

# 防空导弹中末制导交班成功概率评估方法

张鑫<sup>1</sup>, 张丕旭<sup>2</sup>

(1. 海装采购中心, 北京 100071; 2. 海军装备研究院, 北京 100161)

**摘要:**针对雷达指令修正惯性中制导加主动寻的末制导体制下的防空导弹中末制导交班过程的评估问题,建立了防空导弹弹道交班模型和导引头交班模型,将导引方法引入弹道交班模型,确定了误差传递关系,根据导弹和目标的散布规律,给出了中末制导交班成功概率计算的解析方法,并运用蒙特卡罗仿真验证了该方法的正确性和可行性。通过仿真计算,对影响导弹中末制导交班成功概率的因素进行了分析,在保证导弹飞行速度的情况下,提高了导弹过载承受能力,改善了平台导航误差、跟踪雷达探测误差、导弹姿态误差、导弹惯导误差等的处理精度,可有效提高防空导弹中末制导交班成功概率。

**关键词:**弹道交班; 导引头交班; 交班成功概率

中图分类号: TJ765

文献标识码: A

文章编号: 1006-0707(2013)02-0041-04

## The Evaluation for Successful Handoff of Antiaircraft Missile from Midcourse to Terminal Guidance

ZHANG Xin<sup>1</sup>, ZHANG Pi-xu<sup>2</sup>

(1. Procurement Center of Navy Equipment Department, Beijing 100071, China;

2. Naval Academy of Armament, Beijing 100161, China)

**Abstract:** The handoff model of seeker and missile trajectory from midcourse guidance to terminal guidance are studied for antiaircraft missile using radar updated inertial midcourse guidance combined with active radar homing terminal guidance. Based on the transfer of errors and the interspersing rule of missile and target, the probability of successful handoff of missile trajectory is calculated by introducing the guiding rule to handoff model, and its validity and feasibility are validated by Monte Carlo simulation. The simulation results show that the probability of successful handoff of antiaircraft missile from midcourse guidance to terminal guidance can be enhanced by improving the load allowed for antiaircraft missile maneuvering and the precision for navigation error, detection error, carriage control error, and inertia error.

**Key words:** handoff of missile trajectory; handoff of seeker; probability of successful handoff

雷达指令修正惯性中制导加主动寻的末制导是中远距防空导弹采用的1种先进的复合制导体制。由于采用两段制导,必须解决中制导和末制导的交接班问题。中末制导交班成功概率直接影响导弹的总体作战效能。中制导的任务是在允许误差的条件下,把导弹平稳、快速地导向某区域并使导引头自动截获目标,同时考虑导弹机动性能、过载等因素,完成弹道参数与末制导的平滑过渡。反舰导弹或巡航导弹中末制导交班主要考虑导引头可靠截获目标,这是因为所

攻击的目标速度相对于反舰导弹自身速度来说极小。文献[1-3]对这类导引头交班成功概率计算模型作了深入研究。对于防空导弹,由于目标是高速飞机或导弹,当制导逻辑从中制导向末制导转换时,一方面,考虑导弹速度和机动过载之间的矛盾关系,必须保证交班时弹道参数满足末制导对弹道初始散布的要求,即弹道交班;另一方面,必须保证导引头可靠截获目标,即导引头交班。因此,防空导弹中末制导交班成功是弹道交班成功和导引头交班成功2个事件的交,且

收稿日期: 2012-10-28

作者简介: 张鑫(1984—),男,助理工程师,主要从事作战系统研究。

这2个事件相互独立<sup>[4]</sup>。

本文基于防空导弹中末制导交班原理,研究了弹道交班模型和导引头交班模型,利用误差传递关系与导弹和目标的散布规律,提出了1种解析方法计算防空导弹中末制导交班成功概率。首先,根据防空导弹的制导体制工作原理,作如下假定:①指令修正误差模型是1个马尔科夫过程,即当前指令修正的误差只与前1个指令修正后的状态有关,而与再之前的状态无关;②导弹中末制导交班时刻是指接收到满足条件的修正指令的时刻。则舰空导弹中末制导交班成功概率为:

$$P(C) = P(AB) = P(A) \cdot P(B) \quad (1)$$

其中: $P(C)$ 为防空导弹中末制导交班成功概率; $P(A)$ 为弹道交班成功概率; $P(B)$ 为导引头交班成功概率。

## 1 弹道交班模型及误差传递关系

末制导雷达开机时,与防空导弹速度矢量垂直的平面是弹道截面。在防空导弹所承受的机动过载允许范围内,由导弹-目标视线角改变量上界可确定其速度矢量指向视场角范围是 $2\Delta\beta \times 2\Delta\beta$ ,相应地,弹道截面上的弹道交班可能成功区域范围为 $B_1 \times L_1$ (宽×高),认为只要目标落入该区域,则根据已确定的弹道交班参数,就存在一定的概率在防空导弹所承受的机动过载允许范围内实现弹道交班。

$$\begin{aligned} L_1 &= 2D_e \cdot \text{tg}\Delta\beta \\ B_1 &= 2D_e \cdot \text{tg}\Delta\beta \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $D_e$ 为中末制导交班时刻弹目距离。

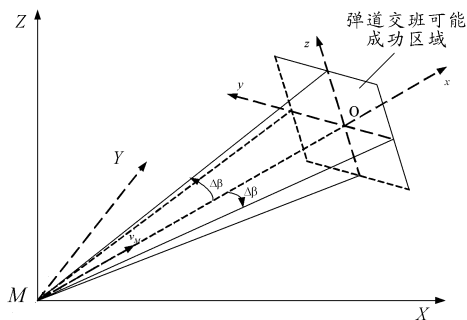


图1 矩形近似法表示的弹道交班概率区关系

防空导弹的导引方法多采用比例导引法,即导弹速度矢量转动的角速度与导弹目标线转动的角速度成一定比例的方法<sup>[5]</sup>。由比例导引的定义可知,导弹速度矢量转动的角速度 $\dot{\theta}_m$ 与导弹目标线转动的角速度 $\dot{\beta}$ 之间的关系为

$$\dot{\theta}_m = k \cdot \dot{\beta} \quad (3)$$

其中 $k$ 为比例导引系数。

由于受导弹自身结构强度和弹上仪器工作状况的限制,防空导弹所承受的机动过载是有一定上限的,同时决定了实现弹道成功交班允许的目标散布范围。

由转弯运动规律可知,导弹转弯角速率为

$$\dot{\theta}_m = \frac{a_n}{V_m} \quad (4)$$

其中: $\theta_m$ 为导弹航向角; $a_n$ 为法向过载; $V_m$ 为导弹速率。

所以,导弹-目标视线角改变量上界为

$$\Delta\beta = \frac{a_n \cdot \Delta t}{k \cdot V_m} \quad (5)$$

式(5)中各参数均为我方防空导弹战技指标,是已知量,可由式(2)求出 $L_1$ 、 $B_1$ 。由式(5)可知,防空导弹速度 $V_m$ 越大,导弹-目标视线角改变量上界越小,弹道交班成功概率越小;防空导弹最大允许负载 $a_n$ 越大,导弹-目标视线角改变量上界越大,弹道交班成功概率越大。

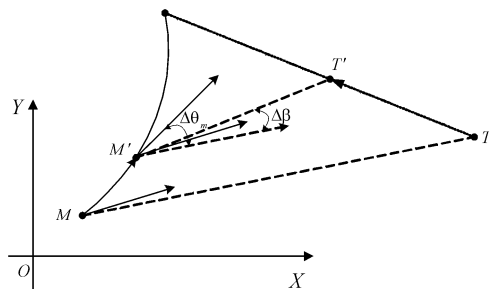


图2 比例导引法角度关系

以防空导弹发射时刻所在位置为原点建立制导坐标系 $M-X_1Y_1Z_1$ 。其中: $MX_1$ 轴沿原点纬线的切线指东, $MY_1$ 轴沿原点经线的切线指北, $MZ_1$ 轴垂直原点所在的水平面指向天顶。

在弹道截面建立散布坐标系 $O-XYZ$ 。其中:沿导弹速度矢量方向为 $OX$ 轴; $M-X_1Y_1Z_1$ 坐标系中的 $MZ_1$ 轴和 $O$ 点确立的平面与弹道截面之间的交线为 $OZ$ 轴,向上为正; $OY$ 轴垂直于平面 $XOZ$ ,指向服从右手螺旋准则。

