

基于平方和优化的飞行器大角度姿态机动保性能控制器设计*

蔡宗平¹, 陈琦², 马清亮¹, 曹创锋¹, 殷小静³

(1 第二炮兵工程大学控制工程系, 西安 710025; 2 96121 部队, 辽宁盘锦 124000; 3 96616 部队, 北京 100000)

摘要:研究飞行器大角度姿态机动状态反馈保性能控制器设计问题。采用修正的 Rodrigues 参数建立了飞行器姿态控制运动模型, 将非线性的飞行器姿态系统模型转化为线性参数可变模型(LPV 模型)。将平方和优化技术和 Lyapunov 理论相结合, 给出了飞行器大角度姿态机动保性能控制器设计方法。仿真结果表明了所提方法的有效性。

关键词:优化控制; 大角度姿态机动; 平方和优化

中图分类号: V448 文献标志码: A

Guaranteed Cost Controller Design of Spacecraft Wide Angle Attitude Maneuver Based on Sum-of-squares Optimization

CAI Zongping¹, CHEN Qi², MA Qingliang¹, CAO Chuangfeng¹, YIN Xiaojing³

(1 Department of Control Engineering, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China; 2 No. 96121 Unit, Liaoning Panjin 124000, China; 3 No. 96616 Unit, Beijing 100000, China.)

Abstract: The problem of state feedback guaranteed controller design for large angle attitude maneuver was investigated. By using modified Rodrigues parameters, the attitude dynamics of the spacecraft was represented in terms of linear parameter varying (LPV) systems. The state feedback guaranteed cost controller design approach was proposed by combining Lyapunov theory and sum of squares (SOS) optimization. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed design approach.

Keywords: optimal control; wide angle attitude maneuver; sum of squares optimization

0 引言

近年来,运用平方和(SOS)优化技术和 Lyapunov 理论进行非线性系统的稳定性分析与控制器设计取得了较大进展。文献[1]和文献[2]中给出了基于 SOS 优化技术的多项式非线性系统镇定控制器设计方法,文献[3]和文献[4]给出了基于平方和优化的 H_∞ 控制器设计的方法。但对于多项式非线性系统的保性能控制问题,相关的研究结果尚不多见。

文中采用修正的 Rodrigues 参数建立了飞行器大角度姿态机动控制系统的数学模型,并将其转化为线性参数可变(LPV)系统的形式。然后运用 Lyapunov 理论推导出飞行器大角度姿态机动保性能控制器存在的充分条件。在此基础上,运用平方和优化技术,将飞行器大角度姿态机动保性能控制器设计转为一个具有平方和约束的参数优化问题。

1 飞行器大角度姿态运动模型建立

采用修正的 Rodrigues 参数建立飞行器姿态运动学方程。修正的 Rodrigues 参数可以由四元数法得到^[5-6]。设 q_i 为四元数参数; σ_i 表示修正的 Rodrigues 参数; e 为刚体转动轴的单位矢量; e_i 为 e 的方向余弦; θ 为刚体绕转动轴转动角度,则:

$$\sigma_i = \frac{q_i}{1 + q_0} = \frac{e_i \sin \frac{\theta}{2}}{1 + \cos \frac{\theta}{2}} = e_i \tan \frac{\theta}{4}, (i = 1, 2, 3) \quad (1)$$

飞行器姿态运动方程为:

$$\dot{\sigma} = G(\sigma)\omega \quad (2)$$

其中: ω 为刚体绕转动轴转动角速度,且:

* 收稿日期:2012-05-14

作者简介:蔡宗平(1964-),男,陕西岐山人,教授,硕士研究生导师,研究方向:制导与控制。

$$G(\sigma) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 + \sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_3^2 & 2(\sigma_1\sigma_2 - \sigma_3) & 2(\sigma_1\sigma_3 + \sigma_2) \\ 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_3) & 1 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2 & 2(\sigma_2\sigma_3 - \sigma_1) \\ 2(\sigma_1\sigma_3 - \sigma_2) & 2(\sigma_2\sigma_3 + \sigma_1) & 1 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \end{bmatrix}$$

