

# UKF 滤波在 INS/无源北斗组合 导航系统中的应用\*

胡 攀<sup>1</sup>, 高社生<sup>1</sup>, 倪龙强<sup>1,2</sup>, 杨 凯<sup>2</sup>

(1 西北工业大学自动化学院, 西安 710072; 2 中国兵器工业第 202 研究所, 陕西咸阳 712099)

**摘要:**为解决无源北斗量测方程的非线性问题, 提出将 Unscented 卡尔曼滤波(UKF)用于惯性导航系统(INS)/无源北斗组合导航系统, 避免了利用传统的泰勒展开式逼近法对量测方程进行线性化处理所带来的截断误差。仿真结果表明, UKF 方法有效地解决了卡尔曼滤波中系统量测方程的非线性问题, 并使 INS/无源北斗组合导航系统的导航精度得到大幅提高。

**关键词:** Unscented 卡尔曼滤波(UKF); 组合导航; 惯性导航系统(INS); 无源北斗导航定位系统

**中图分类号:** V249.3 **文献标志码:** A

## The Application of UKF to INS/Passive BEI-DOU Integrated Navigation System

HU Pan<sup>1</sup>, GAO Shesheng<sup>1</sup>, NI Longqiang<sup>1,2</sup>, YANG Kai<sup>2</sup>

(1 School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2 No. 202 Research Institute of China Ordnance Industries, Shaanxi Xianyang 712099, China)

**Abstract:** In order to avoid linearization for nonlinear measurement equations, the unscented Kalman filter (UKF) was applied to INS/passive BEI-DOU integrated navigation system. The UKF was used to estimate navigation parameters of the integrated system directly, and the truncation errors occurred during solving nonlinear measurement equation by Talor equation is avoided. The simulation results show that the truncation errors of nonlinear measurement equations are eliminated and the navigation accuracy of INS/passive BEI-DOU integrated navigation system is improved.

**Keywords:** Unscented Kalman filter (UKF); integrated navigation system; inertial navigation system (INS); passive BEI-DOU position system

## 0 引言

我国第一代北斗卫星导航系统属于有源定位体制, 使用时用户需要向控制中心站发出定位请求, 经过用户、地面控制中心、卫星三方通信后, 最后确定当前位置, 因此具有易暴露、延时严重等缺点。为此, 国内许多学者对第一代北斗系统进行了无源化改进工作。然而, 现有的无源北斗方案(三星+高度表、双星+铷钟+高度表以及伪卫星+北斗系统等<sup>[1-3]</sup>)都是将非线性的量测方程进行线性化处理, 再利用卡尔曼滤波进行递推解算(以下称为传统卡尔曼滤波法)。但是, 用泰勒展开式逼近将量测方程线性化会带来

很大的截断误差, 甚至导致滤波发散。

Julier 等人<sup>[4]</sup>提出 Unscented 卡尔曼滤波(UKF)方法对非线性问题进行滤波估计。由于 UKF 方法处理非线性问题时在滤波精度和计算方面具有许多优点, 使其在工程技术中得到了广泛应用。因此, 文中将 UKF 滤波应用于 INS/无源北斗组合导航系统的研究。

## 1 UKF 滤波

UKF 是基于 U 变换的滤波方法, U 变换是计算经非线性变换的随机变量统计量的一种方法, 其原理是取一组均值和方差均符合高斯分布的点集, 经过非线性传播得到相应的一组点集,

\* 收稿日期: 2008-12-09

基金项目: 国家自然科学基金(60574034)资助

作者简介: 胡攀(1983-)男, 陕西西安人, 硕士研究生, 研究方向: 组合导航、多传感器信息融合。

再求取变换后的均值和方差。

考虑如下的非线性系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = F[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \boldsymbol{\omega}(k)] \\ \mathbf{z}(k) = H[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \mathbf{v}(k)] \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}(k)$  为  $k$  时刻系统的  $n$  维状态向量,  $\mathbf{u}(k)$  为输入向量,  $\boldsymbol{\omega}(k)$  为零均值过程噪声向量,  $\mathbf{v}(k)$  为零均值量测噪声,  $\boldsymbol{\omega}(k)$  与  $\mathbf{v}(k)$  线性无关, 且满足:

$$E[\boldsymbol{\omega}(i)\boldsymbol{\omega}(i)^T] = \delta_{ij}Q(i), \forall i, j$$

$$E[\mathbf{v}(i)\mathbf{v}(i)^T] = \delta_{ij}R(i), \forall i, j$$

设  $x$  是均值为  $\bar{x}$ , 方差为  $\mathbf{P}_{xx}$  的  $n_x$  维随机变量, 通过对  $x$  扩展形成  $2n_x+1$  维的西格玛矢量来逼近  $x$  的分布, 令  $k = 2n_x + \lambda$ 。

$$\boldsymbol{\chi}_h = \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}, & h = 0 \\ \bar{\mathbf{x}} + (\sqrt{k\mathbf{P}_{xx}})_h, & h = 1, \dots, n_x \\ \bar{\mathbf{x}} - (\sqrt{k\mathbf{P}_{xx}})_{h-n_x}, & h = n_x + 1, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2)$$

且  $W_0 = \lambda/k, h = 0; W_h = 1/2k, h \neq 0$ 。其中:  $\lambda$  是缩放比例参数,  $W_h$  是第  $h$  个西格玛点的权值。每个西格玛点通过非线性函数传播。

$$\mathbf{Z}_h = f(\boldsymbol{\chi}_h), h = 1, \dots, 2n_x \quad (3)$$

对变换后的西格玛点进行加权处理, 求取  $\mathbf{Z}$  的均值和方差:

$$\bar{\mathbf{Z}} = \sum_{h=0}^{2n_x} W_h \mathbf{Z}_h \quad (4)$$

$$\mathbf{P}_{zz} = \sum_{h=0}^{2n_x} W_h (\mathbf{Z}_h - \bar{\mathbf{Z}})(\mathbf{Z}_h - \bar{\mathbf{Z}})^T \quad (5)$$

UKF 是利用 U 变换思想的离散卡尔曼估计, 原状态变量可与噪声变量串联扩展为增广状态随机向量  $\mathbf{X}^a = [\mathbf{X}^T \quad \boldsymbol{\omega}^T \quad \mathbf{v}^T]^T$ ,  $\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}$  分别为系统噪声向量和量测噪声向量, 对该增广向量按 UT 原则计算西格玛点, 得增广西格玛矩阵  $\boldsymbol{\chi}^a = [(\boldsymbol{\chi}^x)^T \quad (\boldsymbol{\chi}^\omega)^T \quad (\boldsymbol{\chi}^v)^T]^T$ , UKF 算法如下:

1) 初始化:  $\mathbf{X}_0^a = E[\mathbf{X}^a] = [\bar{\mathbf{X}}_0^T \quad 0 \quad 0]^T$

$$\mathbf{P}_0^a = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Q} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{Q}$  为系统噪声方差阵,  $\mathbf{R}$  为量测噪声方差阵。

2) 西格玛矩阵计算:  $k \in \{1, \dots, \infty\}$ ,

$$\boldsymbol{\chi}(k)^a = [\hat{\mathbf{x}}(k)^a \quad \hat{\boldsymbol{\omega}}(k)^a + \sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_{xx}^a(k)}$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k)^a + \sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_{xx}^a(k)}]$$

其中  $L$  为增广的状态维数。

3) 时间更新方程:

$$\boldsymbol{\chi}^x(k, k-1) = F(\boldsymbol{\chi}^x(k-1), \boldsymbol{\chi}^\omega(k-1))$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k, k-1) = \sum_{h=0}^{2L} W_h \boldsymbol{\chi}_h^x(k, k-1)$$

$$\mathbf{Z}(k, k-1) = H(\boldsymbol{\chi}^x(k-1), \boldsymbol{\chi}^v(k-1))$$

$$\hat{\mathbf{Z}}(k, k-1) = \sum_{h=0}^{2L} W_h \mathbf{Z}_h(k, k-1)$$

$$\mathbf{P}_{xx}(k, k-1) = \sum_{h=0}^{2L} W_h [\boldsymbol{\chi}_h^x(k, k-1) - \hat{\mathbf{X}}(k, k-1)] \cdot [\boldsymbol{\chi}_h^x(k, k-1) - \hat{\mathbf{X}}(k, k-1)]^T$$

