

基于微分改正的 Lambert 拦截摄动修正方法研究*

刘光明, 文援兰, 尹大伟, 廖 瑛

(国防科学技术大学航天与材料工程学院, 长沙 410073)

摘 要:在大气层外远距离拦截中, 基于二体理论的 Lambert 制导方法可以用于固定时间拦截的初始变轨段制导, 但由于实际存在的各种轨道摄动因素影响, 会产生较大拦截偏差。提出一种基于微分改正算法的 Lambert 拦截摄动修正方法, 在初始变轨制导段补偿轨道摄动因素对零控脱靶量的影响, 以避免在末制导段进行过大的偏差修正。仿真结果表明, 该摄动修正方法合理、有效, 可以在只增加较少燃料消耗的情况下, 快速进行初制导修正, 大大提高远距离拦截的制导精度。

关键词:Lambert 拦截; 初制导; 零控脱靶量; 摄动修正

中图分类号:V448.2 **文献标志码:**A

The Study on Perturbation Correction for Lambert Interception Based on Differential Corrector

LIU Guangming, WEN Yuanlan, Yin Dawei, LIAO Ying

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The Lambert interception based on the two-body theory can be used to design the initial guidance for an exoatmospheric fixed-time interception. But in far interception, there is large deviation caused by disturbed factors. The perturbation correction method for Lambert interception based on differential corrector was proposed, which can compensate the large zero effort miss caused by perturbation in the initial guidance law. The simulation results show that the perturbation correction method is rational and efficient, and the guidance accuracy of long distance interception can be greatly improved with an extra little fuel consuming.

Keywords: Lambert interception; initial guidance; zero effort miss; perturbation correction

0 引言

空间拦截主要应用于国家空间安全防护等诸多领域。一般把大气层外远距离拦截过程分成三个阶段: 变轨导引段、自由飞行段、精确末制导段^[1]。

对空间目标进行拦截时, Lambert 制导能够根据给定拦截时间设计制导方案, 以满足快速性要求。但是 Lambert 制导是基于二体理论, 由于各种摄动因素对自由飞行段轨道的影响, 将产生数公里的拦截偏差, 制导精度不能满足要求。因此, 有必要找到一种对 Lambert 拦截初制导进行摄动修正的方法, 以实现在摄动环境下对空间目

标的精确拦截。

一些学者对空间目标拦截初制导问题进行了研究。文献[2]通过引入虚拟拦截点对摄动因素引起的拦截偏差进行修正, 其缺点是由于轨道积分路径差别较大, 难以最终确定虚拟拦截点, 且修正精度并不理想; 文献[3]对速度增益制导方法进行改进, 使用预测命中点的方法补偿地球扁率 J_2 项摄动对制导精度的影响, 但是由于制导补偿计算过程复杂, 且整个轨道拦截过程中均需进行补偿计算; 文献[4]提出基于遗传算法的空间拦截轨道优化方法, 但是其算法需要反复迭代与寻优, 一般要进化 300 代后才能得到较好的优化参数。

* 收稿日期: 2008-11-23

基金项目: 国家自然科学基金(10573041); 国家 863 基金(2007AA12Z308)资助

作者简介: 刘光明(1979-), 男, 湖南人, 博士研究生, 研究方向: 飞行器建模、控制与仿真。

文中对 Lambert 拦截初制导进行改进,提出了一种基于微分改正算法的 Lambert 拦截摄动修正方法。该方法利用普适变量法求解固定时间 Lambert 拦截问题,得到初始变轨点需要速度,以其为迭代初值,利用微分改正算法修正由轨道摄动因素引起的拦截偏差,以避免末制导段进行过大的偏差修正,并设计 Lambert 拦截初制导方案。

1 Lambert 轨道拦截模型

Lambert 轨道拦截问题可以描述为:给定空间拦截器初始时刻 t_1 ,在地心赤道惯性坐标系下的位置矢量 r_1 和速度矢量 v_{10} ,空间拦截器在 t_2 时刻命中位置矢量为 r_2 的预定目标点,拦截器在固定时间段 $\Delta T = t_2 - t_1$ 内的飞行轨迹为拦截轨道 F,如图 1 所示。如果 ΔT 固定,其初始变轨点需要速度矢量 $v_{1,need}$ 可由 Lambert 飞行时间定理求解。