刚体定点转动的动力学方程即欧拉方程表述为:

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x + (I_x - I_y)\omega_y\omega_z = M_x \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z)\omega_z\omega_x = M_y \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x)\omega_x\omega_y = M_z \end{cases} \quad (3)$$

式中: $I = \text{diag}\{I_x, I_y, I_z\}$ 为刚体的转动惯量矩阵, $M = [M_x \ M_y \ M_z]^T$ 为控制力矩, $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ 为刚体在本地坐标系中的运动角速度。

式(3)可改写为:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{I_y - I_z}{I_x} \omega_y \omega_z \\ \frac{I_z - I_x}{I_y} \omega_z \omega_x \\ \frac{I_x - I_y}{I_z} \omega_x \omega_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

联立式(3)、式(4),可得:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\sigma}_1 \\ \dot{\sigma}_2 \\ \dot{\sigma}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & 0 & 0 \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_{12} &= \left[\frac{I_y - I_z}{I_x} \right] \omega_z; a_{23} = \left[\frac{I_z - I_x}{I_y} \right] \omega_x \\ a_{31} &= \left[\frac{I_x - I_y}{I_z} \right] \omega_x; a_{41} = \frac{1}{4} [1 + \sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_3^2] \\ a_{42} &= \frac{1}{4} [2(\sigma_1\sigma_2 - \sigma_3)]; a_{43} = \frac{1}{4} [2(\sigma_1\sigma_3 + \sigma_2)] \\ a_{51} &= \frac{1}{4} [2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_3)]; a_{52} = \frac{1}{4} [1 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2] \\ a_{53} &= \frac{1}{4} [2(\sigma_2\sigma_3 - \sigma_1)]; a_{61} = \frac{1}{4} [2(\sigma_1\sigma_3 - \sigma_2)] \\ a_{62} &= \frac{1}{4} [2(\sigma_2\sigma_3 + \sigma_1)]; a_{63} = \frac{1}{4} [1 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 + \sigma_3^2] \end{aligned}$$

将式(5)可简记为线性参数可变(LPV)系统的形式:

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (6)$$

其中:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\sigma}_1 \\ \dot{\sigma}_2 \\ \dot{\sigma}_3 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1/I_x & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_y & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_z \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$u = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}, A(x) = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & 0 & 0 \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2 问题描述

对于由式(6)描述的飞行器大角度姿态机动运动方程,在状态反馈控制器:

$$u(x) = -F(x)x \quad (7)$$

的作用下,相应的闭环系统为:

$$\dot{x} = [A(x) - B(x)F(x)]x \quad (8)$$

定义系统的性能指标 J :

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T(x) R u(x)) dt = \int_0^\infty H^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} H dt \quad (9)$$

式中: Q 和 R 为给定的对称正定矩阵:

$$H = \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -F(x) \end{bmatrix} x$$

文中的设计目标是:对于由式(6)描述的飞行器大角度姿态运动方程,要求设计状态反馈控制器式(7),使得相应的闭环系统式(8)是稳定的,同时由式(9)所描述的性能指标达到最小。

3 主要结果

下述定理给出了飞行器大角度姿态机动保性能控制器的优化设计方法。

定理 1:对于式(6)描述的飞行器姿态运动方程,若存在一个对称矩阵 $P \in R^{n \times n}$ 和多项式矩阵 $K(x) \in R^{m \times n}$,满足平方和条件式(10) ~ 式(12),则使得由式(9)定义的性能指标 J 达到极小的保性能控制器可通过求解如下优化问题进行设计。

$$\begin{aligned} &\min_{K(x)} \lambda \\ &\text{s. t.} \end{aligned}$$

$$v_2^T \begin{bmatrix} \lambda & * \\ * & P \end{bmatrix} v_2 \in \sum_{\text{sos}} \quad (10)$$

$$v_1^T(P - \varepsilon_1 I)v_1 \in \sum_{\text{sos}} \quad (11)$$

$$-v_3^T \begin{bmatrix} N(x) + \varepsilon_2(x)I \\ P & -Q^{-1} \\ -K(x) & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} v_3 \in \sum_{\text{sos}} \quad (12)$$

