

# 巡航导弹航迹规划威胁规避方法

曾焱垚, 赵九奋

(第二炮兵工程大学, 西安 710025)

**摘要:**在地球为圆球体的假设条件下,为了实现巡航导弹飞行航迹对威胁区的有效规避,提出了基于球面几何计算方法的飞行航迹与威胁区相对位置的判定方法,并给出了相应的判定步骤;通过实例计算,证明该方法能够准确地计算出飞行航迹与威胁区的相对位置,为在地球为圆球体的假设条件下进行航迹规划提供了参考。

**关键词:**球面几何;航迹规划;威胁规避

中图分类号:TJ043

文献标识码:A

文章编号:1006-0707(2013)01-0049-04

## A Study of Threat Avoidance in Path Planning for Cruise Missile

ZENG Yan-yao, ZHAO Jiu-fen

(The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** Under the hypothesis that the earth is sphere, flight path needs to avoid the threat. Method of estimation on opposite position between path and threat is proposed based on the calculation method of spherical trigonometry. The estimation steps are also given. Through emulation calculation, it is proved that this method can estimate the opposite position between path and threat exactly. Reference can be provided to path planning under the hypothesis that the earth is sphere.

**Key words:** spherical trigonometry; path planning; threat avoidance

巡航导弹航迹规划是指在特定约束条件下,寻找导弹从初始点到目标点满足某种性能指标最优的运动轨迹。航迹规划是以实现地形跟随、地形回避和威胁回避飞行为目的的新一代低空突防技术,其目的就是要利用地形和敌情等信息,规划出生存概率最大的突防轨迹<sup>[1]</sup>。在以往的航迹规划中,将规划区简化成平面处理,点位坐标简化成平面坐标,飞行航迹简化成线段,但实际上地球是一个近似的椭球体,为了更现实的反映规划区域的性质,将地球假设成圆球体处理,坐标采用大地坐标,飞行航迹取球面上两点间的圆弧。航迹规划的过程中,需要准确判定所规划的飞行航迹与威胁区的相对位置关系,进而论证该飞行航迹是否可行。本文主要论述在地球为圆球体的假设条件下,判定飞行航迹与威胁区相对位置的方法,并验证该判定方法的可行性。

## 1 威胁环境建模

巡航导弹在其巡航阶段基本保持在一定的高度进入水

平飞行,相应地,在对威胁区进行数学建模时,可根据相应的突防高度得到某一平面威胁分布图,即基于巡航高度的水平截面的威胁分布图<sup>[2]</sup>。威胁场中主要考虑地形信息和敌火力信息。

### 1.1 地形建模

地形数据由数字地图高程数据表提供,数字地图高程数据表(DTED)以栅格(Grid)形式存储了地形高度值。对地形威胁的模型建立方式主要由两种。

第一种:基于数字地图的栅格化处理方式,在网格存储的信息中,包括该网格是否对导弹的飞行构成威胁等信息。

第二种:对巡航导弹航迹规划区内的地形威胁进行相应的预处理,采用威胁圆的方式进行建模。根据实际情况选用一系列适当半径的圆将威胁区包含在内,即可以有有效的记录威胁区的位置、大小等状况,又可以减小信息的存储量。若遇到连绵山峰的情况,可以使用几个边缘重叠的圆来表示。相邻的禁飞区以最贴近的圆包络,并记录下该圆的圆心以及

半径,不规则地形表示为若干个圆的叠加。本文采用第二种方法。

### 1.2 敌火力威胁建模

巡航导弹主要受到来自敌方的预警雷达、低空导弹、高射炮的威胁。雷达视为以雷达所处位置为球心,扫描半径为威胁半径的半球体;高射炮火力威胁视为从发射点到射程高度的圆柱体;低空导弹有相应的攻击区域,表示为由近边界到远边界的球体。在巡航高度所处的平面内,上述威胁均可处理成威胁圆,威胁圆的中心点为各种威胁的中心点,威胁圆的半径为各种威胁的作用距离。

