

战术弹道导弹弹道仿真建模技术研究^{*}

李 毅, 刘 晶, 邵锡军

(南京电子技术研究所, 南京 210039)

摘要:在弹道导弹防御系统仿真中,需对战术弹道导弹的弹道进行仿真。一般而言,近程弹道导弹为抛物线型弹道,中远程弹道导弹为椭圆型弹道。依据上述两种弹道不同的特点,文中对这两种弹道分三段(助推段、自由飞段、再入段)建立了不同的仿真模型。该模型为反导体系的仿真提供了一个较为理想的作战对象,提高了仿真结果的可信度。

关键词:战术弹道导弹; 弹道模型; 弹道仿真

中图分类号:TJ013 文献标志码:A

Research on Modeling Technology for Tactical Ballistic Missile Trajectory Simulation

LI Yi, LIU Jing, SHAO Xijun

(Nanjing Institute of Electronic Technology, Nanjing 210039, China)

Abstract: In the simulation of the ballistic missile defence system, the trajectory of tactical ballistic missile needs to be simulated. Generally, the trajectory of short range ballistic missile can be considered as parabola, while the trajectory of long range ballistic missile can be considered as ellipse. According to the deferent characteristics of those two types trajectories, deferent simulation models were built, each had three distinctive phases (boost phase, ballistic phase, reentry phase). This model can provide a better operational object in the distributed simulation system of missile conflict, and enhance the creditability of the simulation result.

Keywords: tactical ballistic missile(TBM); ballistic trajectory model; ballistic simulation

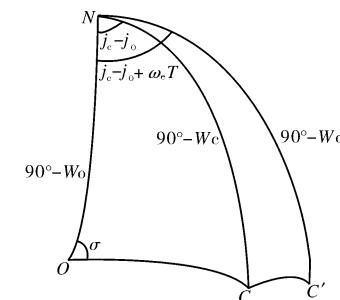
0 引言

现代高技术战争已逐步演变为作战体系的对抗,作为战区级火力打击的主要手段,战术弹道导弹可以用来攻击敌方战役战术纵深内的重要目标,是现代防御体系需要重点防范的一类目标。为了建立一个比较完善的弹道导弹防御系统,必须对所需拦截的战术弹道导弹在各种情况下的弹道进行仿真分析和研究。

一般而言,除了再入机动弹道导弹,通常射程在1000km以下的近程弹道导弹,由于重力加速度g的作用相对明显,其弹道可近似的看成抛物线,而射程在1000km以上的战术弹道导弹(以下简称TBM),可忽略其轨道摄动,将其弹道看作是绕地球质点的二体椭圆轨道运动。根据上述特性,文中对TBM分射程进行了弹道建模研究,给出了针对这两种弹道的模型算法。

1 射程及方位角计算

TBM的射程是指TBM从发射点到预计落点的距离,即通过2点的地球大圆弧长度,飞行方位角是指TBM飞行弹道在地面上的投影与地球经线的夹角。假设地球为球体,发射点O的经度 j_o 、纬度 w_o ,预计落点C的经度 j_c 、纬度 w_c 。图1 考虑地球旋转的方位角考虑地球旋转,设TBM飞行轨迹在一个平面内,其总飞行时间为T,解如图1所示球面三角形,得到发、落点对于地心的夹角:



$$\begin{aligned} \epsilon &= \arccos[\sin w_o \times \sin w_c + \cos w_o \times \\ &\quad \cos w_c \times \cos |j_c - j_o + \omega_e T|] \end{aligned} \quad (1)$$

飞行方位角:

* 收稿日期:2010-06-10

作者简介:李毅(1974—),女,辽宁营口人,高级工程师,硕士,研究方向:飞行器控制、制导与仿真。

$$\sigma = \arcsin \left[\frac{\cos \omega_e \times \sin |j_c - j_o + \omega_e T|}{\sin \epsilon} \right] \quad (2)$$

其中, ω_e 为地球自转速度, 则 TBM 射程 $L = R \times \beta$, R 为地球等效半径。对于近程 TBM, 不需考虑地球旋转, 去除上述公式中 ω_e 项。

2 近程弹道导弹弹道建模

为建立近程弹道导弹弹道模型, 需引入发射坐标系 $oxyz$, 其坐标原点 o 在发射点, ox 轴在发射点水平面内, 指向预计落点方向; oy 轴沿发射点重垂线向上, $oxyz$ 为直角坐标系。为分析问题简便起见, 假设大气层内 TBM 始终在弹道垂面内飞行, 且攻角为零, 导弹仅受重力及空气阻力作用, 不受转动力矩的作用。弹道方程解算后, 可通过坐标转换, 将 TBM 在发射系下的坐标转换到大地坐标系。

