

多联装串联发射武器振动特性研究^{*}

于海龙¹, 芮筱亭¹, 王刚², 刘志军¹

(1 南京理工大学发射动力学研究所,南京 210094; 2 中国华阴兵器试验中心,陕西华阴 714200)

摘要: 振动特性是影响多联装串联发射武器射击精度的重要因素之一。文中应用多体系统传递矩阵法,建立了多联装串联发射武器发射动力学模型和各部件传递方程、传递矩阵、系统的总传递方程、总传递矩阵、系统特征方程。编制了多联装串联发射武器振动特性仿真程序,仿真获得了多联装串联发射武器的固有频率和振型,建立了多联装串联发射武器系统结构参数和振动特性间的定量关系,为多联装串联发射武器发射动力学研究和射击精度提高奠定了基础。

关键词: 振动特性; 射击精度; 弹药串联发射; 多刚柔体系统; 传递矩阵法; 定量关系

中图分类号:TJ30 文献标志码:A

The Study on Vibration Characteristic for Multiple Tandem Weapon

YU Hailong¹, RUI Xiaoting¹, WANG Gang², LIU Zhijun¹

(1 Institute of Launch Dynamics, NUST, Nanjing 210094, China;

2 Huayin Ordnance Test Centre of China, Shaanxi Huayin 714200, China)

Abstract: Vibration characteristic is one of important factors influencing firing precision of multiple tandem weapons. In the paper, launch dynamics model, transfer equation and transfer matrix of components, overall transfer equation and overall transfer matrix of system for multiple tandem weapons were established by using transfer matrix method of multi-body system. Simulation code of vibration characteristics for multiple tandem weapon was written, vibration frequency and vibration shape were obtained. Quantificational relation between vibration characteristic and construction parameters was established, which could provide theoretical base for study on launch dynamics and improvement of firing precision.

Keywords: vibration characteristic; firing precision; ammunition tandem fired; multi-rigid-flexible-body system; transfer matrix method; quantificational relation

0 引言

多联装串联发射武器(采用弹药串联装填方式)是一种具有超高射频的新概念武器^[1-3]。多联装串联发射武器的多管齐射以及弹丸间的相互作用均可能导致系统振动增大,影响其动态性能。要保证该武器具有良好的动态性能,就必须准确计算振动特性,建立其总体参数与振动特性间的定量关系,以便于改变其系统参数来改变其频率分布,从而使其振频与射频相匹配,达到减小振动、提高射击精度的目的。同时,振动特性的准确计算是武器动力响应精确分析的基础。多联装串联发射武器射击方式多样,射频可调,振动特性计算量很大。

通常动力学方法计算多联装串联发射武器多刚

柔体系统振动特性不仅涉及的矩阵阶次高,计算量大,而且计算中难以避免地出现病态,导致计算失败。

文中应用多体系统传递矩阵法^[4-5]计算多联装串联发射武器多刚柔体系统振动特性,由于多体系统传递矩阵法无需建立系统的总体动力学方程,涉及的系统矩阵阶次不取决于系统的自由度数,矩阵阶次低,计算量小,避免了计算“病态”。

1 多联装串联发射武器动力学模型

某四管多联装串联发射武器主要包括:4根身管,4根身管加固结构、炮尾,反后坐装置,摇架,高低机,方向机,上架,下架,大架,车轮等。每根身管中依次串联装填5发弹丸,每发弹丸间用发射装药隔开,每根身管装填弹丸部分包含在炮尾里,与炮尾固结。

* 收稿日期:2010-05-28

基金项目:国防重点预研基金;中国博士后基金资助

作者简介:于海龙(1977—),男,黑龙江望奎人,博士,研究方向:发射动力学。

炮尾与摇架通过反后坐装置弹性连接。按照多联装串联发射武器的组成,可将其划分为几个部件,车轮、大架、下架、除去起落部分的回转部分(仍称为回转部分),除去后坐部分的起落部分(仍称为起落部分),炮尾,身管,身管加固结构。发射动力学模型见图 1。

根据多联装串联发射武器各个部件的自然属性,将它们分别视为刚体、弹性梁、扭簧、弹簧等力学元件,并依次编号。这些元件可分为“体”和“铰”两大类,“体”指刚体、弹性梁等,而“铰”泛指任何“体”与“体”之间的线位移、角位移、力、力矩等联接关系,包括光滑铰、弹性铰、滑移角、阻尼器等。