求解 Lambert 轨道拦截问题实际上就是求解 Gauss 问题,可以用文献 [5] 给出的普适变量法迭代求解。其定义为:已知 r_1, r_2, r_1 到 r_2 的飞行时间 ΔT 以及拦截器初始运动方向,求解拦截器在 r_1 处的需要速度 $v_{1,need}$ 。

当已知 t_1 时刻的轨道状态 r_1, v_1 ,对于给定的 ΔT ,可用圆锥曲线轨道的 f, g 级数进行状态外推,求得 t_2 时刻的状态 r_2 ,即:

$$r_2 = f \cdot r_1 + g \cdot v_1 \quad (1)$$

其中: $f = 1 - a(1 - \cos \Delta E)/r_1$

$$g = t_2 - t_1 - \sqrt{a^3/\mu}(\Delta E - \sin \Delta E)$$

式中: μ 为地球引力常数; r_1 为 t_1 时刻空间拦截器的地心距; $a, \Delta E$ 分别为拦截轨道 F 的长半轴与偏近点角变化量。

圆锥曲线轨道的 f, g 级数表达式是未知数为 $a, \Delta E$ 的两个独立方程。由于 a 取某一初值并不能唯一确定 ΔE ,则直接用变量 a 来迭代求解是很困难的,这里引入普适变量 $z = \Delta E^2$ [5]。以

普适变量 $z = \Delta E^2$ 表示 Lambert 变轨飞行时间 ΔT 的公式为:

$$\Delta T = (x^3(z)S(z) + A \sqrt{y(z)})/\sqrt{\mu} \quad (2)$$

式(2)中的 $x(z), y(z), S(z), A$ 的具体表达式详见文献 [5], 并且 f, g 级数可以用 $y(z), S(z), A$ 表示:

$$f = 1 - y(z)/r_1, \quad g = A \sqrt{y(z)}/\mu \quad (3)$$

则 Lambert 轨道拦截问题求解的关键是利用牛顿迭代法从式(2)求解出普适变量 z 。利用得到的变量 z 可以计算出级数 f, g , 从而可以得到空间拦截器在 r_1 处的需要速度 $v_{1,need}$:

$$v_{1,need} = (r_2 - f \cdot r_1)/g \quad (4)$$

设在 t_1 时刻,拦截器在初始轨道 I 的初始变轨点速度为 v_1 ,进行脉冲推力的冲量变轨后在拦截轨道 F 初始变轨点需要速度 $v_{1,need}$,则初始变轨的需要速度脉冲为:

$$\Delta v = v_{1,need} - v_1 \quad (5)$$

若考虑拦截器的轨控发动机为有限推力,拦截器无法瞬时获得需要的速度脉冲增益 Δv 。因此,可以通过对变轨需要的速度脉冲增益进行冲量等价,进行脉冲调宽,根据拦截器每一时刻 t_k 的 Δv_k 调整推力方向,以快速消除 Δv 。重复上述过程,直到 $|\Delta v_k| < \delta$ (δ 一般取 10^{-3} 量级)关闭轨控发动机,则拦截机动的初始变轨导引段结束。

2 拦截初制导段的摄动修正方法

Lambert 拦截制导是利用迭代方法求解初始变轨点的需要速度脉冲。但是,该迭代算法是基于二体理论假设,忽略了各种摄动因素对拦截轨道的影响,特别是在远距离轨道拦截中将会产生数公里的拦截误差。在空间拦截器与目标航天器高速相对运动情况下,末制导段难以完成如此大的偏差修正,有可能导致负载过大而解体。因此,有必要在拦截初始导引段进行制导误差修正,以补偿轨道摄动产生的较大拦截偏差。

文中采用微分改正算法实现 Lambert 拦截初制导段的摄动修正。不考虑末制导,拦截器在初制导变轨后,考虑各种摄动力影响,通过高精度轨道预报其在设定拦截时刻 t_2 到达位置称为预测拦