其中: $N(x) = A(x)P - B(x)K(x) + PA(x) - K^T(x)B^T(x)$, $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^n$ 是与 x 不相关的向量; ε_1 为正实数, $\varepsilon_2(x)$ 为非负多项式, 且满足当 $x \neq 0$ 时, $\varepsilon_2(x) > 0$; 当 $x = 0$ 时, $\varepsilon_2(x) = 0$ 。

进一步的, 状态反馈保性能控制器(7)中的增益矩阵可由下式计算:

$$F(x) = -K(x)P^{-1} \quad (13)$$

证明: 考虑如下形式的候选 Lyapunov 函数

$$V(x) = x^T P^{-1} x$$

显然若平方和条件(12)成立, 则 P 为正定矩阵, 则 P^{-1} 是一个对称正定矩阵, 可知 $V(x)$ 对于任意 $x \neq 0$ 是正定的。

沿闭环系统 $\dot{x} = A(x)x + B(x)u(x)$ 的轨线对 $V(x)$ 求导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= x^T P^{-1} \dot{x} + \dot{x}^T P^{-1} x = \\ & x^T P^{-1} (A(x)x + B(x)u(x)) + \\ & (A(x)x + B(x)u(x))^T P^{-1} x \end{aligned} \quad (14)$$

令:

$$K(x) = -F(x)P$$

则 $F(x) = -K(x)P^{-1}$, 于是有:

$$u(x) = -K(x)P^{-1}x \quad (15)$$

将式(15)代入式(14), 有:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= x^T P^{-1} (A(x)x + B(x)u(x)) + (A(x)x + \\ & B(x)u(x))^T P^{-1} x = x^T P^{-1} (A(x) - B(x)K(x) \times \\ & P^{-1})x + x^T (A(x) - B(x)K(x)P^{-1})^T P^{-1} x = \\ & x^T (P^{-1}A(x) - P^{-1}B(x)K(x)P^{-1} + A^T(x)P^{-1} - \\ & P^{-1}K^T(x)B^T(x)P^{-1})x \end{aligned} \quad (16)$$

假设存在一个正定对称多项式矩阵 P^{-1} , 使得:

$$x^T U(x)x + x^T \left(\begin{bmatrix} I \\ -F(x) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -F(x) \end{bmatrix} \right) x < 0 \quad (17)$$

其中: $U(x) = P^{-1}A(x) - P^{-1}B(x)K(x)P^{-1} + A^T(x)P^{-1} - P^{-1}K^T(x)B^T(x)P^{-1}$, 进一步的, 由于:

$$x^T \left(\begin{bmatrix} I \\ -F(x) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -F(x) \end{bmatrix} \right) x \geq 0 \quad (18)$$

因此, 对于任意的 $x \neq 0$, $\dot{V} < 0$ 成立。

综上所述, 若条件式(11)和式(17)成立, 则闭环系统式(8)是稳定的。

下面证明满足约束条件式(11)、式(12)和式

(18)的前提下, 状态反馈保性能控制器可通过极小化 λ 得到。

对不等式(17)进行整理, 有如下关系成立:

$$H^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} H < -\dot{V}(x) \quad (19)$$

对式(19)从 0 到 ∞ 进行积分, 可得:

$$J = \int_0^\infty H^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} H dt < -V(x)|_0^\infty = -x^T P^{-1} x|_0^\infty \quad (20)$$