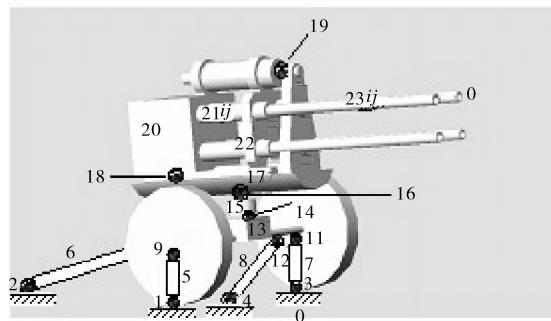


图 1 多联装串联发射武器发射动力学模型

按照体和铰统一编号原则^[4-5],地面为固定边界,编号为 0;2 个车轮、2 个大架视为刚体,编号为 5、6、7、8;车轮、大架与地面的弹性效应用空间弹簧、扭簧及与之并联的阻尼器来等效,编号为 1、2、3、4;下架视为 4 端输入 1 端输出刚体,编号 13;下架与车轮、大架间的效应用空间弹簧和扭簧及与之并联的阻尼器来等效,编号为 9、10、11、12;回转部分视为 1 端输入 1 端输出刚体,编号为 15,回转部分与下架间的效应用空间弹簧和扭簧及与之并联的阻尼器来等效,编号为 14;起落部分为 1 端输入 2 端输出刚体,编号为 17;回转部分与起落部分的效应用空间弹簧和扭簧及与之并联的阻尼器来等效,编号为 16;炮尾视为 2 端输入 4 端输出刚体,编号为 20;炮尾与起落部分间的效应用空间弹簧和扭簧及与之并联的阻尼器来等效,编号为 18、19;炮尾与四根身管固接,4 根身管按照其直径,分为两段,视为空间横向振动弹性梁,从左至右分别编号为 21ij、23ij ($j = 1, 2, 3, 4$ 表示每根身管序号, $i = 1, 2, 3, 4, 5$ 表示每根身管中的弹序);身管 21ij 部分与身管 23ij 部分间的加固结构,视为 4 端输入 4 端输出刚体,编号为 22;炮口为自由端,编号为 0。故建立的多联装串联发射武器动力学模型为:在地面支撑、火药气体作用下的弹炮作用相互耦合的由 9 个刚体、8 个弹性体铰接而成的多刚柔体系统。

2 系统状态矢量

状态矢量是由描述系统各节点状态的位移、转角、内力矩和内力组成的列阵^[4-5]。针对多联装串联发射武器发射动力学模型并注意到符号约定^[4-5],定义多联装串联发射武器各联接点的状态矢量如下:

$$\mathbf{Z}_{0,1-4} = [X_{0,1}, Y_{0,1}, Z_{0,1}, \Theta_{x0,1}, \Theta_{y0,1}, \Theta_{z0,1}, M_{x0,1}, \\ M_{y0,1}, M_{z0,1}, Q_{x0,1}, Q_{y0,1}, Q_{z0,1}, \dots, Q_{x0,4}, \\ Q_{y0,4}, Q_{z0,4}]^T \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_{5-8,1-4} = [X_{5,1}, Y_{5,1}, Z_{5,1}, \Theta_{x5,1}, \Theta_{y5,1}, \Theta_{z5,1}, M_{x5,1}, \\ M_{y5,1}, M_{z5,1}, Q_{x5,1}, Q_{y5,1}, Q_{z5,1}, \dots, Q_{x8,4}, \\ Q_{y8,4}, Q_{z8,4}]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{Z}_{5-8,9-12} = [X_{5,9}, Y_{5,9}, Z_{5,9}, \Theta_{x5,9}, \Theta_{y5,9}, \Theta_{z5,9}, M_{x5,9}, \\ M_{y5,9}, M_{z5,9}, Q_{x5,9}, Q_{y5,9}, Q_{z5,9}, \dots, \\ Q_{x8,12}, Q_{y8,12}, Q_{z8,12}]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{Z}_{13,9-12} = [X_{13,9}, Y_{13,9}, Z_{13,9}, \Theta_{x13,9}, \Theta_{y13,9}, \Theta_{z13,9}, \\ M_{x13,9}, M_{y13,9}, M_{z13,9}, Q_{x13,9}, Q_{y13,9}, \\ Q_{z13,9}, \dots, M_{x13,12}, M_{y13,12}, M_{z13,12}, Q_{x13,12}, \\ Q_{y13,12}, Q_{z13,12}]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{Z}_{13,14} = [X, Y, Z, \Theta_x, \Theta_y, \Theta_z, M_x, M_y, \\ M_z, Q_x, Q_y, Q_z]_{13,14}^T \quad (5)$$