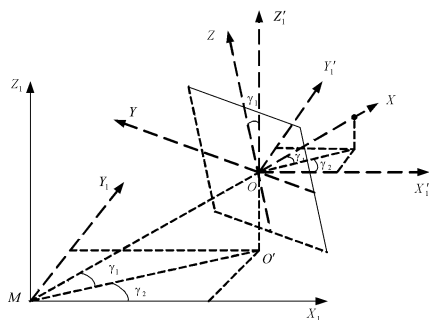


图3 制导坐标系与散布坐标系的相对关系

根据中末制导交班时刻导弹和目标散布之间的相互关系,对各作战环节的测量、传输误差和累积误差以及这些误差的统计特性进行深入分析,并进行误差的传递和综合,转换为目标散布误差。根据修正指令获取的导弹、目标坐标 $(x_{1M}, y_{1M}, z_{1M})$ 、 $(x_{1T}, y_{1T}, z_{1T})$ ,计算制导坐标系与散布坐标系之间的变换角 $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$ ,将制导坐标系中的目标点总误差 $(E_{x1}, E_{y1}, E_{z1})$ 变换到弹道截面上的散布坐标系,得到 $(E_x, E_y, E_z)$ 。则侧向总误差为 $E_y$ ,高度总误差为 $E_z$ 。

$$\gamma_1 = \arcsin \frac{z_{1T} - z_{1M}}{\sqrt{(x_{1T} - x_{1M})^2 + (y_{1T} - y_{1M})^2 + (z_{1T} - z_{1M})^2}}$$

$$\gamma_2 = \arcsin \frac{y_{1T} - y_{1M}}{\sqrt{(x_{1T} - x_{1M})^2 + (y_{1T} - y_{1M})^2}}$$
(6)

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma_1 & 0 & \sin\gamma_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\gamma_1 & 0 & \cos\gamma_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\gamma_2 & \sin\gamma_2 & 0 \\ -\sin\gamma_2 & \cos\gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{y1} \\ E_{z1} \end{bmatrix}$$
(7)

## 2 导引头交班模型及误差传递关系

将末制导雷达的最终探测范围近似为矩形,导引头瞬时视场角为 $\alpha \times \beta$ ,导引头下视角为 $\theta$ 。末制导雷达开机时,与雷达电轴垂直的平面是导引头末端起控平面,则在中末制导交班时刻起控平面上的捕获域范围为 $B_2 \times L_2$ (宽 $\times$ 高),认为只要目标落入该区域,就存在一定的概率能捕获目标。

捕获域参数为:

$$B_2 = 2D_e \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

$$L_2 = 2D_e \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$$
(8)

其中: $D_e$ 为中末制导交班时刻弹目距离。

以防空导弹发射时刻所在位置为原点建立制导坐标系 $M-X_1Y_1Z_1$ 。其中: $MX_1$ 轴沿原点纬线的切线指东, $MY_1$ 轴沿原点经线的切线指北, $MZ_1$ 轴垂直原点所在的水平面指向天顶。

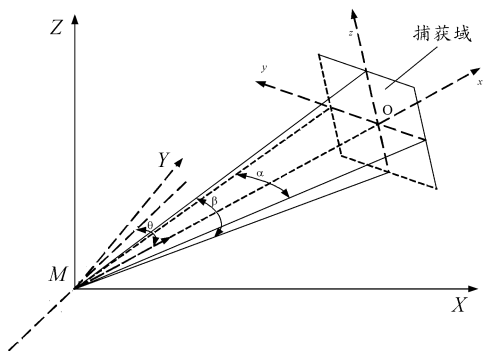


图4 矩形近似法表示的捕获域示意图

在导引头末端起控平面建立散布坐标系 $O-XYZ$ 。其中:沿导弹末制导雷达电轴方向为 $OX$ 轴; $M-X_1Y_1Z_1$ 坐标系中的 $MZ_1$ 轴和 $O$ 点确立的平面与起控平面之间的交线为 $OZ$ 轴,向上为正; $OY$ 轴垂直于平面 $XOZ$ ,指向服从右手螺旋准则。

