

广义双曲线分布信号在无线信道中 分离和鲁棒性的研究*

翟永智,景占荣,闫要岗

(西北工业大学电子信息学院,西安 710072)

摘要:为了对无线信道的信号进行分离和对系统鲁棒性进行分析,文中把广义双曲线分布和小样本方法结合起来描述无线信道的状态。用 MCMC 方法来得到信道参数的满条件后验似然分布函数,对其采样来实现对信号的分离,同时用充分统计量对系统的鲁棒性进行分析。仿真结果表明,对于文中研究的模型,广义双曲线分布的假设是合理的。

关键词:满条件分布;DW 分布;广义双曲线分布模型;MCMC;信号分离

中图分类号:TN914 **文献标志码:**A

Research on Separating and Robustness GHD Signal in Wireless Channel

ZHAI Yongzhi, JING Zhanrong, YAN Yaogang

(School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: To the separation of the signal of wireless channel and the analysis of the robustness of system, the generalized hyperbolic distribution (GHD) model and DW method are presented in this paper to describe distribution characteristics of wireless channel state. The full condition of posterior distribution likelihood function is derived by using MCMC method. The separation of the signal is fulfilled by the samples drawn from the full condition distribution functions. In addition, the robustness of system is analyzed by the application of sufficient statistics. Simulation results show that the assumption of GHD is reasonable to the proposal model in this paper.

Keywords: full condition distribution; DW distribution; generalized hyperbolic distribution; MCMC; separation of the signal

0 引言

对于无线信道,现有的算法如:MMSE、ML、BLUE 都是假定噪声在加性高斯白噪声干扰 (AGWN) 下估计是最优的。但这些算法都是基于大样本的点估计算法,在实际中使用起来很困难;对有色噪声污染的信号处理,采用 EKF 和 UKF 算法处理,但这只是一种近似的处理办法,误差很大^[1-2];贝叶斯估计没有考虑缺损参数情况,只能处理一些简单的问题,然而在实际问题中,很多复杂情况下贝叶斯估计方法是不可行的;Monte Carlo 方法研究了样本容量在 54 以下的 DW 统计量的分布特征,并给出小样本 DW 检验临界值表^[5-6]。同时用 DW 检验提出了一

个判别最小二乘估计中是否存在虚假回归的有效方法,但 Monte Carlo 方法需要先验分布参数的具体值,也不容易得到;这就限制了这种方法的使用^[3];粒子滤波也需要先验的分布参数值,许多情况下也是很困难的。

文中利用文献^[1]中的模型,把 Monte Carlo 方法^[5]和小样本方法^[6]结合起来,先用小样本 DW 统计量来得到广义双曲线参数的先验分布中的参数值,然后用 Gibbs 采样方法来得到参数满条件分布下信号的后验条件概率分布的似然函数。再对条件概率采样,求平均值,就可以分离出所需要的信号^[7]。最后用充分统计来研究系统的鲁棒性。

* 收稿日期:2008-04-17

作者简介:翟永智(1973-),男,陕西宝鸡人,博士研究生,研究方向:MIMO 粒子滤波及数字信号处理。

1 信号模型

考虑如下的模型：

$$x_t = As_t + n_t \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

式中：观察矢量 x_t 是 $m \times 1$ 矩阵，真实状态矢量 s_t 是安全未知的 $n \times 1$ 矩阵， t 时刻的未知噪声矢量 n_t 是 $m \times 1$ 矩阵， A 是未知的和干扰噪声有关的复数矩阵。这就牵扯一个信号盲分离问题。因为复杂战场环境统计特性包含的参数很多，为了表达这族参数，采用文献[4]中的广义双曲线模型，对于复杂系统而言，所包含的参数很多，运算量很大，但对于有影响性能的几个主要参数，可以用小样本的不完全寿命试验仿真来估算先验分布参数的近似分布。

假设信号服从 Barndorff-Nielsen 建议的五参数族 $GH(\lambda, \alpha, \beta, \delta, \mu)$ ，对于 $GH(\lambda, \alpha, \beta, \delta, \mu)$ 分布，其数学表达式为：

$$\frac{(\gamma/\delta)^\lambda}{\sqrt{2\pi}K_\lambda(\delta\gamma)} \frac{K_{\lambda-\frac{1}{2}}(\alpha \sqrt{\delta^2 + (x-\mu)^2})}{(\sqrt{\delta^2 + (x-\mu)^2}/\alpha)^{\frac{1}{2}-\lambda}} e^{\beta(x-\mu)} \quad x \in R \quad (2)$$

式中： $\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$ ， $K_\lambda(\cdot)$ 是第三种 Bessel 修正函数：

$$K_\lambda(\cdot) = \frac{1}{2} \int_0^\infty u^{\lambda-1} e^{-\frac{1}{2}y(u+u^{-1})} du$$