$$\mathbf{Z}_{17,18-19} = [X_{17,18}, Y_{17,18}, Z_{17,18}, \Theta_{x17,18}, \Theta_{y17,18}, \Theta_{z17,18}, \\ M_{x17,18}, M_{y17,18}, M_{z17,18}, Q_{x17,18}, Q_{y17,18}, \\ Q_{z17,18}, M_{x17,19}, M_{y17,19}, M_{z17,19}, Q_{x17,19}, \\ Q_{y17,19}, Q_{z17,19}]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{Z}_{20,21i} = [X_{20,21i}, Y_{20,21i}, Z_{20,21i}, \Theta_{x20,21i}, \Theta_{y20,21i}, \\ \Theta_{z20,21i}, M_{x20,21i}, M_{y20,21i}, M_{z20,21i}, Q_{x20,21i}, \\ Q_{y20,21i}, Q_{z20,21i}, \dots, M_{x20,21i}, M_{y20,21i}, \\ M_{z20,21i}, Q_{x20,21i}, Q_{y20,21i}, Q_{z20,21i}]^T \quad (7)$$

$\mathbf{Z}_{15,14}$ 、 $\mathbf{Z}_{15,16}$ 、 $\mathbf{Z}_{17,16}$ 、 $\mathbf{Z}_{20,21i}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,21i}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,23i}$ 、 $\mathbf{Z}_{23ij,0}$ ($j = 1, 2, 3, 4$) 与 $\mathbf{Z}_{13,14}$ 定义类似, $\mathbf{Z}_{20,18-19}$ 与 $\mathbf{Z}_{17,18-19}$ 定义类似, $\mathbf{Z}_{22,21i}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,23i}$ 与 $\mathbf{Z}_{20,21i}$ 定义类似。 $\mathbf{Z}_{0,1-4}$ 、 $\mathbf{Z}_{5-8,1-4}$ 、 $\mathbf{Z}_{5-8,9-12}$ 、 $\mathbf{Z}_{13,9-12}$ 、 $\mathbf{Z}_{13,14}$ 、 $\mathbf{Z}_{15,14}$ 、 $\mathbf{Z}_{15,16}$ 、 $\mathbf{Z}_{17,16}$ 、 $\mathbf{Z}_{15',14}$ 、 $\mathbf{Z}_{17',16}$ 、 $\mathbf{Z}_{17,18-19}$ 、 $\mathbf{Z}_{20,18-19}$ 、 $\mathbf{Z}_{20,21i}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,21i}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,23i}$ 、 $\mathbf{Z}_{20,21ij}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,21ij}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,23i}$ 、 $\mathbf{Z}_{20,21ij}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,21ij}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,23ij}$ 、 $\mathbf{Z}_{23ij,0}$ 分别为地面与铰 1、2、3、4, 铰 1、2、3、4 与刚体 5、6、7、8, 刚体 5、6、7、8 与铰 9、10、11、12, 铰 9、10、11、12 与刚体 13, 刚体 13 与铰 14, 铰 14 与刚体 15, 刚体 15 与铰 16, 铰 16 与刚体 17, 刚体 17 与铰 18、19, 铰 18、19 与刚体 20, 刚体 20 与梁 21ij ($j = 1, 4$), 梁 21ij ($j = 1, 4$) 与刚体 22, 刚体

体 22 与梁 23ij ($j = 1, 4$) , 刚体 20 与梁 20ij ($j = 1, 4$) , 梁 21ij ($j = 1, 4$) 与刚体 22, 刚体 22 与梁 23ij ($j = 1, 4$) , 梁 23i ($j = 1, 4$) 与炮口间的联接点状态矢量。