将制导坐标系中的目标点总误差变换到导引头末端起控平面上的散布坐标系,计算过程与弹道交班模型类似。

## 3 交班成功概率计算

对于弹道交班,将各作战环节的测量、传输误差和累积误差等传递和综合,转换为弹道截面中的目标散布误差,假定各环节的误差均服从正态分布,则目标散布误差的分布规律也是正态分布。由末制导环节工作原理和弹道规律可知,理想状态下, $O$ 和 $O'$ 是重合的,导弹末制导雷达的电轴和速度矢量应指向目标散布中心。在各种随机误差的影响下, $m_y$ 和 $m_z$ 可由导弹散布误差求得<sup>[6-7]</sup>。则目标散布误差的正态分布密度函数为

$$\varphi(y, z) = \frac{\rho}{\sqrt{\pi}E_y} \exp\left(-\rho^2 \frac{y^2}{E_y^2}\right) \cdot \frac{\rho}{\sqrt{\pi}E_z} \exp\left(-\rho^2 \frac{z^2}{E_z^2}\right) \quad (9)$$

其中: $\rho$ 为正态常数, $\rho = 0.4769$ ;  $E_y$ 为目标散布侧向误差 $\Delta y$ 的概率误差; $E_z$ 为目标散布高度误差 $\Delta z$ 的概率误差。则弹道交班成功概率为

$$P_A = \iint_R \varphi(y, z) dy dz = \int_{-\frac{B_1}{2}}^{\frac{B_1}{2}} \varphi(y) dy \cdot \int_{-\frac{L_1}{2}}^{\frac{L_1}{2}} \varphi(z) dz =$$

$$\frac{1}{4} \left[ \hat{\Phi}\left(\frac{m_y + \frac{B_1}{2}}{E_y}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{m_y - \frac{B_1}{2}}{E_y}\right) \right] \cdot$$

$$\left[ \hat{\Phi}\left(\frac{m_z + \frac{L_1}{2}}{E_z}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{m_z - \frac{L_1}{2}}{E_z}\right) \right] \quad (10)$$

其中: $m_y, m_z$ 为散布中心误差; $\hat{\Phi}(x)$ 为简化拉普拉斯函数, $\hat{\Phi}(x) = \frac{2\rho}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\rho^2 t^2) dt$ 。

同理,导引头交班成功概率为

$$P_B = \iint_R \varphi(y, z) dy dz = \int_{-\frac{B_2}{2}}^{\frac{B_2}{2}} \varphi(y) dy \cdot \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \varphi(z) dz =$$

$$\frac{1}{4} \left[ \hat{\Phi}\left(\frac{m'_y + \frac{B_2}{2}}{E'_y}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{m'_y - \frac{B_2}{2}}{E'_y}\right) \right] \cdot$$

$$\left[ \hat{\Phi}\left(\frac{m'_z + \frac{L_2}{2}}{E'_z}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{m'_z - \frac{L_2}{2}}{E'_z}\right) \right] \quad (11)$$

则防空导弹中末制导交班成功概率为

$$P_C = P_A \cdot P_B \quad (12)$$

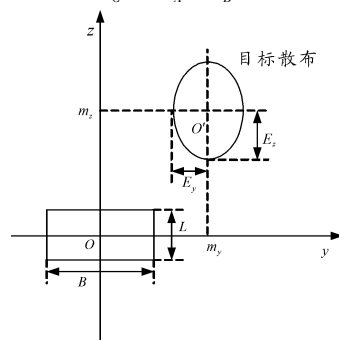


图5 目标散布示意

## 4 仿真计算

初始参数设置,在北纬  $30^{\circ}00'00''$ 、东经  $120^{\circ}00'00''$  近海域,发射平台 A 位置为 ( $N30^{\circ}11'00''$ ,  $E119^{\circ}50'00''$ ),协同平台 B 的位置为 ( $N30^{\circ}21'00''$ ,  $E120^{\circ}10'00''$ ),探测平台的位置为 ( $N31^{\circ}20'00''$ ,  $E120^{\circ}02'00''$ ,火控解算中设置坐标系原点为 ( $N30^{\circ}00'00''$ ,  $E120^{\circ}00'00''$ )。发射平台、协同平台和火控解算坐标系原点设置高程为 0,探测平台高程为 8 000 m。

某一时刻在火控解算坐标系中敌方有一目标位于 (8 000 m, 57 000 m, 800 m),以速度 601 m/s 飞行,其矢量为 (20, -600, -40)。我方防空导弹位于 (5 000 m, 45 000 m,

400 m),以速度 800 m/s 飞行,其矢量为 (100, 990, 99),比例导引系数为 3,最大允许负载为 15 g,导弹末制导雷达的跟踪扇面角度范围为  $\pm 3^{\circ}$ 。修正指令周期为 0.1 s。另设定各平台导航误差、跟踪雷达探测误差、导弹姿态误差、导弹惯导误差、末制导雷达扇面角度范围等,通过上述模型计算出中末制导交班成功概率,如表 1 所示。