综上所述,将地形威胁、火力威胁均处理成具有一定威胁半径的威胁圆,其表示方法为 $(L, B, R)$ ,其中 $L, B$ 分别指威胁区中心点的经、纬度坐标, $R$ 指威胁区域半径。

## 2 地球为圆球体下的大地问题解算

椭球体简化为圆球体后,求解大地问题就变成了求球面上球面三角形的问题<sup>[3]</sup>。如图1所示,在圆球体上有两点 $P_1(L_1, B_1), P_2(L_2, B_2)$ , $P_1$ 与 $P_2$ 之间的大圆弧为 $\sigma$ ,对应的弧长为 $S$ ,地球平均半径为 $R_e$ ,两点之间的方位角为 $A_{12}, A_{21}$ , $\lambda$ 为 $P_1, P_2$ 之间的经差, $P$ 点为极点, $P_1, P_2, P$ 三点组成了球面三角形。

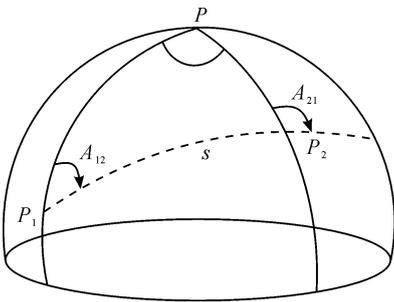


图1 圆球体上的球面三角形

### 2.1 大地问题正解公式

当已知 $L_1, B_1, \sigma, A_{12}$ ,则 $L_2, B_2, A_{21}$ 求解公式<sup>[4]</sup>如下:

$$\tan B_2 = \frac{\sin B_1}{\sqrt{1 - \sin^2 B_1 \cos^2 \sigma}} \quad (1)$$

式(1)中:

$$\sin B_2 = \sin B_1 \cos \sigma + \cos B_1 \sin \sigma \cos A_{12}$$

$$L_2 = L_1 + \lambda \quad (2)$$

$$\tan \lambda = \frac{\sin \sigma \sin A_{12}}{\cos B_1 \cos \sigma - \sin B_1 \sin \sigma \cos A_{12}}$$

$\lambda$ 的取值由表1给出。

$$\tan A_{21} = - \frac{\cos B_1 \sin A_{12}}{\sin B_1 \sin \sigma - \cos B_1 \cos \sigma \cos A_{12}} \quad (3)$$

式(3)中: $A_{21}$ 的取值由表2给出。

### 2.2 大地问题反解公式

当已知 $L_1, B_1, L_2, B_2$ ,则 $\sigma, A_{12}, A_{21}, S$ 求解公式<sup>[4]</sup>如下:

$$\tan A_{12} = \frac{p}{q} \quad (4)$$

式(4)中:

$$p = \sin \lambda \cos B_2$$

$$q = \cos B_1 \sin B_2 - \sin B_1 \cos B_2 \cos \lambda$$

$$\lambda = L_2 - L_1$$

$A_{12}$ 的取值由表3给出。

$$\tan A_{21} = - \frac{\sin \lambda \cos B_1}{\sin B_1 \cos B_2 - \cos B_1 \sin B_2 \cos \lambda} \quad (5)$$

式(5)中: $A_{21}$ 的取值由表2给出。

$$\tan \sigma = \frac{p \sin A_{12} + q \cos A_{12}}{\cos \sigma} \quad (6)$$

式(6)中:

$$\cos \sigma = \sin B_1 \sin B_2 + \cos B_1 \cos B_2 \cos \lambda$$

$\sigma$ 的取值由表4给出。

$$S = \sigma R_e \quad (7)$$

表1  $\lambda$ 的取值

$\sin A_{12}$ 符号	+	+	-	-
$\tan \lambda$ 符号	+	-	-	+
$\lambda =$	$ \lambda $	$180^\circ -  \lambda $	$- \lambda $	$ \lambda  - 180^\circ$

表2  $A_{21}$ 的取值

$\sin A_{12}$ 符号	-	-	+	+
$\tan A_{21}$ 符号	+	-	+	-
$A_{21} =$	$ A_{21} $	$180^\circ -  A_{21} $	$180^\circ +  A_{21} $	$360^\circ -  A_{21} $