3 各部件传递方程和传递矩阵

1) 地面至轮胎、大架的传递方程和矩阵

地面至轮胎、大架的传递方程为:

$$\mathbf{Z}_{5-8,1-4} = \mathbf{U}_{1-4} \mathbf{Z}_{0,1-4} \quad (8)$$

地面至轮胎、大架的传递矩阵 \mathbf{U}_{1-4} 为:

$$\mathbf{U}_{1-4} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{11} & & & \\ & \mathbf{U}_{22} & \mathbf{O} & \\ & \mathbf{O} & \mathbf{U}_{33} & \\ & & & \mathbf{U}_{44} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{U}_{ii} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{U}_{14} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{U}_{23} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (10)$$

\mathbf{U}_{ii} 中 \mathbf{U}_{14} 、 \mathbf{U}_{23} 的具体形式为:

$$\mathbf{U}_{14} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{K_{xi}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{K_{yi}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{K_{zi}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_{ii} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \tilde{\mathbf{l}}_{(i+4,i)(i+4,i+8)}^T & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ m_{i+4}\omega^2 \tilde{\mathbf{l}}_{C_{i+4}(i+4,i+8)} & \omega^2(-\mathbf{J}_{(i+4,i)} + m_{i+4} \tilde{\mathbf{l}}_{(i+4,i)(i+4,i+8)} \tilde{\mathbf{l}}_{(i+4,i)C_{i+4}}^T) & \mathbf{I}_3 & \tilde{\mathbf{l}}_{(i+4,i)(i+4,i+8)} \\ m_{i+4}\omega^2 \mathbf{I}_3 & m_{i+4}\omega^2 \tilde{\mathbf{l}}_{(i+4,i)C_{i+4}}^T & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, $i = 1, \dots, 4$, $(i+4, i)$ 为输入端, $(i+4, i+8)$ 为输出端, C_{i+4} 为体 $i+4$ 的质心, 在以输入端 $(i+4, i)$ 为原点的连体坐标系中, $\mathbf{J}_{(i+4,i)}$ 为体 $i+4$ 相对输入端 $(i+4, i)$ 的惯量矩阵, $\tilde{\mathbf{l}}_{(i+4,i)(i+4,i+8)}$ 为输出端相对于输入端矢径的叉乘矩阵, $\tilde{\mathbf{l}}_{(i+4,i)C_{i+4}}$ 为质心相对于输入端矢径的叉乘矩阵, $\tilde{\mathbf{l}}_{C_{i+4}(i+4,i+8)}$ 为输出端相对于质心矢径的叉乘矩阵, m_{i+4} 为刚体质量, ω 为系统频率。

3) 轮胎(轴)至下架的传递方程和传递矩阵

轮胎(轴)、大架至下架的传递方程为:

$$\mathbf{U}_{23} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_{xi}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{K'_{yi}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{K'_{zi}} \end{bmatrix} \quad (i = 1, \dots, 4)$$

式中 K_{xi} 、 K_{yi} 、 K_{zi} 、 K'_{xi} 、 K'_{yi} 、 K'_{zi} 分别为铰 1、2、3、4 的等价弹簧刚度和扭簧刚度, 文中单位矩阵用 \mathbf{I}_m 表示, 零矩阵用 $\mathbf{O}_{m \times n}$, 下标为矩阵阶次。

2) 轮胎(轴)、大架传递方程和传递矩阵

二个轮胎(轴)、二个大架分别为一端输入一端输出刚体, 由刚体的传递方程可得轮胎(轴)、大架的传递方程为:

$$\mathbf{Z}_{5-8,9-12} = \mathbf{U}_{5-8} \mathbf{Z}_{5-8,1-4} \quad (11)$$

轮胎(轴)、大架的传递矩阵 \mathbf{U}_{5-8} 为:

$$\mathbf{U}_{5-8} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{11} & & & \\ & \mathbf{U}_{22} & \mathbf{O} & \\ & \mathbf{O} & \mathbf{U}_{33} & \\ & & & \mathbf{U}_{44} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{Z}_{13,9-12} = \mathbf{U}_{9-12} \mathbf{Z}_{5-8,9-12} \quad (14)$$

$$\mathbf{U}_{9-12}^{(1)} \mathbf{Z}_{13,9-12} = \mathbf{U}_{9-12}^{(2)} \mathbf{Z}_{5-8,9-12} \quad (15)$$

限于篇幅, \mathbf{U}_{9-12} 、 $\mathbf{U}_{9-12}^{(1)}$ 、 $\mathbf{U}_{9-12}^{(2)}$ 的具体形式不再给出, 其推导可参见文献[6]。