4) 量测更新方程:

$$\mathbf{P}_{zz}(k) = \sum_{h=0}^{2L} W_h [\mathbf{Z}_h(k, k-1) - \hat{\mathbf{Z}}(k, k-1)] \times [\mathbf{Z}_h(k, k-1) - \hat{\mathbf{Z}}(k, k-1)]^T$$

$$\mathbf{P}_{xz}(k) = \sum_{h=0}^{2L} W_h [\boldsymbol{\chi}_h^x(k, k-1) - \hat{\mathbf{X}}(k, k-1)] \cdot [\mathbf{Z}_h(k, k-1) - \hat{\mathbf{Z}}(k, k-1)]^T$$

残差:  $\boldsymbol{\varepsilon}(k) = \mathbf{Z}(k) - \hat{\mathbf{Z}}(k, k-1)$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}_{xz}(k)\mathbf{P}_{zz}^{-1}(k)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k) = \hat{\mathbf{X}}(k, k-1) + \mathbf{K}(k)\boldsymbol{\varepsilon}(k)$$

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{P}(k, k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{P}_{zz}(k)\mathbf{K}^T(k)$$

由此可见, UKF 通过选取一个最小样本点集合, 来近似高斯随机变量的状态分布, 这些样本点不但能够完全捕获高斯随机变量的真实均值和方差, 而且 UKF 对于任何非线性系统精度都能达到二阶以上<sup>[4-5]</sup>。

## 2 系统方程的建立

### 2.1 系统状态方程的建立

系统的状态方程为 INS 的力学编排方程, 导航坐标系选为东北天坐标系。由 INS 系统的力学编排方程和姿态误差方程, 可以获得惯性 / 北斗导航系统的状态方程:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t) \quad (6)$$

其中:  $\mathbf{F}(t)$  为惯性导航系统误差方程所对应的系统矩阵;  $\mathbf{G}(t)$  为白噪声误差矩阵;  $\mathbf{W}(t)$  为系统误差白噪声向量。系统状态变量选为:

$$\mathbf{X} = [\varphi_E \quad \varphi_N \quad \varphi_U \quad v_E \quad v_N \quad v_U \quad L \quad \lambda \quad h \quad \varepsilon_{bx} \quad \varepsilon_{by} \quad \varepsilon_{bz} \quad \delta t_u]$$

式中:  $\varphi_E, \varphi_N, \varphi_U$  为姿态误差角;  $v_E, v_N, v_U$  为速度;  $L, \lambda, h$  为纬度、经度和高度误差;  $\varepsilon_{lx}, \varepsilon_{ly}, \varepsilon_{lz}$  为陀螺常值漂移误差;  $\delta t_u$  表示接收机钟差。

### 2.2 系统量测方程的建立

由于利用了北斗无源工作模式, 故其量测方程为非线性:

$$Z(t) = H(X(t), v(t)) \quad (7)$$

文中采用三星 + 高度表的无源北斗组合方案, 定位接收机实际测得的伪距可表述为<sup>[3]</sup>:

$$\rho_{ui} = r_i + \delta t_u + \varepsilon_{mi} + \varepsilon_{si} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

其中:  $r_i$  表示卫星与接收机的距离,  $\delta t_u$  表示接收机钟差,  $\varepsilon_{mi}$  表示由电离层、对流层引起的测距误差,  $\varepsilon_{si}$  表示由星历误差引起的伪距误差,  $\varepsilon_i$  为接收机白噪声。利用差分的方法和星历信息可以大大消除电离层、对流层引起的测距误差和星历误差引起的伪距误差。所以式(8)可改写为:

$$\rho_{ui} = r_i + \delta t_u + \varepsilon_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + \delta t_u + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

目前, 北斗有 3 颗卫星, 能得到 3 个独立的方程, 式(9)中存在 4 个未知数, 所以需要知道另一个独立方程, 这里由高度表提供<sup>[6]</sup>。

$$H = \frac{R_N}{b} \sqrt{(1 - e^2)(x^2 + y^2) + z^2} - R_N + \varepsilon_H \quad (10)$$

其中:  $R_N$  表示卯酉圈曲率半径,  $b$  表示地球椭球体的短轴,  $e$  表示地球曲率,  $\varepsilon_H$  表示高度表白噪声。

