

文章编号: 1003-207(2004)01-0020-04

基于 M-SemiA.D 组合投资模型 及对上海股市实证研究

赵贞玉, 欧阳令南

(上海交通大学安泰管理学院, 上海 200030)

摘要: 马柯威茨的均值-方差(M-V)模型中以方差度量风险存在两个致命的缺陷, 为了更精确度量风险, 作者提出了半绝对离差(SemiA.D)概念, 并以此对 M-V 模型进行改进。通过对上海有代表性的 50 支股票复权价进行分析, 我们得到: 在每个期望收益率水平上, 基于 M-SemiA.D 模型的投资组合都优于 M-V 模型中的投资组合, 并且有效投资组合满足两基金分离定理。

关键词: 投资组合; 两基金分离定理; 风险弹性; 半绝对离差

中图分类号: F830.59; C934 **文献标识码:** A

1 引言

1952 年 Markowitz 提出了开创性的基于期望-方差(M-V)资产选择理论, 该理论的核心是市场上的投资者按照 M-V 标准进行投资, 通过优化得出风险资产的有效投资组合边界, 在此边界上, Tobin 证明了两基金分离定理: 有效投资组合可以通过其他两个有效投资组合进行“完全复制”。这样使得投资者通过调整投资于两家基金(假设每个基金的投资都是有效投资组合)的资金比例, 就能达到适于自己风险偏好的最佳投资效果! 若在 Markowitz 最初的风险资产选择模型中加入无风险资产, 有效投资组合边界变成了以无风险资产收益率为起点、与风险资产的有效投资组合边界相切的射线, 这条射线便是资本市场线(CML)。根据 CML 和两基金分离定理, Sharp 推导出资本资产定价模型(CAPM), 从而奠定了现代金融理论的框架。但在 Markowitz 的模型中, 以方差度量风险有重大的缺陷:

(1) 方差 $\sigma_2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - EX)^2 f(x) dx$ 其中既包含了可能遭受损失($\int_{-\infty}^{EX} (x - EX)^2 f(x) dx$) 的风险, 也包含了可能获得超额收益($\int_{EX}^{\infty} (x - EX)^2 f(x) dx$) 的机会。就是说, 方差度量的是“机遇与挑

战”的总和;

(2) 方差是二次的, 这样使得少数较大的偏差对总体方差产生过大的影响。

对于上述缺陷, Markowitz 本人也承认, 采用半方差(Semi-Var)衡量风险, 模型效果将更好。但采用半方差度量风险可有效弥补上述第一个缺陷, 第二个缺陷却仍然存在。

对于 M-V 模型中以方差度量风险的缺陷, 国内外学者纷纷对其进行改进。

1991 年 Konno 和 Yamazaki 以绝对离差(A.D)而不是方差来衡量投资组合的风险, 提出了基于期望收益-绝对离差(M-A.D)标准的资产选择模型, 对于收益率为 r (随机变量)的某证券, 该证券收益率的 A.D 定义为 $A.D = E | r - m | = \int | x - m | f(x) dx$, 其中, m 为该证券的期望收益率, $f(x)$ 为该证券收益率的概率密度函数。基于 M-A.D 模型:

目标函数: $M_{\min} E | \omega^T (\tilde{r} - r) |$

限定条件: $\begin{cases} \omega^T \mu = r \\ \omega^T l = 1 \end{cases}$

或对偶问题

目标函数: $M_{\max} \omega^T \mu$

限定条件: $\begin{cases} E | \omega^T (\tilde{r} - \mu) | = a.d \\ \omega^T l = 1 \end{cases}$

其中 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ 为投资组合中市场 n 种证券所占的资金比重向量

收稿日期: 2002-12-23; 修改日期: 2003-12-16

作者简介: 赵贞玉(1973-), 男(汉族), 安徽肥西人, 上海交通大学博士生、上海大学讲师, 研究方向: 证券投资和公司财务。

\tilde{r} 表示投资组合的收益率(随机变量)

r 表示投资组合的期望收益率

$\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)^T$ 为市场中 n 种证券的期

望收益率向量

$$l = (1, 1, \dots, 1)^T$$

若不允许卖空, 则上述模型变为

目标函数: $\text{Min} E | \omega^T (\tilde{r} - r) |$

$$\text{限定条件: } \begin{cases} \omega^T \mu = r \\ \omega^T l = 1 \\ \omega_i \geq 0, (i = 1, 2, \dots, n) \end{cases}$$

或对偶问题

目标函数: $\text{Max}_{\omega} \omega^T \mu$

$$\text{限定条件: } \begin{cases} \{ E | \omega^T (\tilde{r} - \mu) | = a. d \\ \omega^T l = 1 \\ \omega_i \geq 0, (i = 1, 2, \dots, n) \end{cases}$$

我国学者对基于 M-A. D 资产选择模型进行了研究: 卢祖帝、赵泉水(2001 年)从分位效用最优的观点出发, 得出一个基于 M-A. D 的资产选择折中方案, 该方案从效用函数的观点出发导出, 但最终结果与效用函数的取法无关; 徐绪松、陈彦斌(2002)利用模拟退火算法, 以 M-A. D 标准对上证指数进行了实证, 得出基于 M-A. D 的资产选择模型的有效投资组合边界也近似服从两基金分离定理, 在对 M-V 模型和 M-A. D 模型进行择优时提出了风险弹性的概念, 最后得出: 以 M-A. D 标准选择投资组合优于以 M-V 标准选择的投资组合的结论。

由于 M-A. D 模型中度量风险的 A. D 采用绝对值形式, 因而没有放大少数几次较大离差对投资决策的影响, 但此时的 A. D 仍然包含了“机遇与挑战”而不只是单纯的“风险”。有鉴于此, 本文以半绝对离差(SemiA. D)度量风险, 对模型再加以改进。

2 基于均值一半绝对离差(M-Semi A. D)的投资组合模型

市场有 N 种证券, 其各自的收益率是随机变量, 历史上各天的实际收益率就是各证券收益率的样本, 每支股票在 T 个交易日的收益率数据就构成了 $(R_{ij})_{N \times T}$ 的日收益率矩阵, M-SemiA. D 模型是

这样的:

$$\text{构造一个投资组合: } X = \sum_{i=1}^N \omega_i X_i$$

$$\text{则该投资组合期望收益率 } ER = \sum_{i=1}^N \omega_i ER_i, \text{ 在}$$

此, 我们用各种证券历史日收益率的均值 $R_i = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T R_{ij}$ 来无偏估计 ER_i , 这样, $ER = \sum_{i=1}^N \omega_i R_i$, 在给定的期望收益率水平 ER 上, 我们是这样计算 SemiA. D 的:

(1) 比较 $(R_{ij})_{N \times T}$ 中各元素 R_{ij} , 若 $R_{ij} > ER$, 则令 $R'_{ij} = ER$, 这样得到 $(R'_{ij})_{N \times T}$

$$(2) \text{SemiA. D} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N \omega_i \sum_{j=1}^T (R - R'_{ij})$$

基于均值一半绝对离差(M-Semi A. D)的投资组合模型如下: 目标函数: $\text{Min}_{\{\omega_i\}} (\text{SemiA. D})$

$$\text{限定条件: } \begin{cases} \sum_{i=1}^N \omega_i R_i = R \\ \sum_{i=1}^N \omega_i = 1 \\ \omega_i \geq 0, (i = 1, 2, \dots, n) \end{cases}$$

我们分析的数据是 1995 年 11 月 15 日前上市的、被选入新的上证 180 指数的 50 支股票 1995 年 11 月 24 日到 2002 年 11 月 24 日(计 1690 个交易日)的复权价, 对期望收益率水平的选是对这 50 支股票最高和最低平均日收益率 29 等分, 形成 30 个收益率水平, 并在此基础上分别对基于 M-Semi A. D 标准和 M-V 标准的模型进行对比分析。

3 分析结果

通过对样本股在样本期间的日收益率数据进行分析(日收益率 $R_{it} = \ln \frac{P_{i,t+1}}{P_{it}}$, 其中 P_{it} 表示第 i 股票第 t 期收盘价), 我们得到:

(1) 基于 M-Semi A. D 标准的投资组合在 30 个期望收益率水平上, 组合中的资金权重显著不为 0 的股票数量共有 5 支, 在 30 个期望收益率水平上总共出现过 62 次, 这 5 支股票的名称、平均日收益率及出现次数如下表:

股票名称	浦东金桥	飞乐音响	哈药集团	东方明珠	亚泰集团
平均日收益率	3.0229e-5	0.0010046	0.00089656	8.07945e-5	0.00028777
出现次数	2	4	22	7	24

被选入组合的 5 支股票在组合中的资金权重与

组合的期望收益率关系如图 1:

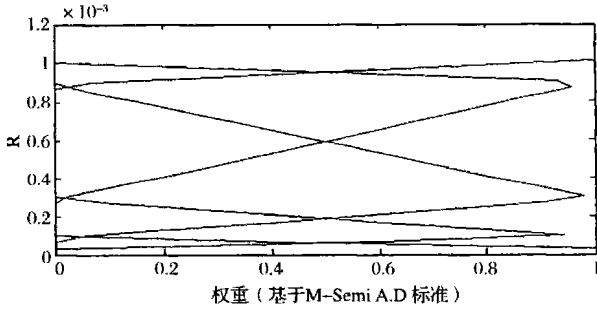


图 1

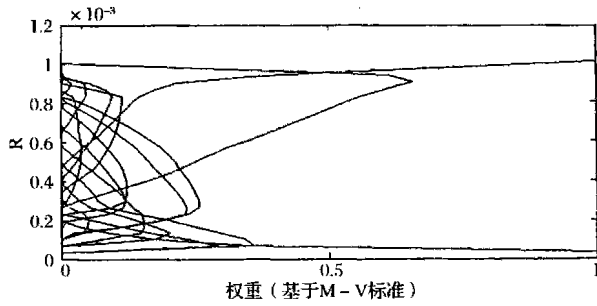


图 2

而以 M-V 为标准的模型中, 在 30 个期望日收益率水平上, 投资组合中资金权重显著异于 0 的股票数为 19 支, 其资金权重与组合的期望收益率的关系如图 2:

从图 1 不难看出, 在基于 M-Semi A.D 标准的投资组合边界上, 各证券在组合中所占的资金比例与期望收益率呈现折线或线性关系, 特别在期望收益率较高的有效投资组合边界上两基金分离定理完全成立; 从图 2 可看出, 基于 M-V 标准的投资组合边界中, 各证券在组合中所占的资金比例象一团乱线, 反而更不容易看出两基金分离定理的成立, 但在期望收益率处于较高水平的有效投资组合边界上两基金分离定理近似成立。

(2) 从相同期望收益率水平下基于两种标准得到的最优组合的标准差和半绝对离差情况来看, 各自在不同的期望收益率水平上的投资组合标准差如图 3:

从图 3 可以看到: 在相同的期望收益率水平下, 基于 M-V 最优投资组合的标准差都小于(或等于)基于 M-SemiA.D 的最优投资组合的标准差。但在期望收益率较高的有效投资组合边界上两者相差不大。

在不同期望收益率水平下基于 M-V 标准和 M-SemiA.D 标准最优组合半绝对离差如图 4:

可以看到: 在以半绝对离差度量风险的情况下, 基于 M-SemiA.D 最优投资组合比基于 M-V 最

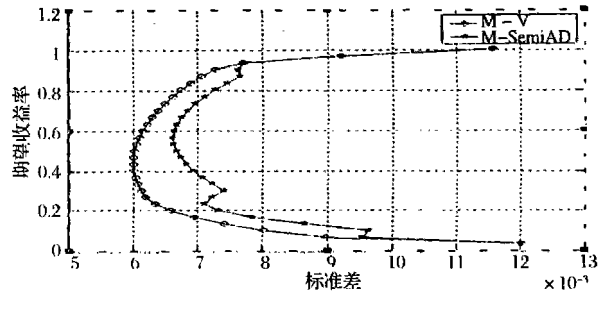


图 3

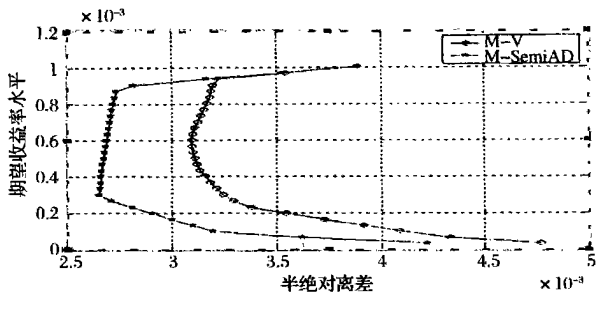


图 4

优投资组合改进了很多, 即使是在期望收益率较高的有效投资组合边界上也是如此。

毫无疑问: 若以标准差度量风险, M-A.D 模型优于 M-SemiA.D 模型; 反之, 若以半绝对离差为投资决策标准, M-SemiA.D 模型又会优于 M-A.D 模型。为了比较两模型的优劣, 我们定义一个风险弹性系数(Risk Elasticity Coefficient):

$$REC_k = \frac{\sigma_{Mk} / \sigma_{Sk}}{SemiA.D_{Sk} / SemiA.D_{Mk}} = \frac{\sigma_{Mk} \times SemiA.D_{Mk}}{\sigma_{Sk} \times SemiA.D_{Sk}}$$

其中: REC_k 为在第 k 个期望收益率水平下的风险弹性

σ_{Mk} 为在第 k 个期望收益率水平下基于 M-V 的最优投资组合的标准差

σ_{Sk} 为在第 k 个期望收益率水平下基于 M-SemiA.D 的最优投资组合的标准差

$SemiA.D_{Mk}$ 为在第 k 个期望收益率水平下基于 M-V 的最优投资组合的半绝对离差

$SemiA.D_{Sk}$ 为在第 k 个期望收益率水平下基于 M-SemiA.D 的最优投资组合半绝对离差

REC 含义是: 将在 M-V 标准下对标准差改进程度与 M-SemiA.D 标准下对半绝对离差改进程度进行比较, 判断哪个模型比另一个模型改进更多。若 $REC > 1$, M-SemiA.D 的最优投资组合优于 M-V 的最优投资组合; $REC < 1$, M-SemiA.D 的最优投

投资组合劣于 M-V 的最优投资组合。经过计算, 我们得到在各收益率水平的风险弹性系数, 如图 5 所示:

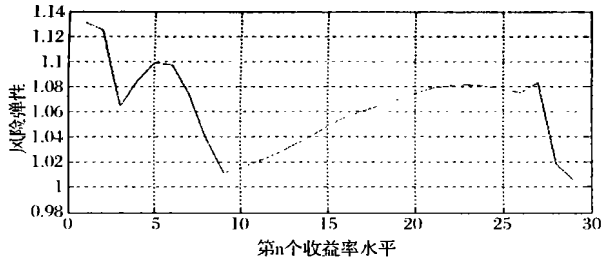


图 5

在图 5 中的 30 个收益率水平上, 有 29 个 $REC > 1$, 一个 $REC = 1$, 说明在对投资组合进行择优的标准问题上, 基于 M-SemiA. D 标准全面优于 M-V 标准, 即使在期望收益率较高的有效投资组合边界也是如此。

另外, 从图 3 还可看出: 基于 M-SemiA. D 的期望收益—标准差的可行集是个凹集, 说明在这个期望收益率水平上, 投资组合发生了质的变化。数据分析结果验证了我们的结论: 投资组合边界每凹一次意味着构成投资组合的证券结构发生变化, 期望收益率也跨过一个被选入组合的证券的平均收益率。

4 结论

由于 M-SemiA. D 资产选择模型对风险的计算采用了取绝对值的方式, 克服了以方差度量风险时出现的“偏差大, 则对总体方差影响更大”的缺陷; 同时, 在 M-SemiA. D 下所度量的风险是真正经济意义上的风险, 即“可能的损失”, 而不包含“可能的超额收益”。本文利用该模型对有代表性的 50 支股票的复权价进行的实证研究发现: 通过 M-SemiA. D

模型得到的有效投资组合完全符合两基金分离定理; 而且比较发现, M-SemiA. D 模型全面优于 M-V 资产选择模型。

参考文献:

- [1] Markowitz H.. Portfolio selection[J]. Journal of Finance, 1952, 7: 77- 91.
- [2] Sharp W.. Capital Asset Prices: a theory market equilibrium under condition of risk [J]. Journal of Finance, 1964, 19: 425- 442.
- [3] Lintner J.. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets[J]. Review of Economics and Statistica, 1965, 47: 13- 37.
- [4] Ross S.. The arbitrage theory of capital asset pricing[J]. Journal of Economic Theory, 1976, 13(3): 340- 360.
- [5] Konno H., Yamazaki H.. Mean absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market[J]. Management Science, 1991, 37: 519- 531.
- [6] 何永明, 陈文斌. 现代投资组合决策模型与风险偏好[J]. 投资研究, 1998, 6: 30- 32.
- [7] 杨昭军, 李致中. 有交易成本的投资组合策略[J]. 数学理论与应用, 1999, 3: 100- 103.
- [8] 卢祖帝, 赵泉水. 上海股票市场的投资组合分析: 基于均值—绝对偏差的折中方法[J]. 管理科学学报, 2001, 2: 12- 23.
- [9] 徐绪松, 陈彦斌. 平均差证券组合投资模型及其模拟推火算法[J]. 管理科学学报, 2002, 6: 79- 84.
- [10] 樊智, 张世英. 金融波动性及实证研究[J]. 中国管理科学, 2002, 10(6): 27- 30.
- [11] 封建强, 王福新. 中国股市收益率分布函数研究[J]. 中国管理科学, 2003, 11(1): 14- 21.
- [12] 何建敏, 朱林, 常松. 中国股票市场价格波动的尺度特征[J]. 中国管理科学, 2003, 11(1): 1- 5.

The Portfolio Model Based on M-SemiA. D and the Empirical Research on Shanghai Stock Market

ZHAO Zhen-yu, OUYANG Ling-nan

(Management School, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: There are two fatal flaws to measure the exposure with variance in Markowitz's M-V Model. In order to measure the exposure in a more accurate way, the author brings forward the concept of SemiA. D, and makes improvement to the M-V Model with it. After analyzing the recovered prices of 50 typical stocks in Shanghai Securities Exchange, we conclude that on every expected rate of return, the portfolios based on M-SemiA. D Model are unexceptionally superior to those based on M-V Model, and the effective portfolio satisfies the "Two Funds Separation Theorem".

Key words: portfolio; two funds separation theorem; elasticity of risks; semi average deviation(semiA. D)