4) 下架的传递方程和传递矩阵

下架为四端输入一端输出刚体, 由四端输入一端输出刚体传递方程可得下架传递方程:

$$\mathbf{Z}_{13,14} = \mathbf{U}_{13} \mathbf{Z}_{13,9-12} \quad (16)$$

下架传递矩阵 \mathbf{U}_{13} 具体形式不再给出, 其推导可参见文献[6]。

5)下架到回转部分的传递方程和矩阵

下架到回转部分传递方程为:

$$\mathbf{Z}_{15',14} = \mathbf{U}_{14} \mathbf{Z}_{13,14} \quad (17)$$

下架到回转部分传递矩阵 \mathbf{U}_{14} 具体形式不再给出,其推导可参见文献[6]。

6)回转部分的传递方程和传递矩阵

回转部分为一端输入一端输出刚体,其传递方程为:

$$\mathbf{Z}_{15,16} = \mathbf{U}_{15} \mathbf{Z}_{15,14} \quad (18)$$

下架到回转部分传递矩阵 \mathbf{U}_{15} 具体形式不再给出,其推导可参见文献[6]。

7)回转部分到起落部分传递方程和矩阵

回转部分到起落部分的传递方程为:

$$\mathbf{Z}_{17',16} = \mathbf{U}_{16} \mathbf{Z}_{15,16} \quad (19)$$

式中,回转部分到起落部分的传递 \mathbf{U}_{16} 的形式与 \mathbf{U}_{14} 类似,只是式中的 $K_{x14}, K_{y14}, K_{z14}, K'_{x14}, K'_{y14}, K'_{z14}$ 相应变为铰 16 的等价弹簧和扭簧刚度。

8)起落部分的传递方程和传递矩阵

起落部分为一端输入二端输出刚体,其传递方程为:

$$\mathbf{Z}_{17,16} = \mathbf{U}_{17} \mathbf{Z}_{17,18-19} \quad (20)$$

起落部分的传递矩阵 \mathbf{U}_{17} 具体形式不再给出,其推导可参见文献[6]。

9)起落部分到炮尾传递方程和传递矩阵

起落部分到炮尾的传递方程为:

$$\mathbf{Z}_{20,18-19} = \mathbf{U}_{18-19} \mathbf{Z}_{17,18-19} \quad (21)$$

$$\mathbf{U}_{18-19}^{(1)} \mathbf{Z}_{20,18-19} = \mathbf{U}_{18-19}^{(2)} \mathbf{Z}_{17,18-19} \quad (22)$$

\mathbf{U}_{18-19} 、 $\mathbf{U}_{18-19}^{(1)}$ 、 $\mathbf{U}_{18-19}^{(2)}$ 的具体形式不再给出,其推导可参见文献[6]。

10)方向角 α 、射角 θ 对应的坐标变换矩阵

$\mathbf{Z}_{15,14}$ 与 $\mathbf{Z}_{15',14}$ 之间的变换关系为:

$$\mathbf{Z}_{15,14} = \mathbf{H}_a \mathbf{Z}_{15',14} \quad (23)$$

$\mathbf{Z}_{17,16}$ 与 $\mathbf{Z}_{17',16}$ 之间的变换关系为:

$$\mathbf{Z}_{17,16} = \mathbf{H}_\theta \mathbf{Z}_{17',16} \quad (24)$$

\mathbf{H}_a 、 \mathbf{H}_θ 具体形式不再给出,推导可见文献[6]。

11)炮尾的传递方程和传递矩阵

炮尾为两端输入四端输出刚体,其传递方程为:

$$\mathbf{U}_{20-21i} \mathbf{Z}_{20,21i} = \mathbf{U}_{20} \mathbf{Z}_{20,18-19} \quad (25)$$

\mathbf{U}_{20} 、 \mathbf{U}_{20-21i} 具体形式不再给出,推导可见文献[6]。

12)身管 21 ij 部分的传递方程和传递矩阵

四根身管 21 ij 部分为横向振动梁,传递方程为:

$$\mathbf{Z}_{22,21ij} = \mathbf{U}_{21ij} \mathbf{Z}_{20,21ij} \quad j = 1, \dots, 4 \quad (26)$$