表3  $A_{12}$ 的取值

$p$ 符号	+	+	-	-
$q$ 符号	+	-	-	+
$A_{12} =$	$ A_{12} $	$180^\circ -  A_{12} $	$180^\circ +  A_{12} $	$360^\circ -  A_{12} $

表4  $\sigma$ 的取值

$\cos \sigma$ 符号	+	-
$\sigma =$	$ \sigma $	$180^\circ -  \sigma $

## 3 问题求解

### 3.1 构建问题模型

当已知飞行航迹起点 $P_1(L_1, B_1)$ ,终点 $P_2(L_2, B_2)$ ,极点 $P$ ,威胁区中心点 $C(L_3, B_3)$ ,威胁区半径为 $R$ ,点 $D$ 为过 $C$

点作弧  $P_1P_2$  的垂线与弧的交点,设其坐标为  $(L_4, B_4)$ ,飞行航迹与威胁区相对位置问题就转化成了求解点  $D$  坐标  $(L_4, B_4)$ ,弧  $CD$  长  $S_{CD}$  的问题。通过  $S_{CD}$  与威胁区半径  $R$  的关系,得到航迹与威胁区的相对位置关系。如图 2 所示。

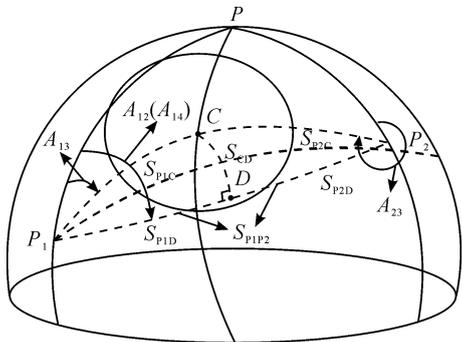


图 2 问题模型

### 3.2 算法步骤

飞行航迹与威胁区的相对位置存在 3 种情况,即飞行航迹起点或者终点在威胁区内,飞行航迹不过威胁区,飞行航迹过威胁区。具体的判定步骤:

1) 判定飞行航迹起点、终点是否在威胁区内。根据大地问题反解公式(6)(7)可以求的弧  $P_1C$  和弧  $P_2C$  的长度  $S_{P_1C}$ 、 $S_{P_2C}$ 。

分别判断  $S_{P_1C}$ 、 $S_{P_2C}$  与威胁区半径  $R$  的关系,如果两者中存在弧长小于  $R$  的情况,则说明飞行航迹起点或终点在威胁区内,退出判断;否则,说明飞行航迹的起点和终点均不在威胁区内,转 2)。

2) 判定飞行航迹所在的圆弧是否通过威胁区。计算威胁区中心点到航迹所在圆弧的距离,判断其与威胁区半径的关系,即判断弧  $CD$  长  $S_{CD}$  与半径  $R$  的关系。

通过对  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $C$ 、 $D$  的位置分析,根据  $A_{12}$ 、 $A_{13}$ 、 $A_{23}$  的大小,对  $S_{CD}$  的求解所采用的球面三角形存在如下情况,如表 5 所示。其中,  $A_{12}$ 、 $A_{13}$ 、 $A_{23}$  可由大地问题的反解公式(4)得。

表 5 不同条件下求解用三角形

变量	情况 1		情况 2	
$A_{12}$	$<180^\circ$	$>180^\circ$	$<180^\circ$	$>180^\circ$
$A_{13}$	$<180^\circ$	$>180^\circ$	$>180^\circ$	$<180^\circ$
$A_{23}$	无要求	$>180^\circ$	$>180^\circ$	无要求
求解用三角形	$CP_1D$		$CP_2D$	