参看文献[1]就可以理解采用广义双曲线模型的概率分布模型对于文中所研究问题的合理性和适用性。文中选取双曲线分布是因为：

- 1) 对于广义双曲线分布，通过不同的线性变换，可以转换为和近似转化为常见的几种分布，因此有广泛的代表性，同时又不失一般性；
- 2) 广义双曲线可以看作双重随机过程；
- 3) 一个最重要特征是广义双曲线分布是一个连续的正态均值方差混合模型；

$$GH(\omega; \lambda, \gamma, \delta, \mu) = \int_0^\infty N(x; \mu + \beta\omega, \omega) GIG(\omega; \lambda, \gamma, \delta) d\omega \quad (3)$$

式中每个高斯元素的方差分布广义倒高斯分布 (GIG) 为：

$$GIG(\omega; \lambda, \gamma, \delta) = \frac{(\gamma/\delta)^\lambda}{2K_\lambda(\delta\gamma)} \omega^{\lambda-1} \exp \left[-\frac{1}{2}(\delta^2 \omega^{-1} + \gamma^2 \omega) \right], \omega > 0 \quad (4)$$

所以当一系统参数很多，又不能确切知道参数的具体含义和分布时，采用广义双曲线分布是合理的。

2 信号的分离

通过 Adhoc 网络 MIMO 多传感器网络来获取信息，在接收端，对于接收信号用 Gibbs 抽样；因为 Gibbs 抽样能产生参数状态的马尔可夫链，且以分布收敛于系统的最大后验分布。另外，对于先验分布，为了精确的确定其参数，考虑用小样本方法，通过有限的实验次数得到先验分布的统计模型。这样做把 MCMC 模型和小样本结合起来显然提高了估计的精度。

设接收信号表达式为：

$$Y = AS + W \quad (5)$$

式中： Y 是 $m \times N$ 矩阵， S 是 $n \times N$ 矩阵，包含 n 个未观测的信源， W 是观测方程的噪声， $s_j = (s_j(1), s_j(2), \dots, s_j(N))$ ，它服从广义双曲线分布 $H(\lambda_j, \alpha_j, \beta_j, \delta_j, \mu_j)$ ； $n_j = (n_j(1), n_j(2), \dots, n_j(N))$ 是白噪声，方差为 σ_j^2 ， $R_n = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2)$ 。

为了提取信号，给定观测值 Y ，未知参数 $\theta = (A, R_n, S, \eta)$ ，根据 Bayesian 定理：

$$\pi(\theta/Y, I) \propto p(Y/\theta, I) p(\theta/I) p(I) \quad (6)$$

式中 I 包含关于噪声参数、广义双曲线分布参数的先验分布。为了得到先验共扼分布的参数值，用小样本 DW 分布统计特征的不完全寿命实验。因为这样的实验中本身带有 θ 分布族的信息，可以通过 Bootstrap 和 Bayes Bootstrap 方法直接得到分布参数的具体数值，比直接用 Jeffrey 先验分布效果要好^[2,5-6]，具体做法为：1) 通过小样本法得到双曲线分布参数的先验统计分布；2) 求双曲线分布各参数的满条件分布，对各个参数满条件分布进行抽样；3) 对各个抽样值进行集合平均；4) 计算不同时刻的平均值。

经过以上 4 个步骤后，根据数理统计的原理知道这些平均值以分布收敛于式(6) 参数 $\hat{\theta}^i = (\hat{A}^i, \hat{R}_n^i, \hat{S}^i, \hat{W}^i, \hat{\eta}^i)$ ，基于这些参数，可以从满条件分布来采样参数 $\hat{\theta}^i$ 。

$$\tilde{S} \sim p(S/Y, \tilde{A}, \tilde{R}_n, \tilde{W}, \eta); \tilde{W} \sim p(W/\tilde{S}, \tilde{\eta}); \tilde{\eta} \sim p(\eta/\tilde{S}, W); (\tilde{A}, \tilde{R}_n) \sim p(A, R_n/X, \tilde{S}) \quad (7)$$

具体形式见文献[1]，再对以上样本求算术平均值就可以得到信号的估计值，显然这都是参数的充分统计量：

$$\hat{A} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \tilde{A}^{(k)}; \hat{R} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \tilde{R}_n^{(k)}; \hat{W} =$$

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tilde{W}^{(k)}; \tilde{\eta} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tilde{\eta}^{(k)}$$

因为广义双曲线分布也是指数型分布族, 对于信号 S 而言, 后验似然函数为:

$$p(S/Y, \tilde{\theta}) \propto \prod_{t=1}^T N(s_t; \mu_s(t), \Gamma_s(t)) \quad (8)$$