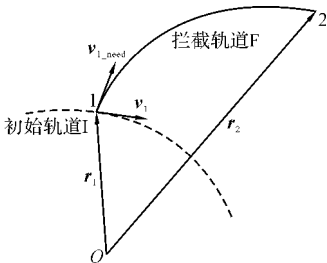


图 1 轨道拦截示意图

截点,记为 r_{2m} 。预测拦截点 r_{2m} 与设定拦截点 r_2 的矢量差绝对值定义为零控脱靶量 L_m ,即:

$$L_m = |r_{2m} - r_2| \quad (6)$$

设 $G(v_{10}) = r_{2m}(v_{10})$ 为目标函数,定义为拦截器以初始速度 v_{10} 飞行,在拦截时刻 t_2 的预测位置 r_{2m} 。其中, v_{10} 为目标函数的迭代变量,其初值 v_{10}^* 取 Lambert 拦截初始变轨点需要速度 $v_{1,need}$,则拦截器在时刻 t_2 的预测拦截点为 r_{2m}^* ,即 $G(v_{10}^*) = r_{2m}^*$ 。微分改正算法的目的是通过不断更新迭代变量 v_{10} ,使得目标函数值快速逼近期望值 $G_T = r_2$,即 $|G(v_{10}) - G_T| = |r_{2m}(v_{10}) - r_2| < \epsilon$ (ϵ 为容许脱靶量,一般取 10m)。将目标函数 $G(v_{10})$ 在初始值 v_{10}^* 附近以泰勒级数展开,则:

$$G(v_{10}) = G(v_{10}^*) +$$

$$\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n G(v_{10})}{\partial v_{10}^n} \Big|_{v_{10}=v_{10}^*} (v_{10} - v_{10}^*)^n \right] \quad (7)$$

因为目标函数 $G(v_{10}) = r_{2m}(v_{10})$ 是从考虑各种摄动力的轨道动力学方程 $\ddot{r} = -\mu r/r^3 + f$ 求解的,其摄动力模型非常复杂,很难找到目标函数的严格解析解,且其泰勒展开式也无法解析求解。不妨将其泰勒展开式线性化,舍去 1 阶以上的高阶部分,则式(7)近似为:

$$G(v_{10}) \approx G(v_{10}^*) + G'(v_{10} - v_{10}^*) \quad (8)$$

$$\text{其中: } G' = \frac{\partial G(v_{10})}{\partial v_{10}} \Big|_{v_{10}=v_{10}^*} = \frac{\partial r_{2m}}{\partial v_{10}}$$

由于拦截器初始变轨点位置是固定的,只能修正初始变轨点需要速度。将式(8)进行变形,则需要速度 $v_{1,need}$ 修正的迭代公式可以写成:

$$v_{10(k+1)} \approx v_{10(k)} + (G'(v_{10(k)}))^{-1} [G_T - G(v_{10(k)})] \quad (9)$$

将用式(9)计算的修正速度矢量 $v_{10(k+1)}$ 再作为拦截器变轨点需要速度进行反复迭代,直到满足 $|G_T - G(v_{10(k+1)})| < \epsilon$ 停止迭代,则 $v_{10(k+1)}$ 为进行摄动修正后的需要速度 $v_{1,need}^*$,变轨初制导需要的速度脉冲改为 $\Delta v^* = v_{1,need}^* - v_{10}$ 。若迭代次数大于设定的最大迭代次数,则说明迭代失败。

需要说明的是, $G(v_{10})$ 与 G' 函数值求解是摄动修正迭代算法的关键,下面给出求解方法。拦截器在地心赤道惯性坐标系中的运动方程为:

$$\ddot{r} = f(r, \dot{r}, t) \quad (10)$$

其中: \ddot{r} 、 \dot{r} 、 r 分别为拦截器的加速度矢量、速度矢

量和位置矢量。

设初始速度矢量 $V_0 = [v_{10}(t_1)]$,在方程(10)两边对 V_0 求偏导:

$$\frac{\partial \ddot{r}}{\partial V_0} = \frac{\partial \ddot{r}}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial V_0} + \frac{\partial \ddot{r}}{\partial \dot{r}} \cdot \frac{\partial \dot{r}}{\partial V_0} \quad (11)$$