综合上述, 文中采用的量测方程为:

$$\begin{cases} \rho_{ui} = r_i + \delta t_u + \varepsilon_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + \delta t_u + \varepsilon_i \\ H = \frac{R_N}{b} \sqrt{(1 - e^2)(x^2 + y^2) + z^2} - R_N + \varepsilon_H \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

状态方程采用东北天地理坐标系, 通过转换矩阵  $C_e^c$ , 将地球坐标系转换为地理坐标系。

### 3 仿真实验

假设飞机的初始位置为北纬  $34^{\circ}14'$ 、东经  $108^{\circ}54'$ 、高度为 5000m, 以速度 200m/s 向东匀速飞行 1500s, 传感器误差参数如下(1 $\sigma$ ): 陀螺漂移

为  $0.1^{\circ}/h$ , 白噪声随机游走  $0.05^{\circ}/\sqrt{h}$ , 加表零偏为  $10^{-4}g$ , 白噪声随机游走为  $10^{-5}g \cdot \sqrt{s}$ 。北斗水平位置误差均方根为 40m; 高度表测高误差均方根为 50m。飞机初始位置误差为 50m, 初始速度误差为 5m/s, 平台初始误差角为  $50'$ 。

在上述条件下, 文中对无源北斗 /INS 进行 UKF 滤波。并与传统卡尔曼滤波法进行了比较分析。

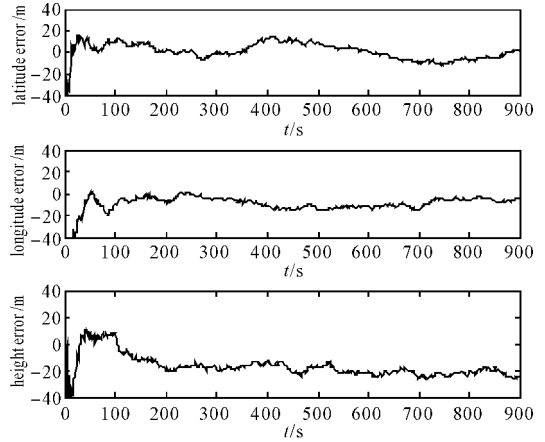


图 1 传统卡尔曼滤波法位置误差

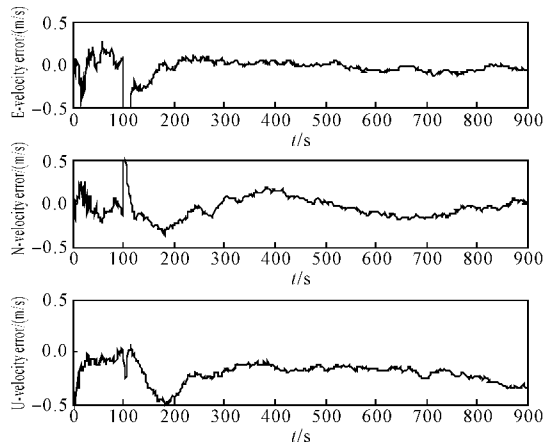


图 2 传统卡尔曼滤波法速度误差

从图 1~图 4 可以看出, UKF 滤波使组合导航系统的经、纬度误差控制在  $\pm 5m$  以内, 由于高度表的精度有限, 所以 UKF 滤波使高度误差控制在  $\pm 10m$  以内; 速度误差稳定在  $\pm 0.1m/s$  以内。而传统卡尔曼滤波法使组合导航系统的经、纬度误差控制在  $\pm 20m$  以内, 高度误差在  $\pm 20m$  左右波动, 并且有增大趋势; 速度稳定在  $\pm 0.5m/s$  以内, 且天向速度精度较差。仿真实验表明, 与传统的卡尔曼滤波法相比较, 文中所采用的 UKF 滤波法使 INS/无源北斗组合导航