以情况 1 为例,求解弧  $CD$  的长度  $S_{CD}$  及  $D$  点的大地坐标  $(L_4, B_4)$ 。

由图 2 可知:

$$\angle CDP_1 = 90^\circ, \angle CP_1D = |\angle PP_1D - \angle PP_1C|, \angle PP_1C =$$

$$A_{13}, \angle PP_1D = \angle PP_1P_2 = A_{12}。$$

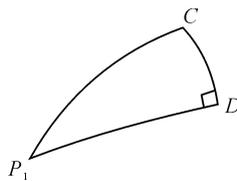


图 3 球面直角三角形

由球面直角三角形知识可得:

$$\sigma_{CD} = |\sin^{-1}(\sin\sigma_{P_1C}\sin\angle CP_1D)|$$

$$\sigma_{P_1D} = |\tan^{-1}(\tan\sigma_{P_1C}\cos\angle CP_1D)|$$

已知  $P_1(L_1, B_1)$ 、 $\sigma_{P_1D}$  及  $A_{14}$  ( $A_{14} = A_{12}$ ), 由大地问题正解公式(1)、(2)可得,点  $D$  坐标  $(L_4, B_4)$ 。

对情况 2 的求解过程与求解情况 1 相似,求解所采用的球面三角形对应为球面三角形  $CP_2D$ 。

上面已求的  $\sigma_{CD}$ , 根据大地问题反解公式(7)可得  $C$  与  $D$  之间的弧长  $S_{CD}$ , 判断其与半径  $R$  的关系,若弧长  $S_{CD}$  大于半径  $R$ , 则说明航迹不过威胁区,退出判断;否则,说明飞行航迹所在的圆弧过威胁区,转入 3)。

3) 判定飞行航迹是否过威胁区。飞行航迹所在的圆弧过威胁区可能存在两种情况:情况 1 飞行航迹过威胁区,如图 2 所示,情况 2 飞行航迹所在圆弧过威胁区,但飞行航迹不过威胁区,如图 4 所示。

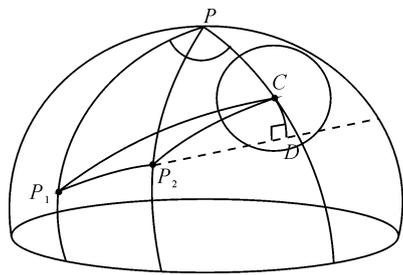


图 4 情况 2

图 4 中,点  $D$  为过  $C$  点作弧  $P_1P_2$  所在圆弧的垂线与弧的交点。

通过对图 3、图 4 的图形分析可得,若要判定飞行航迹属于那种情况,需要判定  $D$  点在弧  $P_1P_2$  之上或者在弧  $P_1P_2$  之外,即判定弧  $P_1D$  长  $S_{P_1D}$ 、弧  $P_2D$  长  $S_{P_2D}$  及弧  $P_1P_2$  长  $S_{P_1P_2}$  三者的长度关系。

已知  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $D$  的大地坐标,由公式(6)、(7)可得  $S_{P_1D}$ 、 $S_{P_2D}$  及  $S_{P_1P_2}$ 。若  $S_{P_1D}$  或者  $S_{P_2D}$  大于  $S_{P_1P_2}$ , 说明  $D$  点在弧  $P_1P_2$  之外,即飞行航迹所在圆弧过威胁区,但飞行航迹不过威胁区;否则,说明  $D$  点在弧  $P_1P_2$  之内,即飞行航迹过威胁区。