对式(8) 取样, 可以得到: $\tilde{s}_1^{(i)}, \tilde{s}_2^{(i)}, \dots, \tilde{s}_T^{(i)}$, 再求取平均值就可以得到 $s^{(i)}$ 估计值^[6]。

3 信号分离效果鲁棒性分析

对于无线信道中, 信号具体服从什么样分布的研究, 可用无偏估计和同变估计, 主要考虑的是信号估计的精确性。要估计文中假设分布的合理性, 就必须假定最后抽样的信号方差相等, 考察信号的鲁棒性变换情况, 可以得到第 i 个信号的估计, 表示为: $\hat{s}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \tilde{s}_j^i$, 所以分离信号集合 $S = (\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_N)$ 。根据数理统计知识, 可以得到 $S \sim N(s, 1)$, 其中 S 是真实信号, $(\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_N)^T$ 的联合概率密度为:

$$p(\hat{s}_i, s) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^N e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\hat{s}_i - s)} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^N e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \hat{s}_i^2} e^{-\frac{s^2}{2}} e^{s \hat{s}_i} \quad (9)$$

$T = \bar{s}$ 是完全充分统计量。为了使研究的问题更有普遍性, 假设一个阈值 c , 这样研究的问题可以用 $g(s) = p(\hat{s}_1 < c)$ 。

再定义 $g(s)$ 无偏估计量:

$$I(\hat{s}_1 < c) = \begin{cases} 1 & \hat{s}_1 < c \\ 0 & \hat{s}_1 \geq c \end{cases} \quad (10)$$

式中 I 是示性函数, 也是 $g(s)$ 的无偏估计, $E[I(\hat{s}_1 < c)/T]$ 是 $g(s)$ 的唯一的 最小均方无偏一致估计(UMVUE)。

$$p(\hat{s}_1/S = \bar{s}) = \frac{p_{\hat{s}_1, \bar{s}}(\hat{s}_1, \hat{s}_T)}{p_{\bar{s}}(\bar{s})} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\left(1-\frac{1}{N}\right)}(\hat{s}_1 - \bar{s})^2\right\} \quad (11)$$

$$\hat{g}_{UMVUE} = E[I(\hat{s}_1 < c)/\bar{s}] = \Phi\left[\frac{c - \bar{s}}{\sqrt{1-\frac{1}{N}}}\right] \quad (12)$$

上式中 $u = \frac{\hat{s}_1 - \bar{s}}{2\left(1-\frac{1}{N}\right)}$ 是得到的标准的正态分布。这就是服从广义双曲线分布模型信号 Gibbs

采样后信号预测信号的鲁棒性分析。

4 仿真实验

首先研究广义双曲线分布的几种变形仿真, 再应用小样本分布, 用一阶自回归模型来估算双曲线参数的先验共轭分布:

$$X(k+1) = 3X(k) + W, W \sim N(0, \sigma^2 = 10) \\ X(0) = 2.208$$

可以用 KALMAN 滤波器来模拟此系统, 因为双曲线分布为双马尔可夫过程。第一个是平坦信道服从 Raleigh 分布或 Rice 分布; 第二个是选择性衰落的信道, 用 QPSK 编码和 OFDM 方法对信道状态进行估算。图 1 中, 虚线表示信道状态的真实值, \times 表示信道状态估计值, 实线表示取均值。

$$\text{设 } u = \frac{\hat{s}_1 - \bar{s}}{2\left(1-\frac{1}{N}\right)}, \text{ 把信号分离用 } u \text{ 来近似。}$$