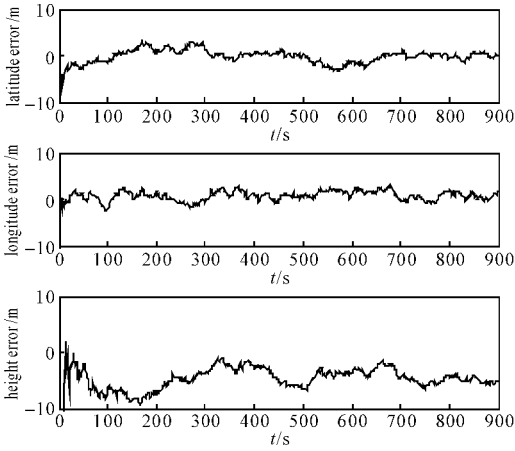


图 3 UKF 滤波法位置误差

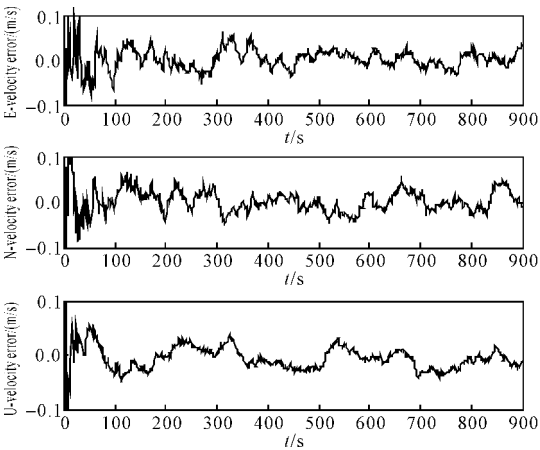


图 4 UKF 滤波法速度误差

系统具有更高的导航精度。将 UKF 应用于 INS/无源北斗组合导航系统中,能有效解决量测方程为非线性的缺点。

### 4 结 论

文中将 UKF 方法用于 INS/无源北斗组合

导航系统,针对系统量测方程的非线性问题,利用一系列近似高斯分布的采样点,通过 Unscented 变换来进行状态与误差协方差的递推与更新,在每个更新过程中,采样点随着状态方程和非线性量测方程传播,这不仅保证了状态估计的精度,而且避免了对非线性方程的线性化处理,还具有较好的鲁棒性,充分展现了 UKF 方法相对其他滤波方法的优越性。从仿真结果可以看出,由于解决了量测方程的非线性问题,从而使滤波精度得到保证,对提高 INS/无源北斗组合导航系统导航精度非常有效。

#### 参考文献:

[1] 赵丽,刘建业,林雪原.双星定位系统改进方案与仿真研究[J].中国空间科学技术,2002,24(4):18-23.

[2] 薛红印,李景森.北斗无源定位技术[J].现代防御技术,2005,33(4):39-41.

[3] 高法钦,谈展中.无源北斗/惯导组合导航算法研究[J].系统工程与电子技术,2006,28(6):903-906.

[4] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyten H F. A new approach for the nonlinear transformation of means and covariance in filters and estimators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.

[5] 王淑一,程杨,杨涤,等. UKF 方法及其在跟踪问题中的应用[J]. 飞行力学, 2003, 21(3): 59-62.

[6] 常青. 巡航导弹制导技术关键技术研究[D]. 西安:西北工业大学, 2003: 60-90.

(上接第 65 页)

#### 参考文献:

[1] 朱永松,国澄明,肖志涛.基于 TMS320C6701 DSP 的图像匹配处理机的硬件设计[J].信号处理,2002,18(5):453-455.

[2] 国澄明,李铁盘,朱永松,等.基于 TMS320C6415 的图像匹配处理机的设计与实现[J].红外与激光工程,2005,34(4):481-485.

[3] 肖志涛,国澄明,朱永松.基于 TMS320C6701 DSP 的图像匹配处理机的设计与实现[J].天津大学学报,2002,35(4):487-490.

[4] 冷何英,王敬儒,张启衡,等.基于 TMS320C6202

的实时多目标识别跟踪系统处理平台设计[J].信号处理,2002,18(2):155-158.

[5] Spantan-3 FPGA Family; Complete Data Sheet [Z]. Xilinx Inc. 2005,19/8.

[6] 徐婉莹,郑永斌,黄新生.图像匹配预处理系统中基于 FPGA 的高速图像采集和快速直方图运算[J].传感技术学报,2008,21(8):1388-1392.

[7] TMS320C6711D Floating-Point Digital Signal Processor[Z]. Texas Instruments,2006.

[8] 闫宇壮,王亦平,黄新生.基于爬山法的快速图像匹配[J].科学导报,2008,26(20):72-75.