由于闭环系统是在原点处稳定, 因此, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $x \rightarrow 0$, 因此, 由式(19)知:

$$J < x^T(0)P^{-1}x(0) \quad (21)$$

进一步引入标量 $\lambda > 0$, 并设如下关系式成立:

$$J < x^T(0)P^{-1}x(0) \leq \lambda \quad (22)$$

根据 Schur 补引理, 上式可等价地转化为:

$$\begin{bmatrix} \lambda & x^T(0) \\ x(0) & P \end{bmatrix} \geq 0 \quad (23)$$

若条件式(10)成立, 则有式(23)成立。因此, 满足约束条件式(10)~式(13)和式(20)的前提下, 保性能控制器设计可通过极小化 λ 实现。

下面证明若平方和条件式(12)成立, 则假设条件式(17)成立。

显然, 若平方和条件式(12)成立, 则有:

$$-(W(x) + E(x)) > 0 \quad (24)$$

其中:

$$W(x) = \begin{bmatrix} N(x) & * & * \\ P & -Q^{-1} & * \\ -K(x) & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix}$$

$$E(x) = \begin{bmatrix} \varepsilon_2(x)I & * & * \\ 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

根据不等式(24), 运用 Schur 补引理可得:

$$N(x) + \begin{bmatrix} P \\ -K(x) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ -K(x) \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

根据表达式 $N(x)$ 的定义, 可以将 $N(x)$ 改写为

$$N(x) = A(x)P - B(x)K(x) + PA^T(x) - K^T(x)B^T(x) = PU(x)P \quad (26)$$

其中: $U(x) = P^{-1}A(x) - P^{-1}B(x)K(x)P^{-1} + A^T(x)P^{-1} - P^{-1}K^T(x)B^T(x)P^{-1}$

对式(25)两边分别左乘 P^{-1} 和右乘 P^{-1} , 可得:

$$U(x) + \left(\begin{bmatrix} I \\ -F(x) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -F(x) \end{bmatrix} \right) < 0 \quad (27)$$

进一步的, 可知:

$$x^T U(x)x + x^T \left(\begin{bmatrix} I \\ -F(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -F(x) \end{bmatrix} \right) x < 0 \tag{28}$$

对任意 $x \neq 0$ 均成立。

因此,若平方和条件式(12) 满足,则条件不等式式(17) 成立。

证毕。

4 仿真分析

以 SAPPHIRE 卫星为例建立飞行器大角度姿态运动模型。SAPPHIRE 卫星的 3 个轴的转动惯量矩阵为: $I = \text{diag}\{1.559, 0.368, 1.585\}$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)。设卫星开始进行姿态机动时,初始状态 $\omega_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ (rad/s), $\sigma_0 = [3 \ -4 \ 2]^T$,要求设计状态反馈控制器(7),使得描述卫星姿态运动的修正 Rodrigues 参数为 0,同时由式(9) 描述的系统性能指标达到最小。

根据以上数据,可得系统(6) 中的参数矩阵如下:

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & -0.7806\omega_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0707\omega_x & 0 & 0 & 0 \\ 0.7514\omega_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & 0 & 0 \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.6414 & 0 & 0 \\ 0 & 2.7174 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6309 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

选取 Q, R 为单位矩阵,运用定理 1 设计飞行器姿态机动状态反馈保性能控制律,可得 $\lambda = 76.22$:

$$P = \begin{bmatrix} 9.875 & 10.162 & 12.335 & 9.535 & 4.335 & 6.352 \\ * & 8.572 & 7.563 & 5.862 & 12.366 & 8.569 \\ * & * & 10.667 & 14.366 & 76.556 & 68.554 \\ * & * & * & 149.663 & 99.127 & 62.365 \\ * & * & * & * & 147.652 & 107.466 \\ * & * & * & * & * & 144.455 \end{bmatrix}$$

