文章编号:1003－207(2012)02－0135－09

考虑专家判断信息的灰色关联极大熵权重模型

金佳佳[1],米传民[1,2],徐伟宣[2],汪群峰[1],魏亨武[1]

(1. 南京航空航天大学经济与管理学院,江苏 南京　210016;
2. 中国科学院科技政策与管理科学研究所,北京　100190)

摘　要:本文提出了一种从关联角度出发将主观先验信息与客观信息纳入约束条件从而求解综合权重的方法。在利用灰关联深度系数对实际决策问题进行客观权重判断研究的基础之上,构建了源于专家判断信息的权重势比的主观约束条件,将主客观因素同时反映在优化模型的约束条件中,并将权重的极大熵作为目标函数,保证权重判断的可信度,从而构建了确定评价指标综合权重的极大熵优化模型。该方法克服了将主客观条件直接通过线性组合作为目标函数时,主客观参数选取导致的权重大小的不确定性,并同其他赋权方法进行案例结果比较,表明了该方法的有效性。

关键词: 灰色关联分析;综合权重;极大熵;粒子群

中图分类号: C931,N94　　　**文献标识码:**A

1　引言

在社会的各种系统中,存在着大量的多指标决策问题,在决策某一具体问题的过程中,评价指标权重的确定是影响整个评价结果精确度的重要步骤。对于任何多指标评价系统,权重的错误确定,严重时会造成整个决策对象的错误判别,所以,合理的确定指标的权重对于决策问题的是否能够有效解决而言至关重要。

对于现有指标权重的确定方法,按照属性可以分为三类:以专家判断法、德尔菲法以及层次分析法为代表的主观赋权法,以熵权系数法、离差最大化法以及模糊聚类分析法为代表的客观赋权法,以及综合主、客观赋权结果的基础上研究出来的复合型赋权方法,即主客观赋权法。为了更加合理的确定指标权重,国内学者一直致力于各种权重判定方法上的探索与研究。在客观权重方面,宋国栋(1987)[1]将多目标决策的权重求解

与图论相结合,利用了已知信息来确定权系数向量,并将得分向量作为权系数向量。于洋,李一军(2003)[2]将神经网络的思想引入到绩效评价的权重设定研究。闫达文,迟国泰(2010)[3]提出了改进的群组 G2 方法来确定综合评价问题中的指标权重,解决了现有研究的算法计算出的风险态度因子难免出现的大于 1/2 的情况、导致后续过程无法确定权重的现象。陆文星,梁昌勇(2008)[4]则基于证据理论,根据各专家提供的证据间的距离来确定其客观权重。鲍新中,张建斌等人(2009)[5]通过粗糙集条件信息熵属性重要度的分析,提出了新的基于粗糙集条件信息熵的权重确定方法。尤天慧,樊治平(2003)[6]则根据离差最大化的赋权思想,提出了针对区间数指标权重的误差分析方法,使得计算出的指标权重能够较好地反映各指标信息的差异程度。

由于客观权重忽略了评价系统的实际背景,权重结果与真实情形容易出现偏差,因此将客观赋权方法与主观赋权方法相结合,成为国内外学者对权重判定研究的重要方向之一。徐泽水,达庆利(2002)[7]从现有客观赋权、主观赋权法出发,提出合理的属性权重大小应使其相应的决策与主、客观赋权下的决策结果的总偏差最小,从而引入偏差函数,构建了单目标优化模型求解属性权重。陈华友

收稿日期:2011－08－05;**修订日期:**2012－02－01

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金资助项目(70902026);中国博士后基金项目(20090450588);江苏省教育厅哲学社会科学基金项目(09SJD880034);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(NS2012029,NR2011009);国家自然科学基金面上项目(70971064)

作者简介:金佳佳(1990－),女(汉族),安徽人,南京航空航天大学经济与管理学院硕士,研究方向:多属性决策、风险管理.

