_f(t) = x_1(t) \otimes x_2(t) = \sum_{k_1=1}^P \alpha_{k_1} s_{r1}(t - \tau_{k_1}) \otimes \sum_{k_2=1}^P \alpha_{k_2} s_{r2}(t - \tau_{k_2}) + s_{r1}(t) \otimes w_1(t) + s_{r2}(t) \otimes w_2(t) + w_1(t) \otimes w_2(t) \quad (11)$$

对上式进行傅里叶变换为:

$$M_f(f) = \left(\sum_{k_1}^P \alpha_{k_1} S(f) \exp(-j2\pi f \tau_{k_1}) \right) * \left(\sum_{k_2}^P \alpha_{k_2} S(f) \exp(-j2\pi f \tau_{k_2}) \right)^* + N(f) \quad (12)$$

$S(f)$ 和 $N(f)$ 分别是 $s_r(t)$ 和 $s_{r1}(t) \otimes w(t) + s_{r2}(t) \otimes w(t) + w(t) \otimes w(t)$ 的傅里叶变换。宽带线性调频信号的能量谱密度在一定频谱范围内可近似认为是一个常数。而且对于服从高斯分布的白噪声,不同通道对应的噪声序列是相互独立的^[10],即:

$$E\{w_1(t)w_2(t)\} = 0 \quad (13)$$

所以 $N(f)$ 可以看作是一个不存在相关分量的白噪声信号^[11]。可根据两信道的匹配滤波处理信号,在尖峰处采样,得到其频域矩阵形式为:

$$M_f = \Psi\alpha + N \quad (14)$$

其中:

$$\begin{aligned} M_f &= [M_f(f_1) \cdots M_f(f_L)]_{L \times 1}^T \\ \alpha &= [\alpha_1 \cdots \alpha_M]_{M \times 1}^T \\ N &= [N(f_1) \cdots N(f_L)]_{L \times 1}^T \\ \Psi &= [\psi_1 \cdots \psi_M]_{L \times M} \\ \psi_k &= [\psi(f_1) \exp(-j2\pi f_1(\tau_{k_1} - \tau_{k_2})) \cdots \psi(f_L) \exp(-j2\pi f_L(\tau_{k_1} - \tau_{k_2}))]_{M \times 1}^T \end{aligned}$$

其中 $M = L_Q^2$, 与之前的 MUSIC 方法相比,可以认为经过互相关处理后接收信号的信噪比有了一定的提高。同样可以用下式计算时延差:

$$F_{MUSIC}(D) = \frac{1}{\Psi^H U_n U_n^H \Psi} \quad (15)$$

两个信道作匹配处理以后,得到的是两个信道时延的差值,若为一个信源则可以利用唯一的时延峰来解模糊或进行角度的预估计,若为两个信源,最多可能出现 4 个时延峰值,但是可以根据天线的间距 d 来消除伪时延峰值。而且两个不同信源在同一个频段,前后相差纳秒级的到达时间差可能性较小。

2 仿真实验

按照式(1)构成双基元接收信号 x_1 和 x_2 , 其中 $s_r(t)$ 为一线性调频信号, $B = 100\text{MHz}$, 采样率为 $f_s = 1\text{GHz}$, 在带宽内顺序选取 $N = 100$ 个频点。两个天线的距离为 90cm 。信号到达阵元的相位 $\varphi_k \in (0, 2\pi)$ 。SNR 定义为:

$$SNR = 20\log_{10}(A_{\text{signal}}/A_{\text{noise}})$$

实验 1: 由于传统的 IFT 测量方法的分辨率为测量带宽的倒数,即 $1/B$, 最大测量误差可以达到时间分辨率的一半^[12], 但是不能无限增加频率带宽以提高时间分辨率, 增加采样率减小测量误差。若使用 IFT 方法时延精度很低, 互相关 MUSIC 算法估计基本准确。

图 2 显示的是在 $SNR = 10\text{dB}$ 情况下的 50 次蒙特卡洛仿真试验结果。其中, $\Delta\tau = 2.25T_s = 2.25\text{ns} < 1/B = 10\text{ns}$ 。估计值 $\hat{\tau} = 2.3038\text{ns}$, 最大误差 0.25ns 。IFT 方法的测量误差至少为采样

间隔 $T_s = 1\text{ns}$ 。

图 3 为 100MHz 内 100 个频点数据的 IFT, 对应的时间精度最高为 10ns。上述实验体现了本算法具有较高的精度, 且在一定的采样率条件下即可。具有 1GHz 采样率的 ADC 芯片早已出现, 或是用矢量网络