相应的控制力矩为:

$$u_x = 3.9752x_1^2 - 1.5569x_2^2 + 2.5846x_1x_2 + 3.1624x_3^2 - 3.1564x_1x_3 - 0.1652x_2x_3 - 0.3133x_4^2 + 7.2364x_1x_4 + 6.5822x_5^2 + 6.6583x_4x_5 + 3.1258x_1x_5 - 3.1225x_6^2 + 2.3688x_1x_6 + 4.1444x_3x_6 - 5.4572x_5x_6u_y = 3.1147x_1^2 + 5.3683x_2^2 + 5.2563x_1x_2 + 2.1536x_2x_4 - 6.3742x_3^2 - 2.3634x_2x_3 + 5.2198x_4^2 - 4.0942x_5^2 + 2.1366x_2x_5 - 0.3689x_2x_5 - 1.6422x_3x_5 +$$

$$3.2566x_4x_5 - 0.3664x_6^2 - 3.3567x_2x_6 - 2.1569x_3x_6u_z = 3.1764x_1^2 + 6.2885x_1x_2 + 1.5069x_2x_4 - 4.3826x_1x_3 - 7.8662x_2x_3 + 4.3352x_3^2 - 6.4534x_5^2 + 2.3775x_3x_5 + 1.6533x_4x_5 - 2.3588x_6^2 - 5.4332x_1x_6 - 2.6639x_4x_6 - 7.2586x_3x_6 - 3.1382x_5x_6$$

在控制量作用下,卫星运动角速度的变化情况如图 1 ~ 图 3 所示。

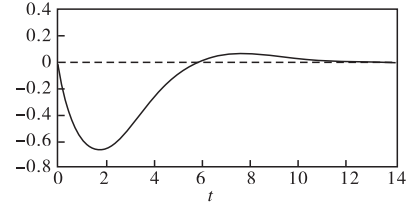


图 1 系统中修正的 Rodrigues 参数 ω_x 响应曲线

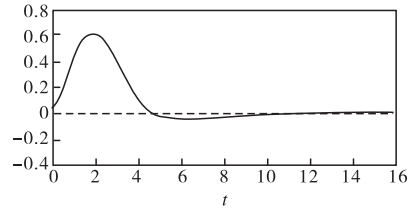


图 2 系统中修正的 Rodrigues 参数 ω_y 响应曲线

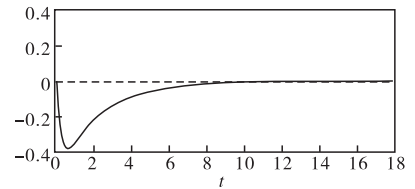


图 3 系统中修正的 Rodrigues 参数 ω_z 响应曲线

系统中 MRP(修正的 Rodrigues 参数) 的响应如图 4 ~ 图 6 所示。

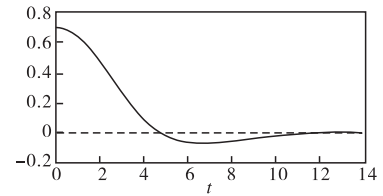


图 4 系统中修正的 Rodrigues 参数 σ_1 响应曲线

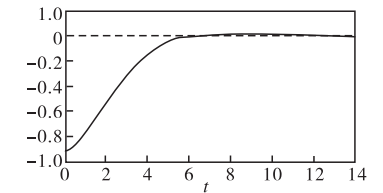


图 5 系统中修正的 Rodrigues 参数 σ_2 响应曲线

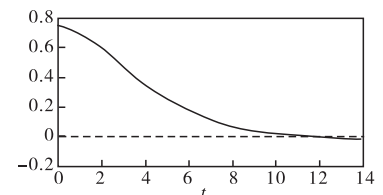


图 6 系统中修正的 Rodrigues 参数 σ_3 响应曲线

表 1 给出了在所设计的保性能控制器的作用下,描述飞行器姿态运动的修正 Rodrigues 参数响应情况。

表 1 修正 Rodrigues 参数响应情况

	最大超调量	调节时间	稳态误差
σ_1	0.0722	10.7991	0.0004
σ_2	0.0194	10.4115	0.0006
σ_3	0.0641	11.9166	0.0009

