

一类无尾式飞行器线性变参数建模*

李文强, 马建军, 李 鹏, 郑志强

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 长沙 410073)

摘 要:基于线性变参数系统的变增益控制克服了传统变增益的缺点,其关键所在就是系统非线性模型向线性变参数模型的转化;讨论了目前广泛应用的三种线性变参数建模方法,并分析了它们各自的缺点,同时,在此基础上对其中的一种方法进行改进,最后利用该方法对一类无尾式飞行器进行了线性变参数建模;仿真结果及其性能评估结论表明,改进方法较之原方法在性能评测上效果提高了十倍,同时仿真结果也显示误差在允许范围之内,得到了满意的结果。

关键词:线性变参数;变增益;建模;无尾式飞行器;非线性

中图分类号:V249 文献标志码:A

Linear Parameter Varying Modeling of the Tailless Aircraft

LI Wenqiang, MA Jianjun, LI Peng, ZHENG Zhiqiang

(College of Mechatronics Engineering and Automation, NUDT, Changsha 410073, China)

Abstract: The disadvantages of traditional gain-scheduling are overcome based on linear parameter varying (LPV) model. Translating the nonlinear model into LPV model was the key to apply gain-scheduling based on LPV. Three methods of translating nonlinear model into LPV were discussed, and their disadvantages were analyzed respectively. An improved method based on one of three methods was proposed. The proposed method was applied to the tailless aircraft. The simulation result shows the performance is improved about ten times, and the error is in the permitted bound.

Keywords: linear parameter-varying; gain schedule; modeling; tailless aircraft; nonlinear

0 引言

变增益已被许多工程实践证明为非常有效并广泛使用的一种方法,特别是在航空航天领域,传统变增益控制的设计思想是采用多个线性控制器来近似替代所要求的非线性控制器,它的局限在于控制器的参数是按开环方式改变的,没有来自闭环系统性能的反馈作用,而且缺乏稳定性的严格理论证明。

近年来,许多学者都致力于研究一种称为自增益调度的新型控制器综合方法,这种方法设计出的控制器依赖于调度变量,并且能保证一定程度的鲁棒稳定性和鲁棒性能,而且鲁棒稳定性可以从理论上证明。这就是基于线性变参数(linear parameter-varying, LPV)系统的变增益控制技术。应用 LPV 变增益控制的一个必要条

件就是将系统的非线性模型转化为 LPV 模型,因此,LPV 建模就成为了设计 LPV 变增益控制器的关键所在。然而,LPV 建模很少被当作一个单独的课题进行研究,大多数文献都是仅仅考虑 LPV 变增益控制技术的相关问题,或者在一个给定的 LPV 模型上如何应用 LPV 变增益控制技术。文中总结了目前应用较广泛的三种 LPV 建模方法,同时在其中一种方法的基础上进行了改进,并用改进方法对一类无尾式飞行器进行了 LPV 建模。

1 基于 LPV 系统的变增益控制

20 世纪 90 年代初期,Shamma 系统地研究了变增益控制技术,使其在理论上趋于成熟,并创造性地提出了 LPV 系统的概念,通过 LPV 系统进行变增益控制弥补了传统变增益的不足,基

* 收稿日期:2008-10-21

基金项目:湖南省自然科学基金(07JJ3127)资助

作者简介:李文强(1979-),男,山东德州人,博士研究生,研究方向:精确制导与控制,鲁棒控制。

于 LPV 系统的变增益控制可以从理论上证明系统的稳定性。

线性变参数(LPV)系统,描述如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) \\ y(t) &= C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $A(\cdot), B(\cdot), C(\cdot), D(\cdot)$ 是时变参数 $\rho(t)$ 的函数。LPV 系统是一个在线系统, $\rho(t)$ 事先不知道,但知道它的变化范围,其值可以通过传感器测量。如果 $\rho(t)$ 中含有系统状态变量,则此时系统称为准 LPV 系统。目前基于 LPV 系统的变增益控制已在很多领域得到应用,特别是航空航天领域^[1-2]。

基于 LPV 进行变增益控制的优点是可使变增益控制器作为一个整体进行处理,由于控制器本身为参数依赖,可以进行自增益调节,所以就没必要设计繁琐的调度计划,输出反馈控制器的形式如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= A_k(\rho)x_k + B_k(\rho)y \\ u &= C_k(\rho)x_k + D_k(\rho)y \end{aligned} \quad (2)$$

所设计的 LPV 系统的控制器是变增益参数 ρ 的连续函数,可以根据测量的 ρ 进行平滑的增益调度。

2 非线性系统 LPV 建模

非线性系统的 LPV 描述不是唯一的,而系统的 LPV 表述是变增益控制器设计性能的核心所在^[3-4]。非线性系统用 LPV 描述的目标就是最小化由于参数变化带来的影响。