令 $A(t) = \left(\frac{\partial \ddot{r}}{\partial r} \right)_{3 \times 3}$, $B(t) = \left(\frac{\partial \ddot{r}}{\partial \dot{r}} \right)_{3 \times 3}$, $Y(t) = \left(\frac{\partial r}{\partial V_0} \right)_{3 \times 3}$,式(11)变为二阶常微分方程:

$$\dot{Y}(t) = A(t)Y(t) + B(t)\dot{Y}(t) \quad (12)$$

考虑各种摄动因素,上式中 $A(t)$ 、 $B(t)$ 的具体表达式见文献[6]。如果不考虑大气摄动与相对摄动影响, $B(t)$ 为 0 矩阵,则方程(12)可以简化为:

$$\dot{Y}(t) = A(t)Y(t) \quad (13)$$

用数值积分方法,同时对方程(10)和(12)从初始时刻 t_1 到拦截时刻 t_2 进行数值积分,可以得到:

$$\begin{cases} G(v_{10}) = r_{2m} \\ G' = Y(t_2) \end{cases} \quad (14)$$

虽然拦截器的初始位置矢量不变,但是由于初始速度矢量在每次迭代过程中都进行了修正,其确定的拦截轨迹差别较大,所受摄动力影响差别也较大,因此需要重新进行数值积分求解 $G(v_{10})$ 和 G' 。

对于有限推力变轨方式,通过微分改正法得到拦截器在时刻 t_1 补偿拦截误差的需要速度增量 $\Delta v(t_1)$,则从初始时刻 t_1 开始,在 $(t_s - t_1)$ 时间段内进行有限推力制导修正。要求在初制导段内使推力加速度矢量 a_c 与 $\Delta v(t_1)$ 共线,并预估发动机关机时刻 t_s ,计算表达式为:

$$\begin{cases} a_c = |a_c| \frac{\Delta v(t_1)}{|\Delta v(t_1)|} \\ t_s = t_1 + \frac{|\Delta v(t_1)|}{|a_c|} \end{cases} \quad (15)$$

3 仿真计算及分析

考虑地球非球形摄动、日月引力摄动、光压摄动、大气阻力摄动对拦截轨道的影响,应用 Lambert 拦截初制导方法和进行摄动修正的拦截初制导方法分别进行仿真计算。设拦截器开始初制导的轨道参数为:长半轴 $a_1 = 7000\text{km}$,偏心

率 $e_1 = 0.0014$, 轨道倾角 $i_1 = 50^\circ$, 升交点赤径 $\Omega_1 = 9.84^\circ$, 近地点幅角 $\omega_1 = 163.8^\circ$, 平近点角 $M_1 = 355.8^\circ$; 目标航天器初始轨道参数为: 长半轴 $a_T = 7200\text{km}$, 偏心率 $e_T = 0$, 轨道倾角 $i_T = 97^\circ$, 升交点赤径 $\Omega_T = 10^\circ$, 近地点幅角 $\omega_T = 178^\circ$, 平近点角 $M_T = 348^\circ$. 两个航天器相距 1852km , 设定拦截时间为 $\Delta T = 300\text{s}$, 对于拦截初制导段摄动修正方法, 选取迭代修正容许脱靶量 $\epsilon = 10\text{m}$.

图 2 给出了经过拦截初制导后, 拦截器与目标器的飞行轨迹. 在设定拦截时间内, 拦截器对目标

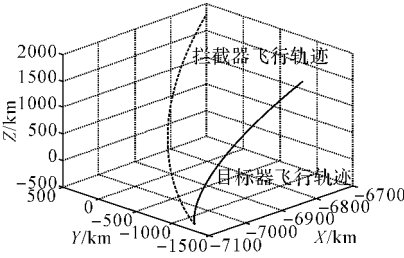


图 2 拦截器飞行轨迹 (惯性坐标系)

航天器进行了有效拦截。

忽略初制导关机误差, 且不进行末制导修正, 采用基于微分改正算法的 Lambert 拦截初制导摄动修正方法, 分别对脉冲变轨方式和有限推力变轨方式进行初制导仿真, 并与没有进行摄动修正的拦截初制导仿真结果进行对比分析, 如表 1 所示. 对于有限推力变轨方式, 设拦截器初始质量 $m_0 = 110\text{kg}$, 发动机比冲 $I_s = 300\text{N} \cdot \text{s}/\text{kg}$, 燃料质量秒耗量 $\dot{m} = 6\text{kg}/\text{s}$. 轨控发动机的推力加速度矢量绝对值为 $|a_c| = \dot{m}I_s g / (m_0 - \dot{m}t)$, 其方向始终保持与拦截初制导段的需要速度增量方向相同。