2.1 关机点参数的确定

弹道导弹是一种弹道式控制飞行器, 它在助推段利用其发动机动力, 沿着制导弹道进行飞行。当导弹达到一定速度后, 发动机关机, TBM 沿着只受地球引力作用的弹道, 依靠在助推段获得的能量, 作自由飞行段惯性飞行。进入再入段以后, 由于 TBM 的飞行速度很快, 导弹飞行弹道的曲率很小, 可近似为直线飞行。由以上飞行过程可知, TBM 主要是通过控制关机点

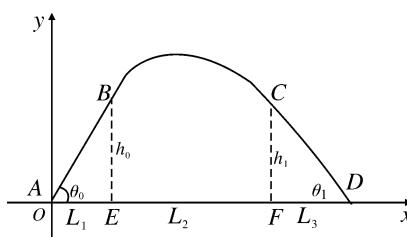


图 2 弹道垂面内 TBM 简化弹道图

的参数(导弹飞行速度、弹道倾角等), 以达到攻击不同射程地面目标的目的。为计算关机点参数, 在弹道垂面内对 TBM 的弹道进行简化, 如图 3 所示。图中, A 为发射点, B 为关机点, C 为再入点, D 为落地点。由于 TBM 垂直发射段时间较短, 故其垂直发射段弹道可忽略不计, 将其助推段弹道近似为直线 AB , 则 AB 与横轴的夹角 θ_0 等于关机点弹道倾角, h_0 为关机点飞行高度, BC 为自由飞行段抛物线弹道, 直线 CD 为再入段弹道, θ_1 为再入角, h_1 为再入点高度。

取各种射程下, TBM 的关机高度 h_0 、关机时间 t_0 、关机点弹道倾角 θ_0 、再入角 θ_1 的典型值, 再入高度 h_1 可取为 80km, 则通过计算可得到 TBM 在关机点的飞行速度 v_0 。

由助推段弹道投影长度 $L_1 = \frac{h_0}{\tan \theta_0}$, 再入段弹道

投影长度 $L_3 = \frac{h_1}{\tan \theta_1}$, 可得到自由飞段弹道投影长度:

$$L_2 = L - L_1 - L_3 \quad (3)$$

由于自由飞段弹道为抛物线, 则可得出自由飞段结束时, TBM 弹道倾角即再入角的正切值:

$$\tan \theta_1 = \frac{v_0 \times \sin \theta_0 - g t_{\text{总}}}{v_0 \times \cos \theta_0} \quad (4)$$

自由飞段弹道长度:

$$L_2 = v_0 \times \cos \theta_0 \times t_{\text{总}} \quad (5)$$

其中, $t_{\text{总}}$ 为弹头在自由飞段的总飞行时间。联立方程(3)、(4)、(5), 可推算出关机点速度:

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \times (L - L_1 - L_3)}{\cos \theta_0 \times (\sin \theta_0 - \cos \theta_0 \times \tan \theta_1)}} \quad (6)$$

其中 g 为重力加速度, 射程 L 、 L_1 、 L_2 已计算得到, θ_0 、 θ_1 为典型值。

2.2 助推段弹道方程

TBM 的助推段是一个变加速, 从垂直发射完成弹道转弯的过程, 其弹道可在发射系内用如下方程描述:

$$a(t) = a_i + a_s \times \sqrt{t} \quad (7)$$

$$v(t) = a(t) \times t \quad (8)$$

$$\theta(t) = \theta_i \times e^{(K \times t)} \quad (9)$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a(t) \times \cos \theta(t) \times t^2 \quad (10)$$

$$y(t) = \frac{1}{2} [a(t) \times \sin \theta - g] \times t^2 \quad (11)$$

其中: $a(t)$ 、 $v(t)$ 、 $\theta(t)$ 、 $x(t)$ 、 $y(t)$ 为 t 时刻 TBM 的飞行加速度、速度、弹道倾角及发射系下 x 、 y 坐标, t 为当前时间, a_i 取各种射程下 TBM 初始加速度的典型值, θ_i 为 TBM 的初始发射角即 90° 。

式(7)描述了 TBM 加速度变化的一般规律, 其中, a_s 为加速度变化率, 与发动机的推力变化相对应,

其值可由 $a_s = \frac{v_0}{t_0} - a_i$ 计算得出。式(9)描述了 TBM 弹道倾角的指数变化规律, 形状参数 K 可由 $K = \frac{1}{t_0} \ln \left(\frac{\theta_0}{\theta_i} \right)$ 计算得出。