目前主要有 3 种方法可将非线性模型转化为 LPV 模型,第一种方法称为雅可比线性化(Jacobian linearization)方法;第二种方法称为状态变换方法(state transformations);最后一种方法称作函数替换法(function substitution)。这三种方法的共同点就是都依赖系统的平衡点,其中前两种方法依赖于系统的多个平衡点,保守性更大些,最后一种方法只依赖于系统的一个平衡点。

假设非线性系统具有如下形式的结构:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} &= A(\rho) \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} + B(\rho)u + K(\rho) \\ y &= [z \quad \Omega]^T \end{aligned} \quad (3)$$

其中: z 是状态调度参数, w 是状态非调度参数, u 为控制输入向量, y 为测量输出。不失一般性,假设系统没有外部调节参数,即 $\rho = z$,其中 A, B, K 对于调节参量 ρ 没有限制。这种类型的非线性系统是很普遍的,许多航空航天系统通过适当的假设就可以化成这种形式。

2.1 线性化方法和状态变换方法

雅可比线性化方法是目前获取 LPV 模型最常用的方法,对非线性系统的形式没有特殊要求,得到广泛应用,其理论基础是对非线性系统应用一阶 Taylor 展开,所得结果是原非线性系统在特定平衡点周围的局部近似。这种方法的缺点主要有两点,第一,由于采用一阶 Taylor 展开而带来的舍入误差;第二,平衡点的数目和位置没有理论支持,完全凭经验。

状态变换方法通过非线性状态变量的精确变换得到系统的准 LPV 模型,此法基于非调度参数状态和控制输入的可微方程,目的在于消去不依赖调度参数的任何非线性项。这种方法局限于具有式(3)形式的非线性系统,而且要求调度参数的维数与控制输入的维数一致。经过状态变换,可以将非线性项 $K(\rho)$ 消去。这种方法的缺点是并不能保证不依赖于调度参数的稳定状态方程存在。

2.2 函数替换方法

这种方法最早出现在文献[6]中用来解决具有非线性输入的准 LPV 系统。选择一个平衡点作为基准点,将状态变量转化为如下形式(\tilde{z} 表示平衡点):

$$\eta_z = z - \tilde{z}, \eta_w = w - \tilde{w}, \eta_u = u - \tilde{u}$$

将上式代入式(3),并适当变换形式得下式:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_z + \dot{\tilde{z}} \\ \dot{\eta}_w + \dot{\tilde{w}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11}(\eta_z + \tilde{z}) & A_{12}(\eta_z + \tilde{z}) \\ A_{21}(\eta_z + \tilde{z}) & A_{22}(\eta_z + \tilde{z}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_z \\ \eta_w \end{bmatrix} + \\ &\quad \begin{bmatrix} B_1(\eta_z + \tilde{z}) \\ B_2(\eta_z + \tilde{z}) \end{bmatrix} \eta_u + F \\ F &= \begin{bmatrix} A_{11}(\eta_z + \tilde{z}) & A_{12}(\eta_z + \tilde{z}) \\ A_{21}(\eta_z + \tilde{z}) & A_{22}(\eta_z + \tilde{z}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} + \\ &\quad \begin{bmatrix} B_1(\eta_z + \tilde{z}) \\ B_2(\eta_z + \tilde{z}) \end{bmatrix} \tilde{u} + K \end{aligned} \quad (4)$$

函数替换法的目标就是将 F 分解成 η_z 的线

性形式,分解的结果形式如下式所示:

$$F = f_1(z)\eta_{z_1} + \dots + f_n(z)\eta_{z_n}$$

将上式代入到式(4)得到准 LPV 模型如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(z) + F_1(z) & A_{12}(z) \\ A_{21}(z) + F_2(z) & A_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z - \tilde{z} \\ w - \tilde{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1(z) \\ B_2(z) \end{bmatrix} [u - \tilde{u}]$$

这种方法的主要缺点是平衡基准点的选取和非线性项分解方式对结果的影响不明确。

2.3 改进函数替换方法

由上面对三种方法的介绍可以看出,三种方法共同的特点就是都依赖于系统的平衡点,其中雅可比线性化依赖于一系列根据工程经验选择的平衡点,状态变换法依赖于与调度参数无关的一条平衡轨迹,而函数替换法则依赖于一个随机的平衡点。这些平衡点对于系统的影响以及对于控制器综合的影响,目前为止还没有方法计算,同时引入了平衡点就增加了系统的误差,也增加了计算量。