表 1 只进行拦截初制导的仿真结果

| 初制导方法 | 初制导时间 /s | 需要速度增量 / (m/s) | 燃料消耗 /kg | 零控脱靶量 /m |
|----------------------|----------|----------------|----------|----------|
| Lambert 初制导 (脉冲变轨) | 0 | 2190.03 | / | 502.58 |
| 有摄动修正的初制导 (脉冲变轨) | 0 | 2189.42 | / | 0.054 |
| Lambert 初制导 (有限推力变轨) | 8.683 | 2165.2 | 52.1 | 490.15 |
| 有摄动修正的初制导 (有限推力变轨) | 8.692 | 2168.8 | 52.15 | 0.263 |

由表 1 可见, 有摄动修正的初制导方法得到

的零控脱靶量明显减小, 有限推力变轨方式的燃料消耗和初制导时间增加不多, 而对于脉冲变轨方式的初制导, 所需要的速度增量甚至略有减少。

图 3 给出了在初制导后, 拦截器相对于目标器无控惯性飞行过程中, 视线角速率随时间变化情况. 这里定义视线角为两个飞行器视线方向连线与其在目标器轨道面上投影之间的夹角^[7]. 从图 3 可以看出, 在拦截时间相同的情况下, 无摄动修正的拦截轨道, 在末制导段视线角速率发生突变, 而进行摄动修正后的视线角速率明显降低, 变化趋势平缓, 并且在末制导段趋近于 0, 这非常有利于空间拦截精确末制导的实施。

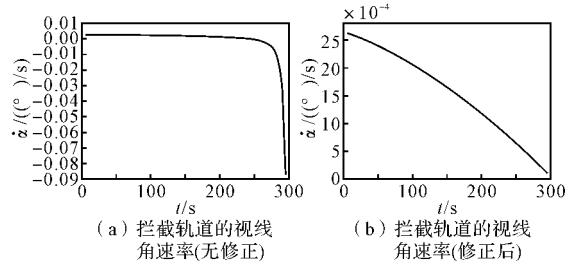


图 3 拦截轨道视线角速率 (脉冲变轨方式)

以上面给出的初始轨道参数、拦截时间及发动机参数为仿真条件, 利用文献[4]提出的遗传算法进行有限推力变轨方式的轨道拦截初制导优化. 设定最大遗传代数 $G_{\max} = 300$, 初始群体选择为 100 个, 选取惩罚系数 $\alpha = 0.3$. 该算法在进化 300 代后得到该轨道拦截问题的参数最优解, 并与 Lambert 拦截初制导摄动修正方法的仿真结果进行对比, 如表 2 所示。

表 2 仿真结果比较

| 初制导方法 | 初制导时间 /s | 迭代次数 | 燃料消耗 /kg | 零控脱靶量 /m |
|--------------------|----------|------|----------|----------|
| 有摄动修正的 Lambert 初制导 | 8.692 | 3 | 52.15 | 0.263 |
| 文献[4]的优化初制导 | 8.550 | 300 | 51.31 | 0.510 |

从表 2 可以看出, 与文献[4]的优化初制导方法相比, 有摄动修正的 Lambert 初制导方法虽然需要的初制导时间和燃料消耗有所增加, 但是其零控脱靶量明显减小, 并且迭代次数远远低于前者, 这将提高拦截器初制导的快速反应能力和精确拦截打击能力。