2.3 自由飞段弹道方程

在自由飞段, TBM 弹头仅受重力作用, 在接近真空的大气环境内做惯性飞行, 且假设未受任何侧向扰动, 则在发射系上, 其飞行弹道近似为弹道垂面内的抛物线。其弹道方程如下:

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 \quad (12)$$

$$v_y(t) = v_0 \sin \theta_0 - g(t - t_0) \quad (13)$$

$$\theta(t) = \frac{v_y(t)}{v_x} \quad (14)$$

$$x(t) = v_x(t - t_0) + x_0 \quad (15)$$

$$y(t) = v_y(t - t_0) - g \frac{(t - t_0)^2}{2} + h_0 \quad (16)$$

式中: $v_x, v_y(t)$ 为TBM速度 v 沿 x 轴及 y 轴的分量, x_0 为助推段结束时计算得到的弹头 x 轴坐标。

2.4 再入段弹道方程

不考虑攻角的影响,可建立简化的TBM弹头大气层内运动学方程:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{2} \rho v^2 \frac{1}{\beta} - g \times \sin(\theta + \beta') \quad (17)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{g}{v} \cos(\theta + \epsilon') + \frac{v}{R + y} \cos \theta \quad (18)$$

$$\frac{dy}{dt} = v \times \sin \theta \quad (19)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{R}{R + y} \times v \times \cos \theta \quad (20)$$

式中: R 为地球等效半径, ϵ' 为飞行中的弹头与发射点的地心夹角,可利用前一时刻解算出的弹头大地坐标及式(1)计算得到, $\beta = \frac{m}{C_x S}$ 为弹头质阻比。采用四阶龙格-库塔法,可求解式(17)~式(20),得到弹头任一飞行时刻 t 的速度、弹道倾角及位置坐标,其积分初始条件为:

$$v_i = \sqrt{(v_0 \cos \theta_0)^2 + (v_0 \sin \theta_0 - g \times t_{\text{自}})^2}$$

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{v_0 \sin \theta_0 - g \times t_{\text{自}}}{v_0 \cos \theta_0}\right)$$

$$x_i = v_0 \cos \theta_0 \times t_{\text{自}}$$

$$y_i = h_1$$

3 中远程弹道导弹弹道建模

对于射程在1000km以上的TBM,其助推段及再入段弹道方程类似前述近程弹道导弹助推段及再入段弹道方程,其自由飞段弹道近似为椭圆轨道。

为描述TBM自由飞段的椭圆弹道,需引入 $a, e, i, \omega, \Omega, t_p$ 等6个轨道参数,其中, a 为椭圆轨道的半长轴, e 为偏心率; i 为轨道倾角; ω 为近地点中心角; Ω 为升交点赤经, t_p 为近地点时间。假设TBM发射时刻为零时刻,根据发、落点大地坐标,可求得上述6个轨道参数。

根据6个轨道参数,即可求出弹头在任意 t 时刻的运动状态,其步骤如下:

1)对给定的 t ,根据开普勒定律,迭代求出此时的偏近地点角 $E(t)$:

$$\sqrt{\frac{\mu}{a^3}}(t - t_p) = E(t) - e \sin E(t) \quad (21)$$

其中, $\mu = 3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$,为天文常数。

2)根据偏近地点角 $E(t)$,确定弹头的地心距 $r(t)$,飞行速度 $v(t)$,弹道倾角 $\theta(t)$,真近地点角 $f(t)$:

$$r(t) = a \times [1 - \cos E(t)] \quad (22)$$

$$v(t) = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \frac{\sqrt{1 - e^2} \cos^2 E(t)}{1 - e \cos E(t)} \quad (23)$$

$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{e \sin E(t)}{\sqrt{1 - e^2}}\right) \quad (24)$$

$$f(t) = 2 \times \arctan\left[\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \times \tan\left(\frac{E(t)}{2}\right)\right] \quad (25)$$

3)由 $\omega, \Omega, i, r(t), f(t)$ 确定弹头在地心惯性系下坐标:

$$X(t) = r(t) \times [\cos \Omega \cos(\omega + f(t)) - \sin \Omega \sin(\omega + f(t)) \cos i] \quad (26)$$

$$Y(t) = r(t) \times [\sin \Omega \cos(\omega + f(t)) + \cos \Omega \sin(\omega + f(t)) \cos i] \quad (27)$$

$$Z(t) = r(t) \times [\sin(\omega + f(t)) \sin i] \quad (28)$$

4)将弹头在地心惯性系下坐标向地心直角固连坐标系及大地坐标系转换。

4 仿真应用实例

依据以上模型,进行了两种仿真初始条件下的TBM弹道仿真,其中,条件1的发点为(东经20.4°,北纬35.1°),落点为(东经28.6°,北纬38.4°),射程为846km,条件2的发点为(东经18.7°,北纬36.5°),落点为(东经52.5°,北纬55.7°),射程为3309km。图3~图5分别给出了两种条件下的TBM弹道地面投影图、弹道垂面图、速度曲线。