针对上述由于平衡点带来的缺陷,受函数替换法的启发,对其进行改进,取消平衡点的选取,同时简化分解方程的求解,基本思想如下,对原始非线性系统进行必要的假设和变换,将其换成具有式(3)形式的结构,取分解方程如下式:

$$F_1 = K_1(z)z^{-1}, F_2 = K_2(z)z^{-1}$$

则可将式(3)化为准 LPV 形式如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(z) + F_1 & A_{12}(z) \\ A_{21}(z) + F_2 & A_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1(z) \\ B_2(z) \end{bmatrix} u$$

假如状态调度参数的维数大于 1,则式(3)非线性部分可以化为如下形式:

$$K(z) = \begin{bmatrix} K_{z_1}(z)z_1^{-1} \\ \vdots \\ K_{z_n}(z)z_n^{-1} \\ K_{w_1}(z)z_1^{-1} \\ \vdots \\ K_{w_n}(z)z_n^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_z(z) \\ F_w(z) \end{bmatrix} z$$

所以得到准 LPV 系统如下式:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(z) + F_z(z) & A_{12}(z) \\ A_{21}(z) + F_w(z) & A_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1(z) \\ B_2(z) \end{bmatrix} u$$

其中 A_{11} 、 A_{12} 、 A_{21} 、 A_{22} 为调度参数 z 的函数,它们可以根据系统非线性方程式(3)由调度参数的多

项式拟合得到,如飞行器控制中,可将气动参数拟合为调度参数马赫数和攻角的多项式,从而得到 A_{11} 、 A_{12} 、 A_{21} 、 A_{22} ,值得注意的是其中并不像函数替换法那样依赖于基准平衡点的信息。其中非线性部分的分解方程 $K(z)$ 通过与调度参数作余数的简单方法将其化为与状态变量呈线性的关系,但要注意调度参数为 0 时的奇异情况。

3 无尾式飞行器 LPV 建模

3.1 无尾式飞行器

无尾式飞行器有诸多优点,研究无尾式飞行器,特别是其控制系统具有很大的现实意义。如图 1 所示为研究的无尾式飞行器的简单示意图,这种气动外形

表 1 无尾式飞行器外形几何参数

参 数	参数值
机翼面积 /m ²	0.6
展长 /m	2.0
平均气动弦长 /m	0.311
展弦比	0.667
根梢比	2.0
后掠角(四分之一弦线)/(°)	30
翼型	NACA008

飞行器目前在无人机中得到广泛应用,是无人机发展的方向。该无尾式飞行器的外形尺寸如表 1。文中只考虑飞行器的纵向动态特性,并且假设该无尾式飞行器无动力,由载机进行高空投放。

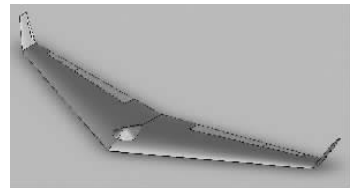


图 1 一类无尾式飞行器平面示意图

3.2 线性变参数建模

无尾式飞行器纵向动力学非线性模型如下:

$$\dot{V} = m^{-1}(F_x \cos \alpha + F_z \sin \alpha)$$

$$\dot{\alpha} = (mV)^{-1}(-F_x \sin \alpha + F_z \cos \alpha) + q$$

$$\dot{q} = M_y I_y^{-1}, \quad \dot{\theta} = q$$

其中: m 为飞行器质量, F_x 和 F_z 为体坐标系 x 轴和 z 轴向的力, I_y 为关于 y 轴的转动惯量, M_y 为俯仰力矩。

选取速度(马赫数)和攻角作为调度参数,由于气动力和气动力矩是通过马赫数和攻角查表得来的,所以这些气动力和力矩可以通过曲线拟合表示为马赫数和攻角的多项式,具体阶数可以根据精度要求来定。这样就可以将上述无尾式纵向动力学方程转化为式(3)的形式,如下式。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}} \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^{-1} \mathbf{P}_1^V(\mathbf{V}, \alpha) & m^{-1} \mathbf{P}_1^{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{V}, \alpha) & 0 & 0 \\ m^{-1} \mathbf{P}_2^V(\mathbf{V}, \alpha) & m^{-1} \mathbf{P}_2^{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{V}, \alpha) & 1 & 0 \\ \Gamma_y^{-1} \mathbf{P}_3^V(\mathbf{V}, \alpha) & \Gamma_y^{-1} \mathbf{P}_3^{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{V}, \alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\alpha} \\ \mathbf{q} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{\delta}(\mathbf{V}, \alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\delta}_e + \mathbf{K}$$