### 3.3 流程

流程见图 5。

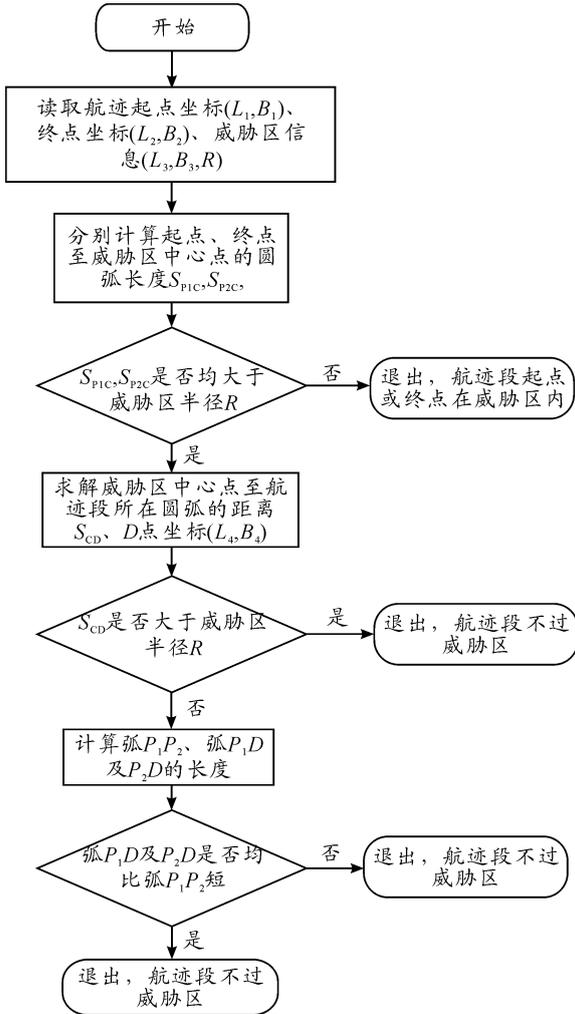


图5 计算流程

## 4 实例仿真

本实验在 Windows XP 的操作系统中运行, Matlab 编程环境。采用固定起点、终点, 在规划区域内随机产生威胁区中心点, 恒定威胁区半径, 对判定方法进行仿真计算, 仿真的初始条件如下:

规划区域选择经度  $121^{\circ} \sim 128^{\circ}$ , 纬度  $36^{\circ} \sim 40^{\circ}$  之间的区域, 威胁区半径为 50 km。地球半径取地球平均半径 6371 km。起点、终点坐标如表 6 所示。

表6 起点、终点坐标

起点、终点	经度	纬度
起点	$126.12^{\circ}$	$37.23^{\circ}$
终点	$122.68^{\circ}$	$39.60^{\circ}$

通过仿真计算得到如表 7 所示的结果。

表 7 中: 情况 1 代指飞行航迹起点或终点在威胁区内; 情况 2 代指飞行航迹所在的圆弧不过威胁区; 情况 3 代指飞行航迹所在圆弧过威胁区, 但飞行航迹不过威胁区; 情况 4 代指飞行航迹过威胁区。

通过对数据的分析可得: 该方法能够准确的判定, 在地球为圆球体的假设条件下, 飞行航迹与威胁区的位置关系。

## 5 结束语

通过对巡航导弹常见威胁及其建模形式的分析, 研究了在地球为圆球体的假设条件下, 判定飞行航迹与威胁区相对位置的方法。通过仿真, 证明该方法能够准确的判定飞行航迹与威胁区的相对位置。

表7 仿真数据

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$L_3(^{\circ})$	125.248	127.239	125.308	121.972	122.905	121.107	123.394	126.564	122.900	121.454
$B_3(^{\circ})$	37.943 9	39.048 4	39.167 7	36.811 1	36.795 3	38.987 1	37.1589	39.827 4	37.009 3	39.953 3
$S_{12}/\text{km}$	399.03	399.03	399.03	399.03	399.03	399.03	399.03	399.03	399.03	399.03
$S_{13}/\text{km}$	239.78	446.98	314.88	78.22	52.32	238.98	63.72	444.38	31.35	321.01
$S_{23}/\text{km}$	199.06	114.14	84.73	476.89	419.68	436.69	360.72	45.61	402.34	400.63
$S_{CD}/\text{km}$	90.85	108.79	8.78	8.24	49.21	236.83	48.30			294.63
$L_4(^{\circ})$			125.378		122.828		123.028			
$B_4(^{\circ})$			39.110		37.338		37.482			
$S_{14}/\text{km}$			315.130	79.138	17.769		41.564			
$S_{24}/\text{km}$			83.899	478.170	381.260		357.443			
情况	2	2	4	3	4	2	4	1	1	2