(2004)[8]则基于离差最大化的思想，综合利用各种赋权法的优势，提出了一种组合赋权方法，求解最优规划模型来确定组合权重。王中兴，李桥(2006)[9]则认为需要确定的集成权重与已有的主、客观权重之间的离差平方和最小，并应使得方案的综合评价值之和尽可能的大，从而构建了线性组合的权重优化模型。丁勇，梁昌勇等(2010)[10]则针对一类属性值和属性权重信息均以语言评价信息形式给出的多属性群决策问题，认为决策群体对属性判断的偏差越大，应赋予该属性越小权重，从而对属性的主客观权重信息进行集成，提出了一种基于二元语义信息处理的主客观属性权重集成方法。陈志平(2009)[11]利用混合DEA模型，将效率评估值与专家评分值进行匹配，利用二次规划技术对风险企业的相对绩效进行了评估。程平，刘伟(2010)[12]则基于主观偏好，同时考虑专家的偏好差异以及属性的相对重要程度，将二者融合最终确定属性权重的大小。Chen 等(2011)[13]综合考虑由层次分析法与变异系数方法分别确定的主客观权重，从而对电力质量进行评估。Li 等(2010)[14]将变异系数法、德尔菲法以及熵权方法结合在一起，建立了权重计算模型，从而对电网投资回报进行测算。

基于信息熵理论的不断完善与发展，信息熵具有反映系统信息量大小的这一观点逐渐得到学者的认可，将熵理论与权重判定方法结合进行指标赋权的研究成为决策领域中的研究热点之一。汪泽焱，顾红芳(2003)[15]根据优化理论与极大熵思想，提出了一种线性组合赋权法。程启月(2010)[16]将德尔菲法与模糊数学分析方法结合，基于熵理论，提出了主客观相结合的结构熵权法。王鹏飞(2009)[17]则根据离差最大化思想，提出了用以表示指标差异性的灰距离熵，并结合极大熵思想，构建多目标规划模型，以此解决多属性决策中指标权重的判断问题。张国权，李文立(2008)[18]提出了基于最小离差和最大广义联合熵的组合赋权方法，使确定的理想组合评价权向量与所有其他方法的评价权向量之间的总体偏差为最小。姜昱汐，迟国泰等(2011)[19]认为在被评价对象的指标值与理想值之间的广义距离和充分小的情况下，追求不同赋权方法权重组合系数的信息分配最为合理，随着广义距离之和的不断变小，可以得到一组不同方法赋权后的组合权重。

国内外学者在指标综合赋权方面都做出了巨大的贡献，从国内外学者对权重大小判断上的研究可以看出：将主观判断方法与客观赋权方法相结合，在具体形式上一方面表现为主客观方法的直接线性组合，但组合中参数的确定成为影响权重结果的重要因素，加大了权重结果的不确定性；另一方面表现为根据几种赋权方法寻找权重值偏差最小的解，但根据不同的赋权方法得到的权重结果可能存在差异，同时计算量较大；基于指标差异性来判定权重大小是客观赋权的主要思路，易造成权重结果的偏离；不少国内外学者逐渐将极大熵思想运用于指标权重的研究中来，如何更好的将极大熵与指标求权糅合起来需要进一步的探索与研究，灰色关联理论作为能够反映关联性的思想方法，在综合权重确定中的研究运用尚少。

进行综合权重的判断时，从具体形式上来看，主客观赋权法多是主客观方法或是多者之间的线性组合。而主观赋权以及客观赋权二者的相对重要程度便是影响权重结果的重要参数，对主客观赋权孰轻孰重的权衡又取决于决策者的主观意识，具有一定的不确定性，因此从决策问题本身提供的信息出发，挖掘出主观赋权与客观赋权之间的内部联系才能确定出更加科学合理的权重大小。

本文针对实际的多属性决策问题，从指标关联性的角度出发，对灰色关联分析中被忽略的序列元素的内在关联性进行了深入剖析，在依据灰关联深度系数进行客观赋权的理论基础之上，着重于结合实际决策问题，将主观先验信息考虑到客观赋权中来。根据极大熵的思想，在已有信息基础上，要得到最为合理的概率分布，需使得熵值极大，因此，本文首先根据专家判断法，将度量权重大小的权重势比约束条件加入到熵值极大的优化模型中，将主观先验信息通过权重势比反映到约束条件中来，构建考虑专家判断信息的基于灰关联深度系数的主客观综合权重极大熵优化模型，避免了将主客观信息直接通过目标函数的线性组合来确定权重大小的不确定性，为多属性决策问题中指标权重的确定提供了新的思路。