在 $t > 13s$, 角速度为零; 系统中 MRP 参数最长在 11.9166s 时稳定并达到目标状态要求。

由图 1 ~ 图 6 和表 1 可以看出, 所设计的状态反馈保性能控制器能够满足系统二次性能指标要求, 并且使闭环系统具有较快的响应速度和较小的稳态误差。

5 结论

文中综合运用平方和优化技术和 Lyapunov 理论, 设计了飞行器大角度姿态机动保性能控制律。仿真结果表明了所提方法的可行性和有效性。

参考文献:

[1] Narendra Gollu. Switched control of satellites for global sta-

bilization and local performance: A sum of squares approach [C]// 2008 American Control Conference, Washington, USA, June 11-13, 2008: 2987 - 2992.

[2] Narendra Gollu, Luis Rodrigues. Control of large angle attitude maneuvers for rigid bodies using sum of squares [C]// Proceedings of the 2007 American Control Conference, New York City, 2007: 3156 - 3161.

[3] Hong-Jun Ma, Guang-Hong Yang. Fault tolerant H_∞ control for a class of nonlinear discrete-time systems; Using sum of squares optimization [C]// 2008 American Control Conference WeC11.1 Westin Seattle Hotel, Seattle, Washington, USA June 11 - 13. 2008: 1588 - 1593.

[4] Hong-Jun Ma, Guang-Hong Yang. Fault-tolerant control synthesis for a class of nonlinear systems; Sum of squares optimization approach [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2009, 19(5): 591 - 610.

[5] 王勇军, 秦永元, 舒东亮. Rodrigues 参数与四元数间的关系分析 [J]. 火力与指挥控制, 2008, 33(3): 71 - 73.

[6] 陈记争, 袁建平, 方群. 双 Rodrigues 参数方法在姿态确定中的应用 [J]. 宇航学报, 2008(2): 534 - 540.

(上接第 38 页)

依专家赋值的随意性, 对组合导航数据融合算法评价有一定的指导意义和应用价值。

参考文献:

[1] 刘勇志, 贾兴亮, 刘丙杰. 一种组合导航滤波性能评估算法 [J]. 弹箭与制导学报, 2008, 28(5): 45 - 47.

[2] 要瑞璞. 捷联式惯性导航系统性能综合评价新方法 [J]. 计算机仿真, 2005(2): 48 - 50.

[3] 姜兴宇, 王贵和, 张新敏. 面向全生命周期的产品质量综合评价方法研究 [J]. 系统仿真学报, 2009, 20(20): 5581 - 5584.

[4] 要瑞璞, 沈惠璋. 模糊模式识别在导航系统性能综合评价中的应用研究 [J]. 舰船科学技术, 2009, 31(2): 97 - 99.

[5] Gau W L, Buehrer D J. Vague sets [J]. IEEE Trans. Systems Man and Cybernetic, 1993, 23(2): 610 - 614.

[6] Huang Kuo-chen, Yang G K. An enhanced method and its application for fuzzy multi-criteria decision making based on vague sets [J]. Computer-Aided Design, 2008, 40(4): 447

- 454.

[7] Wang Ying-ming. Multiple attribute decision making based on fuzzy preference information on alternatives Ranking and weighting [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 153(3): 331 - 346.

[8] Ye Jun. Improved method of multicriteria fuzzy decision making based on vague sets [J]. Computer-Aided Design, 2007, 39: 164 - 169.

[9] Gau Wen-Lung, Daniel J. Vague sets [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1993, 23(2): 610 - 614.

[10] Hong D H, Choi C H. Multicriteria fuzzy decision making problems based on vague set theory [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 103 - 113.

[11] 要瑞璞, 沈惠璋. Vague 集多指标决策的模糊值线性序法 [J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(28): 39 - 40.

[12] 程乾生. 质量评价的属性数学模型和模糊数学模型 [J]. 数理统计与管理, 1997, 16(6): 18 - 23.