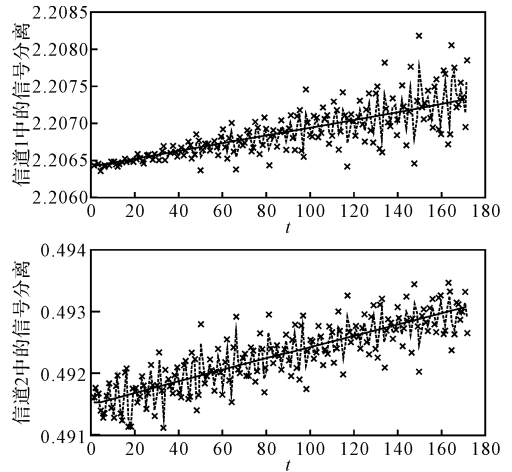


图 1 信号分离结果

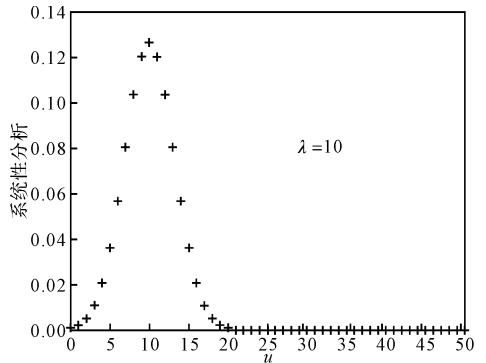


图 2 信道的鲁棒估计分布

由图 2 可以看出, 分离的结果近似为正态分布, 均值为 10, 就是图 1 中实线。

号操作训练子系统共涉及 17 步操作内容, 联邦成员本地成员只与 0 号联邦成员相关。各联邦成员按照图 2 中给出的联邦成员仿真流程设计各操作训练子程序。以 1 号联邦成员为例, 给出操作训练子系统顺序完成的大项操作流程, 如图 3 所示。

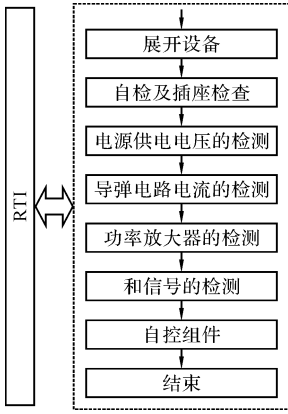


图 3 1 号操作训练子系统操作流程

6 结束语

基于虚拟现实、分布交互仿真和虚拟样机技

术的复杂装备仿真训练系统不受场地、时间限制, 运行成本低廉, 能够有效地克服结合实装进行操作训练带来的问题, 提高训练效率和训练水平, 为复杂装备操作训练提供一种新的途径和手段。

参考文献:

- [1] 杨军, 高玉水, 杜思祥, 等. 某型炮射导弹虚拟检测维修训练系统总体技术研究[J]. 军械工程学院学报, 2007, 19(6): 20-24.
- [2] 刘鹏远, 张锡恩. 虚拟操作训练系统中的过程仿真模型研究[J]. 计算机仿真, 2004, 21(3): 161-163.
- [3] Jayaram S, Yong wang, Jayaram U, et al. VADE: A virtual assembly design environment[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1999, 29(8): 44-50.
- [4] 李国和, 何红梅. 基于 HLA 的分布交互仿真数据收集系统的研究[J]. 计算机科学, 2000, 27(10): 12-15.
- [5] 刘鹏远. 虚拟现实技术在操作训练中的应用研究[D]. 石家庄: 军械工程学院, 2003.
- [6] 李伯虎, 王行仁, 黄柯棣, 等. 综合仿真系统研究[J]. 系统仿真学报, 2000, 12(5): 429-434.

(上接第 237 页)

实验结果表明: 用双曲线分布来近似信号是合理的。大部分的信号被分离了出来, 少数点由于是奇异点, 如果超过设定的阈值, 就不能被分离出来, 但这并不影响信号的分离效果。取 $N = 100$ 。图 2 是对信道分离效果的仿真。也就是系统鲁棒性的分析, 可以看出估计值和平均值的差值服从正态分布, 在给定置信水平 $\alpha = 95.73$ 条件下, 大部分数据被准确地分离, 只有个别奇异点被漏掉, 成为野值。

5 结论

信号在无线信道中传输, 由于信道电磁环境的复杂性, 所以信道状态参数统计特性极其复杂, 文中用广义双曲线分布来近似状态参数的统计特性, 应用基于 MCMC 方法的 Gibbs 采样得到信号满条件分布下的最大后验分布。从而提取信道状态的信息, 最后应用参数充分统计量来分析系统的鲁棒性, 从实验仿真结果来看文中算法对处理复杂电磁环境下无线信道状态参数估计问题很有效。

参考文献:

- [1] Hichem Snoussi, J Idier. Bayesian blind separation of generalized hyperbolic Processes in noisy and underdeterminate mixtures[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2006, 54(9): 3257-3269.
- [2] 申翔. 岩土参数的小样本统计方法[J]. 湖北地矿, 2004, 18(2): 50-52.
- [3] 张晓峒, 赵初晓. 小样本 DW 统计量的分布特征[J]. 系统工程理论与实践, 1999(3): 31-37.
- [4] H Snoussi, A Mohammad-Djafari, C Williams. Information geometry and prior selection. Bayesian inference and maximum entropy methods[M]. College Park, MD: American Institute of Physics, 2001.
- [5] C Robert, G Casella. Monte Carlo statistical methods[M]. New York: Springer. Verlag, 1999.
- [6] O Barndorff-Nielsen. Exponentially decreasing distribution for the logarithm of particle size[J]. Proc. Roy. Soc. London. U. K., 1997, 353(1674): 401-419.
- [7] B Bibby, M Sorensen. Hyperbolic processes in finance[M]. Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science, 2003: 211-248.