2 基于灰关联深度系数的主客观综合权重极大熵模型

2.1 符号定义

假设多指标决策问题有 n 个评价对象或拟定方案，其组成评价对象集 $G=\{G_1,G_2,\cdots,G_n\}$，m 个评价指标或属性组成指标集 $T=\{T_1,T_2,\cdots,T_m\}$，第

i 个评价对象 G_i 对应于第 k 个指标 T_k 的属性值为：

$y_i(k)(k=1,2\cdots m;i=1,2\cdots n)$

则 G 对 T 的评价矩阵为：

$$Y=\begin{bmatrix} y_1(1) & y_2(1) & \cdots & y_n(1) \\ y_1(2) & y_2(2) & \cdots & y_n(2) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_1(m) & y_2(m) & \cdots & y_n(m) \end{bmatrix}$$

2.2　评价指标数据规范化

根据指标不同属性的归类，一般情况下，指标主要分为效益型、成本型以及固定型指标。其中，效益型指标值越大越好，成本型指标值越小越好，固定型指标维持某一个数值最好。考虑到不同指标属性以及量纲的不同，需对原始评价矩阵进行规范化处理，使其具有相同的效益型属性。故对效益型、成本型以及固定型评价指标原始数据分别做出如下处理：

$$x_i(k)=\frac{y_i(k)-\min\limits_i y_i(k)}{\max\limits_i y_i(k)-\min\limits_i y_i(k)} \tag{1}$$

$$x_i(k)=\frac{\max\limits_i y_i(k)-y_i(k)}{\max\limits_i y_i(k)-\min\limits_i y_i(k)} \tag{2}$$

$$x_i(k)=1-\frac{|y_i(k)-\alpha(k)|}{\max\limits_i |y_i(k)-\alpha(k)|} \tag{3}$$

其中，$\alpha(k)$ 为第 k 个固定型指标的最优属性值，$x_i(k)$ 表示第 i 个评价对象 G_i 对应于第 k 个指标 T_k 的规范化后的属性值。经过如上规范化处理过后，得到标准化的评价矩阵 X：

$$X=\begin{bmatrix} x_1(1) & x_2(1) & \cdots & x_n(1) \\ x_1(2) & x_2(2) & \cdots & x_n(2) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_1(m) & x_2(m) & \cdots & x_n(m) \end{bmatrix}$$

2.3　基本概念

本文是从评价矩阵中指标属性值变动关联性的角度考虑权重大小的配置，并同时考虑如何量化专家判断的先验信息，因此引入如下概念：

定义 1　（灰关联系数）：设 $X_i=\{x_i(k)\mid k=1,2,\cdots m\}(i=1,2,\cdots,n)$ 为评价矩阵 X 的列向量，表示第 i 个评价对象 G_i 对应于指标集 T 的评价向量，称之为系统行为序列，$X_0=(x_0(1),x_0(2),\cdots,x_0(m))$ 为规范化后 m 个评价指标属性值的最大取值组成的序列，称之为参考序列，令

$$\gamma(X_i(k),X_0(k))=\frac{(\Delta_{\min}+\rho\Delta_{\max})}{(\Delta_i(k)+\rho\Delta_{\max})} \tag{4}$$

其中：

$$\Delta_{\min}=\min_i\min_k|x_i(k)-x_0(k)| \tag{5}$$

$$\Delta_{\max}=\max_i\max_k|x_i(k)-x_0(k)| \tag{6}$$

$$\Delta_i(k)=|x_i(k)-x_0(k)| \tag{7}$$

其中，$k=1,2,\cdots,m$，分辨系数 $\rho\subset(0,1)$，一般取 $\rho=0.5$，$\Delta_{\min}$、$\Delta_{\max}$ 表示所有系统行为序列 X_i 与参考序列 X_0 各个元素值绝对差的最大值、最小值，则 $\gamma(X_i(k),X_0(k))$ 称为系统行为序列 X_i 与参考序列 X_0 关于第 k 个元素的灰关联系数，在此可表征不同方案与最优方案的各个指标值之间的关联程度。