利用 1 000 次蒙特卡罗仿真计算,对上述模型计算出的中末制导交班成功概率进行验证。每次仿真中,如果导弹末制导雷达的电轴和速度矢量指向同时小于交班要求的角度,则认为该次仿真中交班成功,最终统计 1 000 次仿真中的中末制导成功次数。仿真验证结果如表 1 所示。

表 1 防空导弹中末制导交班成功概率仿真计算结果

序号	导航 误差/ m	测距 误差/ m	测角 误差/ (m · rad)	导弹姿态 控制误差/ ( $^{\circ}$ )	导弹惯 导误差/ ( $^{\circ}$ )	弹道交班 成功概率/ %	导引头交班 成功概率/ %	交班成功 概率/ %	蒙特卡罗/ 仿真交班 成功次数
1	10	10	1.5	0.1	0.1	95.95	99.28	95.26	959
2	150	10	1.5	0.1	0.1	94.97	99.26	94.27	937
3	10	50	1.5	0.1	0.1	76.09	99.13	75.43	762
4	10	10	6	0.1	0.1	36.33	98.94	35.94	351
5	10	10	1.5	0.5	0.1	95.95	99.28	95.26	956
6	10	10	1.5	0.1	0.5	95.95	99.28	95.26	950

通过 1 000 次蒙特卡罗仿真计算,验证了解析方法计算防空导弹中末制导交班成功概率的正确性和可行性。随着科学技术的发展,防空导弹和跟踪雷达的性能指标得到很大提高,对平台导航误差、跟踪雷达探测误差、导弹姿态误差、导弹惯导误差等处理精度较高,而且导弹末制导雷达的跟踪扇面范围较大,这些技术都从根本上提高了防空导弹中末制导导引头交班成功概率。由仿真结果可见,中末制导弹道交班成功概率对各种误差较敏感,尤其是平台的导航定位误差和跟踪雷达的探测误差,这与式(4)分析结果一致,防空导弹速度大,最大允许负载受到弹体结构的限制,因此导弹-目标视线角改变量上界较小,对各种误差精度要求较高。

## 5 结束语

防空导弹制导逻辑从中制导向末制导转换时,要保证交班时弹道参数满足末制导对弹道初始散布的要求,同时还要保证导引头可靠截获目标,本文利用弹道交班模型和导引头交班模型,提出了一种解析方法计算防空导弹中末制导交班成功概率,并运用蒙特卡罗仿真验证了该方法的正确性和可行性。在保证导弹飞行速度的情况下,提高了导弹的过载承受能力,改善了平台导航误差、跟踪雷达探测误差、导弹姿态误差、导弹惯导误差等处理精度,可有效提高防空导弹中末制导交班成功概率。另外,在给出弹道交班成功概率的情况下,利用交班模型,依据导弹所承受的机动过载允许范围和制导体制,可反推出需要的弹道参数,为防空导弹的制导方

案制定提供参考。

## 参考文献:

- [1] 张科,王延. 近距空空导弹中末制导导引头交接策略及截获概率研究[J]. 弹箭与制导学报,2006,26(1):513-517.
- [2] 常皓,徐文旭,齐占元. 导弹作战过程误差传递及末制导捕获概率分析[J]. 弹箭与制导学报,2008,28(3):81-84.
- [3] 彭琛,吴森堂. 反舰导弹中/末制导交接点目标捕获方法研究[J]. 飞行力学,2008,26(2):37-40.
- [4] 罗喜霜,张天桥. 多用途导弹中末段交班研究[J]. 弹道学报,2001,13(4):47-50.
- [5] 石章松. 基于比例导引律的机动目标跟踪算法[J]. 弹箭与制导学报,2007,27(3):7-10.
- [6] 王光辉,严建钢,纪永清,等. 一种改进的末制导雷达目标捕捉概率解析算法[J]. 海军航空工程学院学报,2002,17(5):521-524.
- [7] 邢昌凤,李敏勇,吴玲. 舰载武器系统效能分析[M]. 国防工业出版社,2007.
- [8] 潘文庚,晋耀,戴革林,等. 气动热效应对某红外导引头影响分析[J]. 装备环境工程,2011(1):29-32.