其中： $\mathbf{P}_i^V(\mathbf{V}, \alpha)$ 为气动参数的 \mathbf{V}, α 多项式拟合，例如针对于本无尾式飞行器， $\mathbf{P}_1^V(\mathbf{V}, \alpha)$ 如下式：

$$\mathbf{P}_1^V(\mathbf{V}, \alpha) = 0.98 + (4.2 \times 10^{-4})\mathbf{V} - (6.3 \times 10^{-6})\alpha - (5.3 \times 10^{-7})\mathbf{V}\alpha$$

其他参数与此类似。 \mathbf{K} 如下式，其中 C_x, C_z, C_{m0} 分别为阻力系数、升力系数、以及零升力矩。 $\mathbf{K} =$

$$\begin{bmatrix} m^{-1} \bar{q} \mathbf{S} (C_x \cos \alpha + C_z \sin \alpha) + \mathbf{g} (\sin \alpha \cos \theta - \cos \alpha \sin \theta) \\ m^{-1} \bar{q} \mathbf{S} (C_x \cos \alpha - C_z \sin \alpha) + \mathbf{g} (\sin \alpha \sin \theta + \cos \alpha \cos \theta) \mathbf{V}^{-1} \\ \Gamma_y^{-1} \bar{q} \mathbf{S} c C_{m0}(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix}$$

分别用函数替换法和改进的函数替换法对此进行 LPV 建模，选择的仿真状态为高度为 4500m，速度为 250m/s，俯仰角在 1~2s 的时间内有一个 5° 的跳变，结果如图 2 所示。从图中可以看出，改进方法比函数替换法能更好地逼近非线性结果。

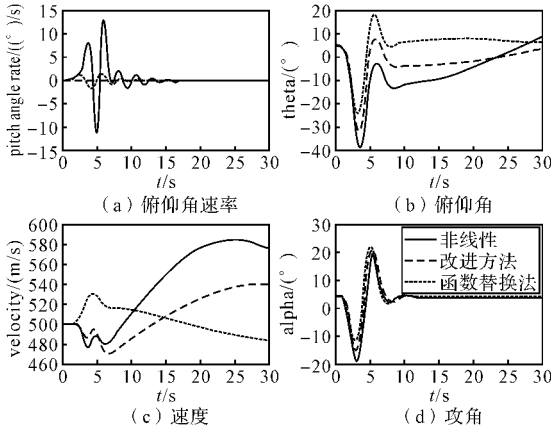


图 2 仿真结果对比

3.3 性能评测

为了比较两种方法的优劣，采用文献[5]中的性能指标形式将两种方法的结果与非线性结果进行比较。

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^{n_z} \mathbf{J}_i = \sum_{i=1}^{n_z} \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} \frac{(\mathbf{y}_i(t) - \tilde{\mathbf{y}}_i(t))^2}{S_i}$$

其中： $\mathbf{y}_i(t)$ 是非线性输出的状态变量， $\tilde{\mathbf{y}}_i(t)$ 是另外两种方法的状态变量输出， t_f 为最终仿真时间， n_z 为状态变量个数， S_i 为每个状态变量的权重系数，选择方式参见文献[5]。通过计算得到函数替换法的性能指标为 $4.3471e-02$ ，而改进后方法的性能指标为 $3.5790e-03$ ，可见改进后方法较之原方法性能提高了一个数量级。

4 结论

变增益控制是进行非线性控制的理想选择，而基于 LPV 的变增益控制可以有效地克服传统变增益控制的许多缺点，诸如耗时费力，不能从理论上证明闭环系统的稳定性等，而非线性模型向 LPV 模型的转化是基于 LPV 变增益控制的核心所在，模型转化的优劣直接影响最后的控制结果。文中分析了目前较常用的三种 LPV 建模方法，分析了这三种方法的缺点，同时在这三种方法的基础上进行了改进，最后利用改进后的方法对一类无尾式飞行器进行了 LPV 建模，从仿真结果以及性能评测结果来看，所提方法较目前方法有效性可以提高一个数量级。

参考文献：

- [1] Bei Lu, Fen Wu. Switching LPV control of a F-16 aircraft via controller state reset[J]. IEEE Trans Control System, 2006, 14(2) : 267-277
- [2] A R Mehrabian, J Roshanian. Design of gain scheduled autopilot for a highly-agile missile[C]// System and Control in Aerospace and Astronautics, 2006: 144-149.
- [3] A Marcos, G J Balas. Development of linear parameter varying models for aircraft[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27 (2): 218-228.
- [4] F Bruzelius, S Pettersson. Linear parameter-varying descriptions of nonlinear systems[C]// Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston, USA, 2004.
- [5] Shin J Y. Worst-case analysis and linear parameter-varying gain-scheduled control of aerospace systems[D]. University of Minnesota, 2000.
- [6] Tan W. Application of linear parameter-varying control theory [D]. University of California at Berkeley, 1997.