

简化 UKF 在 SINS 摇摆基座上的初始对准*

周菊华,程向红

(东南大学仪器科学与工程学院,南京 210096)

摘要:大方位失准角情况下,捷联惯导系统(SINS)误差方程是非线性的,传统的扩展卡尔曼滤波(EKF)会产生线性化误差,影响初始对准精度。为了减少滤波计算量,将一种简化的 UKF(RBAUKF)方法应用于 SINS 初始对准,采用较少的采样点数目和简化的滤波更新算法,避免了对非线性方程的线性化。仿真结果表明,RBAUKF 与 EKF 相比,可在较短时间内完成初始对准,具有更高的精度。

关键词:捷联惯导系统;大方位失准角;初始对准;RBAUKF

中图分类号:U666.13 文献标志码:A

The Application of Simplified UKF to Initial Alignment of SINS on Swaying Base

ZHOU Juhua, CHENG Xianghong

(School of Instrument Science & Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The error equation of strapdown inertial navigation system (SINS) is nonlinear under large heading misalignment. The linearizing error was introduced by traditional EKF which reduces alignment accuracy. Rao-Blackwellised additive unscented Kalman filter(RBAUKF) was applied to SINS initial alignment to avoid linearization of nonlinear equation and using less sample points and simplified filtering update algorithms, the calculating burden was reduced. The simulation result shows, compared with EKF, RBAUKF can complete the initial alignment with less time and higher accuracy.

Keywords: SINS; large heading misalignment angle; initial alignment; RBAUKF

0 引言

初始对准是捷联惯性系统的一项关键技术,与惯导系统的精度和反应时间有着直接的关系。在尽可能短的时间内达到最高的对准精度,是捷联惯导系统初始对准的目标^[1]。

常用的捷联惯导系统线性误差模型是在假设姿态误差角是小量的情况下得到的,由于海浪引起的舰船摇晃运动,粗对准得到的初始姿态误差非常大,小失准角误差模型已不能准确描述惯导系统误差传播特性,需采用大失准角非线性误差方程。传统的扩展卡尔曼滤波^[2](extend Kalman filter)将非线性函数按照泰勒级数展开取一阶近似项,给出的是最佳估计的一阶近似。但 EKF 可能产生不稳定的滤波,需计算繁琐的雅

克比矩阵(Jacob)。

基于对上述缺点的改进,Julier^[3-4]提出了一种新的非线性滤波方法——UKF(unscented Kalman filter)。UKF 采用确定性采样的方法,基于 Unscented 变换原理,通过精心选取的一系列采样点逼近状态分布,且这些样本点可以比较准确地获取高斯随机变量的均值和方差,对于任何非线性系统准确性可以达到泰勒级数的 2 阶,给出最佳估计的至少 2 阶逼近。

采样点的选取是 UKF 滤波方法的关键,标准的 UKF 不仅需要对状态空间扩维,采样点数为 $L=2(n+p+q)+1$ (n, p, q 分别为系统状态、过程噪声和观测噪声的维数),而且量测更新中需多次运用 sigma 采样点,运算量大,影响初始对准实时性^[3]。对于具有加性噪声的动态方

* 收稿日期:2008-07-31

作者简介:周菊华(1983-),男,江苏苏州人,硕士研究生,研究方向:导航制导与控制,非线性滤波在导航中的应用。

程,当状态方程为非线性而观测方程为线性时,将一种新的简化 UKF^[5-6] (RBAUKF, Rao-Blackwellisation additive unscented Kalman filter)方法运用到捷联惯导系统初始对准中。RBAUKF 方法计算量少,精度与 UKF 相当。

1 RBAUKF 方法

RBAUKF 是对标准 UKF 的一种简化,可以显著减少状态空间大小,在计算均值和协方差时,用 UT 变换策略解决非线性问题,而利用卡尔曼滤波理论处理线性问题^[5]。

标准的 UKF 方法,适用于任何非线性系统的状态估计,设动态方程为:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = f(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{W}_{k-1}) \\ \mathbf{Z}_k = h(\mathbf{X}_k, \mathbf{V}_k) \end{cases} \quad (1)$$

1) 初始化时首先需要增广状态空间,增广后维数为 $N = n + p + q$,Sigma 点数为 $2(n + p + q) + 1$ ^[7]:

$$\mathbf{X}^a = [\mathbf{X}^T \quad \mathbf{W}^T \quad \mathbf{V}^T] \quad (2)$$

$\mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{V}$ 分别为 n 维状态向量、 p 维过程噪声和 q 维观测噪声。

2) 量测预测值 $\hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{i,k|k-1} &= h(\boldsymbol{\chi}_{i,k-1}, k-1) \\ \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{W}_i^m \mathbf{z}_{i,k|k-1} \end{aligned} \quad (3)$$

3) 量测更新:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{zz,k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{W}_i^c (\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}) (\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1})^T \\ \mathbf{P}_{xz,k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{W}_i^c (\boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}) (\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1})^T \end{aligned} \quad (4)$$

对于具有加性噪声的动态方程,当状态方程为非线性而观测方程为线性:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = f(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (5)$$

应用 RBAUKF,得到简化 UKF 算法:

1) 无需增广状态空间,Sigma 点的维数为 n ,数量为 $N' = 2n + 1$;

2) 量测预测值 $\hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$:

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \quad (6)$$

3) 量测更新:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{zz,k|k-1} &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{xx,k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \\ \mathbf{P}_{xz,k|k-1} &= \mathbf{P}_{xx,k|k-1} \mathbf{H}_k^T \end{aligned} \quad (7)$$

RBAUKF 中,滤波计算的每一步,Sigma 点只更新一次;运用卡尔曼滤波更新算法计算 $\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{zz,k|k-1}, \mathbf{P}_{xz,k|k-1}$,而不需用 Sigma 点。

在标准 UKF 中,使用 $2n + 1$ 个 Sigma 点,并将式(3)和式(4)分别用式(6)和式(7)代替,可以完成 RBAUKF 非线性滤波方法。

2 捷联惯导系统状态空间模型

工作在非极区的捷联惯导系统,导航坐标系一般选取地理坐标系,其速度误差方程和姿态误差方程分别为^[1]:

$$\begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{V}} &= (\mathbf{C}_n^n - \mathbf{I}) \mathbf{f}^n + \delta \mathbf{V}^n \times (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) + \\ &\quad \mathbf{V}^n \times (2\delta\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{en}^n) + \nabla^n \end{aligned} \quad (8)$$

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = (\mathbf{I} - \mathbf{C}_n^n) \boldsymbol{\omega}_{in}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{in}^n - \boldsymbol{\varepsilon}^n$$

其中, \mathbf{C}_n^n 为真实地理坐标系 n 至计算地理坐标系 n' 的变换阵。

$$\mathbf{C}_n^n = \begin{bmatrix} \cos \phi_u & \sin \phi_u & -\phi_n \\ -\sin \phi_u & \cos \phi_u & \phi_e \\ \phi_n \cos \phi_u + \phi_e \sin \phi_u & \phi_n \sin \phi_u - \phi_e \cos \phi_u & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: $\delta \mathbf{V} = [\delta V_e \quad \delta V_n \quad \delta V_u]^T$ 为速度误差; \mathbf{f}^n 为比力在载体坐标系上的投影; $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n, \delta\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ 分别为地球系相对于惯性系的角速度在导航系内的投影和误差; $\boldsymbol{\omega}_{en}^n, \delta\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ 分别为导航系相对于地球系的角速度在导航系上的投影和误差; ∇^n 为加速度计测量误差在导航系内投影; $\boldsymbol{\phi} = [\phi_e \quad \phi_n \quad \phi_u]^T$ 为姿态失准角; $\boldsymbol{\omega}_{in}^n, \delta\boldsymbol{\omega}_{in}^n$ 为导航系相对于惯性系的角速度在导航系上的投影和误差; $\boldsymbol{\varepsilon}^n$ 为陀螺仪测量误差在导航系内投影。

定义系统状态向量为:

$$\mathbf{X} = [\delta v_e \quad \delta v_n \quad \phi_e \quad \phi_n \quad \phi_u \quad \nabla_x \quad \nabla_y \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z]^T \quad (10)$$

以 $\mathbf{Z} = [\delta v_e \quad \delta v_n]$ 为外观测量,则捷联惯导系统状态空间模型表示如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) + \mathbf{w} \\ \mathbf{Z} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{v} \end{cases} \quad (11)$$

w, v 为过程噪声和观测噪声,服从高斯分布。 F, H 是非线性变换函数和线性观测矩阵。

观测矩阵:

$$H = [I_{2 \times 2}; \mathbf{0}_{2 \times 8}]$$

$$F(X) = \begin{cases} (\cos \phi_u - 1)f_e + \sin \phi_u \cdot f_n - \phi_n f_u + \delta V_e \frac{V_n}{R_n} \tan L + \delta V_n (2\omega_{ie} \sin L + \frac{V_e}{R_n} \tan L) + \nabla_e \\ - \sin \phi_u \cdot f_e + (\cos \phi_u - 1)f_n + \phi_e f_u - 2\delta V_e (\omega_{ie} \sin L + \frac{V_e}{R_n} \tan L) + \nabla_n \\ - (1 - \cos \phi_u) \frac{V_n}{R_m} - \sin \phi_u (\omega_{ie} \cos L + \frac{V_e}{R_n}) + \phi_n (\omega_{ie} \sin L + \frac{V_e}{R_n} \tan L) - \frac{\delta V_n}{R_m} - \epsilon_e \\ - \sin \phi_u \cdot \frac{V_n}{R_m} + (1 - \cos \phi_u) (\omega_{ie} \cos L + \frac{V_e}{R_n}) - \phi_e (\omega_{ie} \sin L + \frac{V_e}{R_n} \tan L) + \frac{\delta V_e}{R_n} - \epsilon_n \\ (\phi_n \cos \phi_u + \phi_e \sin \phi_u) \frac{V_n}{R_m} + (-\phi_n \sin \phi_u + \phi_e \cos \phi_u) (\omega_{ie} \cos L + \frac{V_e}{R_n}) + \frac{\delta V_e}{R_n} \tan L - \epsilon_u \end{cases} \quad (12)$$

其中 R_m, R_n 分别为子午面曲率半径和与子午面垂直的法线平面的曲率半径。

作匀速运动,20 ~ 50s 匀加速,加速度 0.5m/s², 50 ~ 200s 恢复匀速运动。则 P_0, Q, R 为:

$$P_0 = \text{diag}\{(0.2\text{m/s})^2, (0.2\text{m/s})^2, (0.5^\circ)^2, (0.5^\circ)^2, (15^\circ)^2, (2 \times 10^{-4}\text{g})^2, (2 \times 10^{-4}\text{g})^2, (0.02^\circ/\text{h})^2, (0.02^\circ/\text{h})^2, (0.02^\circ/\text{h})^2\}$$

$$Q = \text{diag}\{(5 \times 10^{-5}\text{g})^2, (5 \times 10^{-5}\text{g})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

$$R = \text{diag}\{(0.05\text{m/s})^2, (0.05\text{m/s})^2\}$$

3 仿真分析

对式(11)用四阶龙格-库塔法离散化,具体得到非线性离散时间系统模型:

$$\begin{aligned} X_k &= F(X_{k-1}, k-1) + W(k-1) \\ Z_k &= H_k X_k + V(k) \end{aligned} \quad (13)$$

X 为 n 维状态向量, Z 为 m 维观测向量, F 为非线性变换函数, H 为观测函数, W 和 V 为系统状态噪声和观测噪声,方差分别为 Q 和 R ,且假设 W 和 V 不相关,满足 $E[V_k] = \mathbf{0}$, $E[W_k] = \mathbf{0}$, $E[V_k V_j^T] = R_k \delta_{kj}$, $E[W_k W_j^T] = Q_k \delta_{kj}$, $E[V_k W_j^T] = \mathbf{0}$, $R_k \geq 0, Q_k \geq 0$ 。

仿真得到 SINS 大方位失准角情况下摇摆基座上的速度估计 $\delta V_e, \delta V_n$ 以及失准角估计 ϕ_e, ϕ_n, ϕ_u 。图 1、图 2 和图 3 分别列出天向失准角估计误差 ϕ_u 、东向失准角估计误差 ϕ_e 和北向速度估计误差 δV_n 。

分别采用 EKF 和 RBAUKF 滤波方法对捷联惯导系统进行状态估计。具体仿真参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数设置

相关参数	数值
初始失准角	$\phi_e = 0.5^\circ, \phi_n = 0.5^\circ, \phi_u = 15^\circ$
陀螺常值漂移	$\epsilon_{E0} = \epsilon_{N0} = \epsilon_{U0} = 0.02^\circ/\text{h}$
陀螺随机漂移	$\omega_{\phi_e} = \omega_{\phi_n} = \omega_{\phi_u} = 0.01^\circ/\text{h}$
加速度计常值漂移	$\nabla_x = \nabla_y = 0.2\text{mg}$
加速度计随机漂移	$\omega_{\delta v_e} = \omega_{\delta v_n} = 0.05\text{mg}$
舰船摇摆幅值	$A_H = A_P = 2.5^\circ, A_R = 12^\circ$
舰船摇摆周期	$T_H = 6\text{s}, T_P = 8\text{s}, T_R = 10\text{s}$

仿真过程中,状态变量 X 初始值选为 $X_0 = \mathbf{0}$,初始速度误差 0.2m/s。仿真时间 200s,考虑船体做横摇、纵摇、艏摇运动,0 ~ 20s 舰船以 5m/s

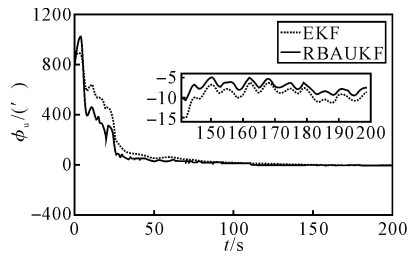


图 1 天向失准角估计误差

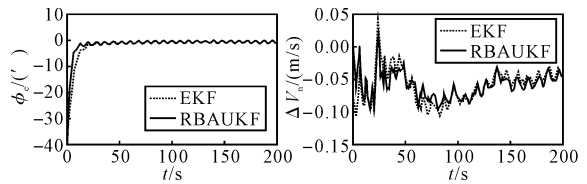


图 2 东向失准角估计误差 图 3 北向速度估计误差

表 2 列出了速度估计误差和姿态失准角估计误差的均方根值。

表 2 速度和失准角估计误差均方根

状态估计量	EKF	RBAUKF
$\delta v_e / (\text{m/s})$	0.0696	0.0653
$\delta v_n / (\text{m/s})$	0.0561	0.0557
$\phi_e / (^\circ)$	0.9700	0.9473
$\phi_n / (^\circ)$	0.6798	0.6246
$\phi_u / (^\circ)$	10.0363	6.7875

从图 1 至图 3 可以看出, RBAUKF 与 EKF 相比,收敛速度更快,估计精度更高。待滤波稳定(取 100s 后),求取状态估计量的均方根值如表 2,直观的看出 RBAUKF 相比于 EKF 更高的估计精度:UKF 对 ϕ_u 估计误差有效值为 6.8' 左右, EKF 大于 10'; 对于水平姿态角, RBAUKF 对 ϕ_e 、 ϕ_n 的估计误差精度也比 EKF 好。证明了 RBAUKF 在非线形滤波中有较好的效果。

4 结 论

对于具有加性噪声的动态方程,当状态方程为非线形而量测方程为线性时, RBAUKF 有很好的滤波效果。在大方位失准角情况下, RBAUKF 可以在较短的时间内完成摇摆基座上的对准,与 EKF 相比,避免了将系统非线形状态方程线性化带来的误差,保证系统具有较快的收敛速度和高导航精度。同时,与标准的 UKF 相比, RBAUKF 利用较少的 Sigma 采样点数,滤波过程中只更新一次 Sigma 点,降低了计算复杂

(上接第 61 页)

4 结 论

文中介绍了地磁匹配定位技术的基本原理和特点,研究了地磁匹配定位技术的基于 Hausdorff 距离的相似算法。在以上研究地磁匹配定位定向技术的基础上,对其与惯性导航的组合导航进行了仿真;仿真结果表明采用地磁匹配辅助惯导系统可以更好地提高组合定位定向系统的精度。

参考文献:

[1] 晏登洋. 惯性/地磁组合导航技术研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
 [2] 乔玉坤, 王仕成, 张琪. 地磁匹配制导技术应用于导

度。因此,在 SINS 大方位失准角下 RBAUKF 是一种行之有效的非线形滤波方法。

参考文献:

[1] 万德钧, 房建成. 惯性导航初始对准[M]. 南京: 东南大学出版社, 1998.
 [2] 付梦印, 邓志红, 张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
 [3] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new approach for filtering nonlinear system[C]// Proceedings of the American Control Conference Seattle, Washington; 1995, 6:1628-1632.
 [4] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new approach for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.
 [5] Yanling Hao, Zhilan Xiong, Feng Sun. Comparison of unscented Kalman filters[C]// Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Harbin, China, Aug. 2007:895-899.
 [6] Xinyu Xu, Baoxin Li. Rao-Blackwellised particle filter with adaptive system noise and its evaluation for tracking in surveillance [C]// Proc. SPIE, Vol. 6077, Jan. 2006.
 [7] 潘泉, 杨峰, 叶亮, 等. 一类非线形滤波器—UKF 综述[J]. 控制与决策, 2005(5):481-489.

弹武器系统的制约因素分析[J]. 飞航导弹, 2006 (8):39-41.

[3] 谢仕民. 地磁匹配定位技术算法及惯导组合导航仿真[C]// 西安惯性技术学会第十届学术交流会论文集, 2007:5-14.
 [4] 徐洪波, 彭卫, 苏建忠. 基于 Hausdorff 距离的地形匹配[J]. 红外与激光工程, 2002, 31(5): 375-377.
 [5] 陈莹, 韩崇昭. 基于 Hausdorff 距离的 3 维模型匹配的改进方法[J]. 中国图象图形学报, 2005, 10 (3):326-331.
 [6] Julier S, Uhlmann J, Durrant-Whyte H F. A new method for the non-linear transformations of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.