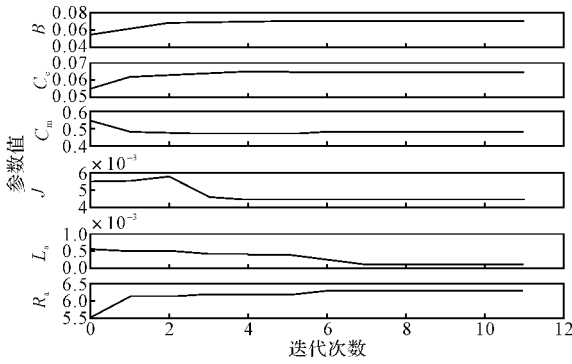


图 8 模型的参数估计过程

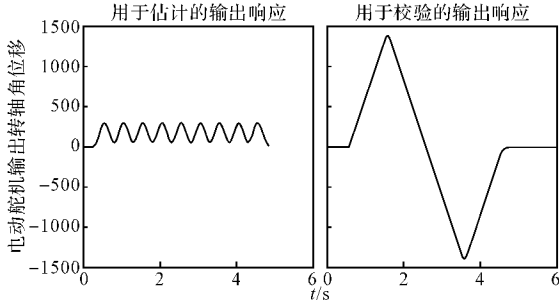


图 9 用于估计的输出响应与用于校验的输出响应

如图 9 所示,通过参数估计最终建立起的物理模型,其输出响应精确地匹配了校验输出响应。一个成功的参数估计不仅仅匹配于校验的数据集,也应该匹配其它任意设置的数据集。

5 结论

传统方法建立的动态系统模型有很多优点,采用基本控制理论建立的数学模型可以有效地

观察系统行为,但缺少精度;采用数据驱动建立的对应模型可以提供精确的结果,但趋向于有限的系统理解。文中结合两者优点,阐述了在 Simulink® 平台下建立电动舵机与其 PWM 驱动器的物理模型,并利用实验数据仿真的方式,精确地对模型参数进行了估计。最终建立起的模型既可用于武器系统的设计与研制,也可用于其故障诊断技术的研究与开展。

参考文献:

- [1] 潘荣霖. 飞航导弹测高装置与伺服机构[M]. 北京: 宇航出版社, 1993.
- [2] 钱平. 伺服系统[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [3] 刘敏, 刘藻珍, 王金柱. 某型电动舵机建模与仿真研究[J]. 弹箭与制导学报, 2004, 24(5): 123 - 125.
- [4] 胡寿松. 自动控制理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994.
- [5] Apex Microtechnology Corp. SA03 Product Data Sheet[EB/OL]. 2006.
- [6] Apex Microtechnology Corp. PWM Low Pass Filtering [EB/OL]. 2001.
- [7] Apex Microtechnology Corp. PWM BASICS [EB/OL]. 2002.
- [8] The MathWorks, Inc. Simulink® Parameter Estimation™ User's Guide[EB/OL]. Matlab R2008a.
- [9] The MathWorks, Inc. Simulink® Parameter Estimation™ Release Notes[EB/OL]. Matlab R2008a.

(上接第 90 页)

4 结论

引入普适变量进行迭代求解 Lambert 拦截问题,可以用于大气层外固定时间拦截初始变轨段制导。为减小各种轨道摄动引起的较大拦截偏差,文中给出了一种基于微分改正算法的初制导修正方法。该初制导修正方法在仅增加少量燃料消耗和制导计算量情况下,能基本消除轨道摄动的影响,大大提高轨道拦截初制导精度,并保留了 Lambert 拦截制导的快速性,可使拦截器在初制导段后不进行轨道修正或只需消耗较少燃料便能完成远距离轨道拦截任务。

参考文献:

- [1] 林来兴. 从深度撞击探测器看空间拦截技术的发

展[J]. 航天控制, 2006, 24(1): 92-96.

- [2] 周须峰, 唐硕. 固定时间拦截变轨段制导的摄动修正方法[J]. 飞行力学, 2006, 24(4): 46-49.
- [3] Zes Dean. Exo-atmospheric Intercept with J2 Correction[R]. AIAA 98-4305. 1998: 1061-1066.
- [4] 汤一华, 陈士橹. 基于遗传算法的有限推力轨道拦截优化研究[J]. 西北工业大学学报, 2005(5): 671 - 675.
- [5] Bate R R. 航天动力学基础[M]. 吴鹤鸣, 李肇杰, 译. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1990.
- [6] 李济生. 人造卫星精密轨道确定[M]. 北京: 解放军出版社, 1995.
- [7] 林来兴. 空间交会对接技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.