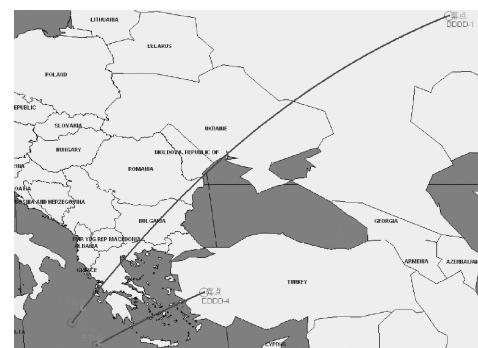


图3 两种仿真条件下弹道地面投影图

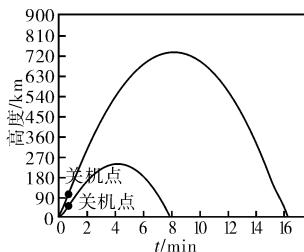


图 4 两种仿真条件下
弹道垂面图

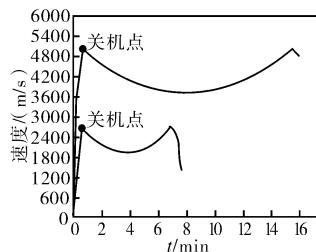


图 5 两种仿真条件下
速度曲线图

5 结论

本模型已应用于弹道导弹防御系统数字仿真平台中,完成了上千次的仿真计算,为系统提供了大量

(上接第 144 页)

变化规律,以某火箭弹为基础进行动稳定性判据对比计算。表 1 列出了高原条件下的计算结果。在气动力系数变化对弹道参数的影响对比计算结果及表 1 中均出现了用地面气动力系数计算弹道顶点不满足动稳定条件,而用相应海拔高度上的气动力系数计算则满足动稳定条件的结果。且在飞行试验中火箭弹按照理论预定弹道飞到目标区,表明火箭弹实际飞行稳定。说明从动态稳定性判据来看,考虑气动力系数随高度变化比不考虑气动力系数变化更符合实际情况。

表 1 高原的动稳定性条件 (G) 对比计算结果

射程/km	最大弹道高/m	G (地面气动力系数)	G (气动力系数随高度变化)
150	29003	66.82	123.3
180	42868	-466.3	78.5
192	53860	-572.4	46.3

4 结论

1) 尾翼稳定弹箭的高空气动力特性(系数)除了与马赫数、攻角密切相关外,还与海拔高度有关,特别是当海拔高度大于 30km 后,主要的气动力特性(系数)与地面有明显差异;

2) 主要气动力系数随高度的变化规律是:阻力系数随高度增大而增大,升力系数随高度增大而增大,压心系数随高度增大而减小,导转力矩系数随高度增大而减小,马格努斯力矩系数随高度增大而减小;

3) 高空气动力特性(系数)变化对弹道特性有影

响,主要表现在对射程和飞行稳定性的影响方面;

4) 从对远程高空弹箭的弹道特性影响分析,应重视随高度变化的气动力系数主要有:

- a) 阻力系数随高度增大而增大;对射程和最大弹道高有明显影响;
- b) 压心系数前移:在 30km 高度以上,前移量较大,静稳定性在设计时应留有余量;
- c) 马格努斯力矩系数随高度的变化及在升弧段和降弧段的特点应该在动稳定性分析中注意;
- d) 导转力矩系数随高度增大而减小,在转速较低的弹箭转速规律设计中应该重视,避免高空时转速与弹道摆动频率共振。

5) 随着弹道高度的增加,空气密度(动压头)降低,气动力特性(系数)的变化对弹道参数的影响度逐渐减弱。

参考文献:

- [1] 苗瑞生. 火箭气体动力学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [2] 徐明友. 火箭外弹道学 [M]. 北京: 兵器工业出版社, 1989.
- [3] 韩子鹏. 弹箭外弹道学 [M]. 北京: 北京理工大学出版社等, 2008.
- [4] 董亮, 王宗虎, 赵子华, 等. 弹箭飞行稳定性理论及其应用 [M]. 北京: 兵器工业出版社, 1990.
- [5] 贾沛然, 陈克俊, 何力. 远程火箭弹道学 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1983.