传递矩阵 \mathbf{U}_{21ij} 具体形式不再给出,推导可见文献[6]。

13)身管 23 ij 部分的传递方程和传递矩阵

四根身管 23 ij 部分为横向振动梁,传递方程为:

$$\mathbf{Z}_{23ij,0} = \mathbf{U}_{23ij} \mathbf{Z}_{22,23ij} \quad j = 1, \dots, 4 \quad (27)$$

传递矩阵 \mathbf{U}_{23ij} 具体形式与 \mathbf{U}_{21ij} 形式类似,不再给出,推导可见文献[6]。

14)身管 21 ij 部分与身管 23 ij 部分间加固结构的传递方程和传递矩阵

身管 21 ij 部分与身管 23 ij 部分间加固结构为四端输入四端输出刚体,其传递方程为:

$$\mathbf{U}_{22-23i} \mathbf{Z}_{22,23i} = \mathbf{U}_{22-21i} \mathbf{Z}_{22,21i} \quad (28)$$

传递矩阵 \mathbf{U}_{22-21i} 、 \mathbf{U}_{22-23i} 具体形式不再给出,推导可见文献[6]。

15) $\mathbf{Z}_{20,21j}$ 和 $\mathbf{Z}_{20,21i}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,21j}$ 和 $\mathbf{Z}_{22,21i}$ 、 $\mathbf{Z}_{22,23j}$ 和 $\mathbf{Z}_{22,23i}$ 间的关系

根据 $\mathbf{Z}_{20,21j}$ 和 $\mathbf{Z}_{20,21i}$ 的定义,有如下关系:

$$\mathbf{Z}_{20,21j} = \mathbf{H}_{20,21i}^{(j)} \mathbf{Z}_{20,21i} \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (29)$$

根据 $\mathbf{Z}_{22,21j}$ 和 $\mathbf{Z}_{22,21i}$ 的定义,有如下关系:

$$\mathbf{Z}_{22,21j} = \mathbf{H}_{22,21i}^{(j)} \mathbf{Z}_{22,21i} \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (30)$$

根据 $\mathbf{Z}_{22,23j}$ 和 $\mathbf{Z}_{22,23i}$ 的定义,有如下关系:

$$\mathbf{Z}_{22,23j} = \mathbf{H}_{22,23i}^{(j)} \mathbf{Z}_{22,23i} \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (31)$$

限于篇幅,矩阵 $\mathbf{H}_{20,21i}^{(j)}$ 、 $\mathbf{H}_{22,21i}^{(j)}$ 、 $\mathbf{H}_{22,23i}^{(j)}$ 的具体形式不再给出。

4 系统总传递矩阵

根据式(8)、式(11)、式(14)、式(16)、式(17)~式(20)、式(23)和式(24)可得:

$$\mathbf{U}_{0-16} \mathbf{Z}_{0,1-4} - \mathbf{U}_{17} \mathbf{Z}_{17,18-19} = \mathbf{O}_{12 \times 1} \quad (32)$$

式中: $\mathbf{U}_{0-16} = \mathbf{H}_\theta \mathbf{U}_{16} \mathbf{U}_{15} \mathbf{H}_a \mathbf{U}_{14} \mathbf{U}_{13} \mathbf{U}_{9-12} \mathbf{U}_{5-8} \mathbf{U}_{1-4}$

根据式(8)、式(11)、式(14)和式(15)可得:

$$\mathbf{U}_{1-12} \mathbf{Z}_{0,1-4} = \mathbf{O}_{18 \times 1} \quad (33)$$

式中:

$$\mathbf{U}_{1-12} = (\mathbf{U}_{9-12}^{(1)} \mathbf{U}_{9-12} \mathbf{U}_{5-8} \mathbf{U}_{1-4} - \mathbf{U}_{9-12}^{(2)} \mathbf{U}_{5-8} \mathbf{U}_{1-4}) \quad (34)$$

根据式(21)和式(22)可得:

$$(\mathbf{U}_{18-19}^{(1)} \mathbf{Z}_{18-19} - \mathbf{U}_{18-19}^{(2)}) \mathbf{Z}_{17,18-19} = \mathbf{O}_{6 \times 1} \quad (34)$$

根据式(21)和式(25)可得:

$$\mathbf{U}_{20-21i} \mathbf{Z}_{20,21i} - \mathbf{U}_{20} \mathbf{Z}_{20,18-19} = \mathbf{O}_{12 \times 1} \quad (35)$$

根据式(26)、式(27)、式(29)、式(30)和式(31)可得: