

# 基于联邦 SR-UKF 算法的 GPS/INS 导航数据融合算法\*

吴志峰<sup>1</sup>, 吴 军<sup>1</sup>, 王 蕊<sup>2</sup>, 张晓晗<sup>1</sup>

(1 空军工程大学工程学院, 西安 710038; 2 东北大学材料冶金学院, 沈阳 110004)

**摘要:**为提高导航系统数据融合的稳定性和容错性,将一种基于方根分解形式的 Unscented 卡尔曼滤波(SR-UKF)算法和分散式滤波技术相结合,建立了新的联邦滤波器 SR-UKF 算法并应用于 GPS/INS 组合导航系统中。数值仿真实验表明,联邦 SR-UKF 比联邦 UKF 有更好的滤波精度、更高的稳定性和容错性,是一种理想的非线性 GPS/INS 组合导航滤波方法。

**关键词:**INS/GPS 组合导航;非线性滤波;联邦滤波;SR-UKF;数据融合

**中图分类号:**V249.328 **文献标志码:**A

## GPS/INS Integrated Navigation Data Fusion Method Based on Federated SR-UKF Algorithm

WU Zhifeng<sup>1</sup>, WU Jun<sup>1</sup>, WANG Rui<sup>2</sup>, ZHANG Xiaohan<sup>1</sup>

(1 The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038 China;

2 School of Materials & Metallurgical, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

**Abstract:** In order to improve stability and fault tolerance of integrated navigation data fusion, an improved federated SR-UKF algorithm based on square root unscented Kalman filter algorithm and distributed information fusion technology was designed and used in the navigation system. The simulation results indicate that the federated SR-UKF has better filter precision and higher stability and the fault tolerance compared with the federated UKF. It is an ideal nonlinear filter method for INS/GPS integrated navigation.

**Keywords:** INS/GPS integrated navigation; nonlinear filtering; federated filtering; SR-UKF; data fusion

### 0 引言

对于可靠性要求特别高的飞行器来说,除了精度之外,还要考虑系统的容错性。基于卡尔曼滤波和信息分享技术而设计的分散式联邦滤波,具有整体最优或近于最优性,适用于实时定位数据融合,所以得到了广泛关注<sup>[1]</sup>。

本质上 GPS/INS 组合导航的系统模型具有非线性特性,当前多采用扩展卡尔曼滤波(EKF)和 Unscented 卡尔曼滤波(UKF)。UKF 滤波通过构造一组确定的且具有不同权值的 Sigma 点对待估计状态分布进行逼近,取代扩展卡尔曼滤波(EKF)对非线性模型线性化处理,避免了求取 Jacobian 矩阵,取得了更好的滤波性能。但

由于计算机字长有限存在的舍入误差等问题,误差积累到一定程度会使滤波误差的协方差矩阵失去非负定性,从而使滤波精度大大降低甚至造成滤波器发散<sup>[2]</sup>。

针对上述问题,提出了一种采用方根分解形式的 SR-UKF 与联邦滤波方法结合的算法应用于 GPS/INS 组合导航系统的滤波中,算法的方根形式增加了数字稳定性和状态协方差的半正定性。仿真实例表明它具有比联邦 UKF 更好的性能。

### 1 平方根 UKF 非线性滤波

#### 1.1 UKF 非线性滤波和方根分解

UKF 算法基于 UT(unscented transform)

\* 收稿日期:2008-07-25

作者简介:吴志峰(1980-),男,山东东营人,硕士研究生,研究方向:智能信号处理。

变换的最小方差估计。UT 变换通过选取一组权值不同,且能够表征随机状态变量统计特性的 Sigma 点,将这些 Sigma 点代入非线性函数处理后,重构出新的统计特性(如均值和方差)。将 UT 变换得到的均值、估计方差和量测方差引入到 Kalman 滤波器的逐步递推过程中,就构成了 UKF 滤波<sup>[3]</sup>。

根据 Cholesky 分解、QR 分解的定义,如果  $X$  为下三角阵, $A$  为对称半正定矩阵,且  $A = XX^T$ ,则称  $X$  是  $A$  的 Cholesky 系数,记为  $X = \text{chol}(A)$ 。

同时,称  $A_{\text{new}} = XX^T \pm \sqrt{r}vv^T$  的 Cholesky 系数为 Cholesky 一阶更新,记为  $\text{cholupdate}\{X, v, \pm\sqrt{r}\}$ 。

考虑  $n \times m (m > n)$  矩阵  $R$ ,记  $R$  的 QR 分解为  $S = \text{qr}\{R\}$ 。

设系统模型为:

$$X_{k+1} = F(X_k, u_k) + m_k \quad (1)$$

$$Z_k = H(X_k) + n_k \quad (2)$$

式中: $X_k \in R^{n_x}$  为不可测量状态变量; $u_k \in R^{n_u}$  为控制量; $Z_k \in R^{n_z}$  为量测值; $m_k \in R^{n_x}$  为状态噪声; $n_k \in R^{n_z}$  为量测噪声。

在 UKF 算法中,对状态协方差矩阵采用方根形式表示,设  $P \in R^{L \times L}, P = SS^T$ 。使用 Cholesky 分解通常只需要  $O(L^3/6)$  的计算量<sup>[4]</sup>。当  $P$  阵的方根形式是 UKF 算法中的完整部分时,随时  $P$  阵递归更新,它仍然能够构成完整协方差  $P$  阵。在算法运算中, $S$  将被直接传播,避免在每一时刻进行因式分解<sup>[5]</sup>。

### 1.2 平方根 UKF 算法实现

1) 初始化

$$\hat{X}_0 = E[X_0]$$

$$S_0 = \text{cholupdate}\{E[(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T]\} \quad (3)$$

2) 计算 Sigma 点

$$X_{k-1} = (\hat{X}_{k-1}, \hat{X}_{k-1} + \eta S_k, \hat{X}_{k-1} - \eta S_k) \quad (4)$$

3) 时间更新

$$X_{k|k-1} = F[X_{k-1}, u_{k-1}] \quad (5)$$

$$\hat{X}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} X_{i,k|k-1} \quad (6)$$

$$S_k^- = \text{qr}\{[\sqrt{W_1^{(c)}}(X_{1,2L,k|k-1} - \hat{X}_k^-, \sqrt{R^v})]\} \quad (7)$$

$$S_k^- = \text{cholupdate}\{[S_k^-, X_{0,k} - \hat{X}_k^-, W_0^{(c)}]\} \quad (8)$$

$$Z_{k|k-1} = H[X_{k|k-1}] \quad (9)$$

$$\hat{Z}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} Z_{i,k|k-1} \quad (10)$$

4) 量测更新方程

$$S_{Z_k}^- = \text{qr}\{[\sqrt{W_1^{(c)}}(Z_{1,2L,k|k-1} - \hat{Z}_k^-, \sqrt{R_k^n})]\} \quad (11)$$

$$S_{Z_k}^- = \text{cholupdate}\{[S_{Z_k}^-, Z_{0,k} - \hat{Z}_k^-, W_0^{(c)}]\} \quad (12)$$

$$P_{X_k Z_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (X_{i,k|k-1} - \hat{X}_k^-)(Z_{i,k|k-1} - \hat{Z}_k^-)^T \quad (13)$$

$$\kappa_k = (P_{X_k Z_k} / S_{Z_k}^T) / S_{Z_k} \quad (14)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + \kappa_k (Z_k - \hat{Z}_k^-) \quad (15)$$

$$U = \kappa_k S_{Z_k} \quad (16)$$

$$S_k = \text{cholupdate}\{S_k^-, u, -1\} \quad (17)$$

式中: $R^v$  为过程噪声协方差; $R^n$  为量测噪声协方差; $\{W_i\}$  为一套标量权重,其中:

$$W_0^{(m)} = \lambda / (L + \lambda),$$

$$W_0^{(c)} = \lambda / (L + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta),$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = 1 / \{2(L + \lambda)\}, i = 1, \dots, 2L,$$

$\lambda = L(\alpha^2 - 1), \eta = \sqrt{L + \lambda}$  为刻度系数。

## 2 联邦卡尔曼滤波应用于组合导航

### 2.1 联邦卡尔曼滤波算法

文献[1]中提到联邦滤波器是一种两级数据处理过程,可以看成是一个特殊的分散式卡尔曼滤波,它的特殊之处在于包含一个信息分配过程如图 1 所示。公共参考系统的输出一方面直接给主滤波器,另一方面给各子滤波器作为公共状态变量值。各子滤波器的局部估计值  $\hat{X}_{k/k}^i$  及其协方差阵  $P_{k/k}^i$  送入主滤波器,和主滤波器的估计值一起进行融合以后得到全局最优估计。由子滤波器与主滤波器合成的全局最优估计值  $\hat{X}_{k/k}^g$  及其相应的协方差阵  $P_{k/k}^g$ ,放大为  $\beta_i^{-1} P_{k/k}^g (0 \leq \beta_i^{-1} \leq 1)$  后再反馈到各子滤波器,以重置各子滤波器值,即  $\hat{X}_{k/k}^i = \hat{X}_{k/k}^g, P_{k/k}^i = \beta_i^{-1} P_{k/k}^g$ 。文献[1]中提到了

联邦滤波器的具体计算步骤。

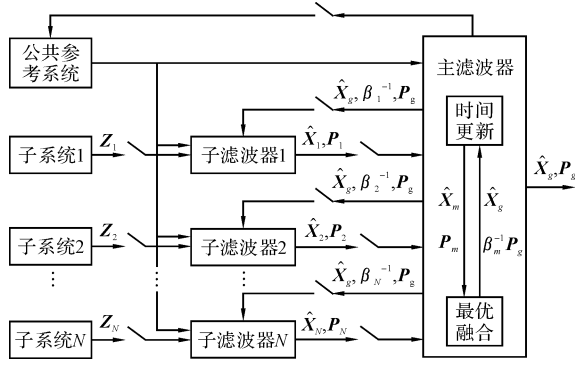


图 1 联邦滤波器的一般结构

在局部滤波器中由于方差上界技术引起信息丢失,在融合过程中,这种非最优性被重新合成,方程得到全局最优解。

### 2.2 INS 基本方程

INS 基本方程<sup>[6]</sup>在 NED<sub>G</sub>(地理)坐标系中可表示为:

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \frac{v_N}{R_M + h}, \dot{\lambda} = \frac{v_E \sec L}{R_N + h}, \dot{h} = -v_D \\ \dot{v}_N &= a_N - 2\omega_e v_E \sin L - \frac{v_E^2 \tan L}{R_N + h} + \frac{v_N v_D}{R_M + h} \\ \dot{v}_E &= a_E + 2\omega_e (v_N \sin L + v_D \cos L) + \frac{v_E v_D}{R_N + h} + \frac{v_E v_N \tan L}{R_M + h} \\ \dot{v}_D &= a_D - 2\omega_e v_E \cos L - \frac{v_E^2}{R_N + h} - \frac{v_N^2}{R_M + h} + g \\ \dot{q} &= \frac{1}{2} \Omega(\omega_{bn}^b) q \end{aligned} \quad (18)$$

其中:  $(L, \lambda, h)$  是载体的纬度、经度和高度位置,  $(v_N, v_E, v_D)$  是载体的北向、东向和地向速度,  $q$  是用四元数表示的载体姿态。式(18)中的加速度  $a = [a_N \ a_E \ a_D]^T = A_b^a(q) a_{bi}^b$ ,  $a_{bi}^b$  是载体相对于惯性空间的加速度在坐标系中的投影,即加速度计的输出数据。 $\omega_{bn}^b = \omega_b^b - A_n^b(q) \omega_{ni}^n$ ,  $\omega_{ni}^n$  是载体相对于惯性空间的角速度在体坐标系中的投影,即陀螺仪的输出数据。

加速度计的模型为  $N_a = b_a + (I + k_a) f^b + w_a$ 。其中  $k_a$  为刻度因子,  $b_a$  为加速度计零偏,  $w_a$  为高斯白噪声。陀螺仪的模型为  $N_g = b_g + (I + k_g) w^b + w_g$ 。其中  $k_g$  为刻度因子,  $b_g$  为加速度计零偏,  $w_g$  为高斯白噪声。

## 3 GPS/INS 组合导航系统的联邦 SR-UKF 算法实现

系统包含两个子滤波器,分别处理 GPS 和 INS 系统的定位数据。主滤波波无信息分配即  $\beta_m = 0$ , 图 2

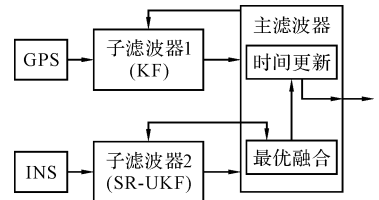


图 2 联邦 SR-UKF 的系统结构图

为联邦 SR-UKF 的系统结构图。

子滤波器 1 采用标准 Kalman 滤波器,子滤波器 2 采用 SR-UKF 滤波器。系统对应的信息分配系数分别为  $\beta_1, \beta_2$ 。

飞行器的定位导航是在三维空间内进行的,因此仅考虑速度和加速度本系统的公共状态变量  $X$  取为:

$$X_c = [L \ \lambda \ h \ v_N \ v_E \ v_D]^T \quad (19)$$

则对应于 GPS 和 INS 两个子滤波器,有:

$$\begin{aligned} X_G &= [X \ \delta L_G \ \delta \lambda_G \ \delta h_G \ \delta v_{NG} \ \delta v_{EG} \ \delta v_{DG}], \\ X_I &= [X \ \delta L_I \ \delta \lambda_I \ \delta h_I \ \delta v_{NI} \ \delta v_{EI} \ \delta v_{DI}] \end{aligned} \quad (20)$$

式中:  $(\delta L_G, \delta \lambda_G, \delta h_G)$ 、 $(\delta v_{NG}, \delta v_{EG}, \delta v_{DG})$ 、 $(\delta L_I, \delta \lambda_I, \delta h_I)$ 、 $(\delta v_{NI}, \delta v_{EI}, \delta v_{DI})$  分别为 GPS 和 INS 沿东北天方向上的位置误差和速度误差。

GPS 子滤波器的观测方程为:

$$Z_G(k) = H_G(k) X_G(k) + n_G(k) \quad (21)$$

式中:

$$\begin{aligned} Z_G(k) &= [L_G(k) \ \lambda_G(k) \ h_G(k) \ v_{NG}(k) \ v_{EG}(k) \\ &\quad v_{DG}(k)], \\ n_G(k) &= [w_{NG}(k) \ w_{EG}(k) \ w_{DG}(k) \ w_{vNG}(k) \\ &\quad w_{vEG}(k) \ w_{vDG}(k)] \end{aligned} \quad (22)$$

$H_G(k) =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

其中:  $w_{NG}(k)$ ,  $w_{EG}(k)$ ,  $w_{DG}(k)$ ,  $w_{vNG}(k)$ ,  $w_{vEG}(k)$ ,  $w_{vDG}(k)$  为高斯白噪声序列;  $R_G = E[n_G(k) n_G(k)^T] = \text{diag}\{\sigma_N^2, \sigma_E^2, \sigma_D^2, \sigma_{vNG}^2, \sigma_{vEG}^2, \sigma_{vDG}^2\}$

$\sigma_{vDG}^2\}$ , INS 子滤波器的观测方程为:

$$Z_1(k) = H(X_1(k)) + n_1(k) \quad (24)$$

其中,  $n_1$  为观测噪声向量,  $n_1 = [w_{NI}(k), w_{EI}(k), w_{DI}(k), w_{vNI}(k), w_{vEI}(k), w_{vDI}(k)]^T$ ,  $w_{NI}(k)$ 、 $w_{EI}(k)$ 、 $w_{DI}(k)$ 、 $w_{vNI}(k)$ 、 $w_{vEI}(k)$ 、 $w_{vDI}(k)$  分别为 INS 在位置和速度方面的误差。显然 INS 局部滤波器的观测方程是非线性的。

采用文献[7]的自适应分配信息系数  $\beta$  的方法。调节  $\beta$  的自适应算法如下:

$$\beta_1(k) = \frac{EDOP_2}{EDOP_1 + EDOP_2},$$
$$\beta_2(k) = \frac{EDOP_1}{EDOP_1 + EDOP_2} \quad (25)$$

式中,  $EDOP_i = \sqrt{\text{tr}(P_i(k) P_i(k)^T)}$ 。可以以此来调整  $\beta_1$ 、 $\beta_2$  的大小。

### 4 试验结果

飞行器飞行高度 10000 m, 轨迹如图 3 所示。

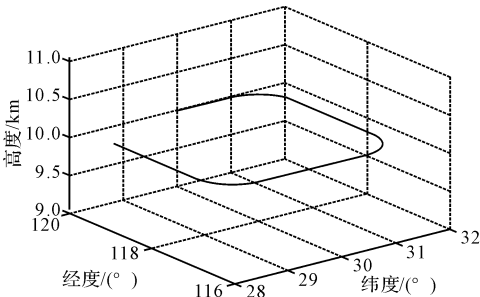


图 3 飞行器的航迹曲线

飞行器初始位置(纬经高): (30°, 120°, 10000m), 初始位置误差 10m; 速度 300m/s, 初始速度误差 0.5m/s。

表 1 中 INS/GPS 组合导航系统仿真参数参照文献[6]设置。

由图 4 和表 2 可知, 联邦 SRUKF 滤波算法性能明显优于联邦 UKF 算法。

表 1 INS/GPS 组合导航系统仿真参数设置

传感器	误差源	误差值
惯导	加速度计零偏	10mg
	加速度计刻度因子	0.3%
	加速度计白噪声	1mg
	陀螺仪常值漂移	50°/h
	陀螺仪刻度因子	0.05%
	陀螺仪白噪声	10°/h
GPS	水平位置白噪声	10m
	垂直位置白噪声	20m
	水平速度白噪声	0.1m/s
	垂直速度白噪声	0.2m/s

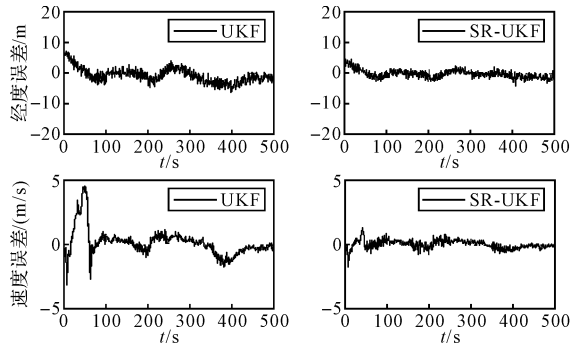


图 4 联邦 UKF 与 SR-UKF 滤波结果比较

表 2 联邦 UKF 与 SR-UKF 滤波的速度误差和位置误差

		经度误差	东向速度误差
UKF	均值	1.3991m	0.0765m/s
	方差	78.1892m <sup>2</sup>	0.1521(m/s) <sup>2</sup>
SR-UKF	均值	0.2657m	0.0026m/s
	方差	29.3521 m <sup>2</sup>	0.0198(m/s) <sup>2</sup>

### 5 结论

文中建立了飞行器 GPS/INS 导航的联邦 SR-UKF 滤波算法模型, 该算法模型既有联邦滤波灵活性好、容错性强的优点, 同时吸纳了 UKF 的非线性特性, 避免了 UKF 滤波随着观测历元的增加, 误差的积累使协方差矩阵失去非负定性、滤波精度降低甚至造成滤波器发散的问题。仿真结果表明, 联邦 SR-UKF 比联邦 UKF 有更好的滤波效果。

参考文献:

- [1] 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [2] 彭竞, 李献球, 王飞雪. 基于 UKF 的 GPS 非线性动态滤波算法[J]. 全球定位系统, 2005(6): 30-33.
- [3] Norgaard M, Poulsen N K, Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear systems[J]. Automatic, 2000, 36(11): 1627-1638.
- [4] Merwe R V. Probabilistic inference using Sigma-point Kalman filter[D]. Oregon Health & Science University, January 2003.
- [5] 彭云辉, 杨小冈, 曹菲. 基于方根分解形式的 UKF 算法在目标跟踪中的应用[J]. 现代防御技术, 2007, 35(5): 120-123.
- [6] 徐慧娟, 吴美平, 罗兵. EKF 和 UKF 在 INS/GPS 组合导航中的应用分析[J]. 航天控制, 2006, 24(6): 7-10.
- [7] 刘瑞华, 刘建业. 联邦滤波信息分配新方法[J]. 中国惯性技术学报, 2001, 9(2): 28-32.