分析仪通过扫频的办法可得到其频域响应, 因此本算法可以利用目前一般的硬件条件加以实现。

实验 2: 在不同信噪比下对不同的时延值做仿真估计, 仿真结果如表 1 所示。从表中可以发现正常信噪比下, 互相关 MUSIC 算法具有较高的估计精度。而比相法测向时, 角度的增加均方差会明显增加, 这是由比相算法自身所引起的。因此互相关 MUSIC 算法更适于大角度情况下的角度预估计。传统匹配滤波器, 需要系统预先提供信号的高精度参数, 但是对于电子对抗系统, 先验知识较少, 难于提供高准确度的参数, 而互相关 MUSIC 算法仅利用带宽内的频率响应即可实现较高精度的时延估计, 从而实现角度的预估计, 故该方法适用于电子对抗等难于得到信号参数的环境中。

表 1 频段内不同时延的均方差

$\Delta\tau$	ns		
	SNR/dB		
	5	10	15
$1.25T_s$	0.0280	0.0081	0.0080
$1.75T_s$	0.0375	0.0093	0.0070
$2T_s$	0.0273	0.0117	0.0050
$2.25T_s$	0.0247	0.0113	0.0092

3 结论

文中研究了适于 LFM 信号时延估计的互相关 MUSIC 算法。分析了算法的原理, 仿真结果

表明该算法能对 LFM 信号的高精度时延估计。由于算法的高精度和适用于大角度时延估计, 对信号参数的先验知识要求不高, 硬件可实现等特性, 该算法适用于被动测向、电子侦察等电子对抗领域。

参考文献:

- [1] M Wax, T Shan, T Kailath. Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods[J]. IEEE Trans. ASSP, Aug. 1984, 32(4):817-827.
- [2] H Wang, M Kaveh. Coherent signal-subspace processing for the detection of multiple wideband sources[J]. IEEE Trans. ASSP, Aug. 1985, 33(4):823-831.
- [3] 汤建龙, 杨绍全. 基于互 Wigner-Ville 分布的到达角估计[J]. 电波科学学报, 2004, 19(1):49-52.
- [4] H Wang, M Kaveh. Focussing matrices for coherent signal subspace processing[J]. IEEE Trans. On ASSP. 1988, 36(8):1272-1281.
- [5] WAXM L, ESHM A. Joint estimation of time delays and direction of arrival of multiple reflections of a known signal[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1997, 45(10): 2477-2484.
- [6] SW INDL EHURSTAL. Time delay and spatial signature estimation using known asynchronous signal[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(2): 449-462.
- [7] T Rappaort. Wireless communications principles and practice[M]. Prentice Hall PTR, 1996:569-580.
- [8] Li X, Pahlavan K. Super-resolution TOA estimation with diversity for indoor geolocation[J]. IEEE Trans on Wireless Communication, 2004, 3(1): 224-234.
- [9] Dimitris G Manolakis, Vinay K Ingle, Stephen M Kogon. Statistical and adaptive signal processing: Spectral estimation, signal modeling, adaptive filtering and array processing[M]. McGraw-Hill Science, 1999.
- [10] Pisarenko V. The retrieval of harmonics from a covariance function[J]. Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1973, 33: 347-366.
- [11] TIAN Z, YANG LQ. A cyclostationary approach to timing to timing estimation of UWB signals, Proc of the Int'l Symp. On Advances in Wireless Communication[C]// Victoria, BC, 2002:45-46.
- [12] 陈祝明, 丁义元. 提高线性调频连续波雷达测距精度的最大值估值算法[J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(6):39-42.

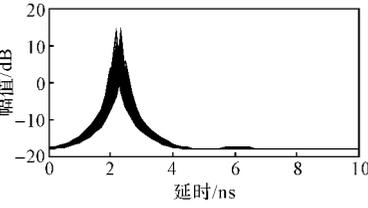


图 2 10dB 信噪比下 50 次仿真试验结果

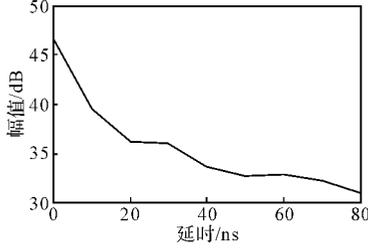


图 3 100 个频点数据的 IFT