灰色系统理论中的灰色关联分析，是基于确定序列之间关联程度的目的进行度量与分析，通常在进行灰关联分析的同时，行为序列各个元素属性的内在关联性也得到了一定的体现，但这种在灰色关联分析中的元素与元素之间的内在关联性常常被人们所忽略。在进行指标权重的确定方法的研究中，针对某评价矩阵，这种指标元素属性之间的内在关联性意味着指标之间的关联信息的存在，一定程度上反映了不同指标之间不同的相对重要程度。为了指标权重的模型构建，需对序列元素之间的内在关联性进行量化，因此在这里提出如下灰关联深度系数的概念，在权重设定研究中，它能在一定程度上反映评价序列中各指标元素相对重要程度的大小。

定义 2　（灰关联深度系数）：设 $\gamma(X_i(k),X_0(k))$ 为第 i 个系统行为序列 $X_i=\{x_i(k)\mid k=1,2,\cdots m\}$，$i=1,2,\cdots,n$. 与参考序列 $X_0=(x_0(1),x_0(2),\cdots,x_0(m))$ 的灰关联系数，令

$$q_i(k)\stackrel{\Delta}{=}\frac{\gamma(X_i(k),X_0(k))}{\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma(X_i(k),X_0(k))} \tag{8}$$

则 $q_i(k)$ 称为第 i 个系统行为序列 X_i 对应于第 k 个元素的灰关联深度系数，可表征不同指标之间关联性的显著程度。

从而可以得到 n 个评价对象或拟定方案的关联深度系数矩阵的列向量：$Q_i=\{q_i(k)\mid k=1,2,\cdots m\}$，$i=1,2,\cdots n$。

在实际决策问题中，评价系统本身给出的客观信息只能部分反映出权重信息的一部分，与实际决策可能存在偏差。为了结合评价系统的实际背景，本文考虑引入主观约束条件，以使得权重尽可能小

的偏离实际情况。专家一般可根据多年实践经验或专业知识的运用，对部分指标提出较为明确的权重排序，以此减小理论与现实的差距。为了方便后文权重模型的构建，提出权重势比的概念，表征先验信息的部分指标的相对重要程度。

定义 3 （权重势比）设 w_α，w_β 分别为第 α 个指标 T_α 以及第 β 个指标 T_β 的权重大小，则称 $\lambda_{\alpha\beta}$ 为 T_α 相对于 T_β 的权重势比。其中，

$$\lambda_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \dfrac{w_\alpha}{w_\beta} \geqslant 1 \\ 0 & \dfrac{w_\alpha}{w_\beta} < 1 \end{cases} \tag{9}$$

其中，$\alpha < \beta, \alpha, \beta = 1, 2, \cdots, m$。权重势比 $\lambda_{\alpha\beta}$ 可用来表示第 α 个指标 T_α 相对于第 β 个指标 T_β 的相对重要程度。

2.4 考虑专家判断信息的综合权重极大熵模型

在对评价指标的权重进行确定时，针对评价系统的客观评价矩阵，只有通过各指标传递给决策者的信息量大小来确定其权数。根据极大熵准则，在已知部分信息的基础上，根据一定的约束条件，权重熵值达到最大的权重取值可能性最大。由此，基于极大熵准则，确定指标权重的熵值极大作为优化模型的目标函数，并构建基于灰关联深度系数的综合权重极大熵模型的约束条件：

(1)权重势比约束

在实际多属性决策过程中，根据决策信息本身求解得出的客观权重，某些指标的重要程度在实际决策过程中往往存在着显著差异性，由于这种差异性，严重时会造成决策结果的错误。因此，在对指标权重进行配置需综合主观先验信息，在客观权重信息基础上，加入专家判断法或德尔菲法等方法得到的主观信息，从而实现理论与实践的相结合，确保权重配置更高的合理性。在决策过程中，专家可根据多年的实践经验或专业知识对评价指标的相对重要程度进行判断，为了使权重模型的结果不背离现实，将根据专家判断法得出的主观先验信息加入到极大熵模型的约束条件中来。同时，考虑到专家很难对所有指标的重要程度进行明确的判断，但往往可以对重要程度较大的指标区分开来，因此，本文将专家对部分权重区分度较大的指标确定权重势比排序结果，并将其加入极大熵模型的约束条件中来，如下所示：

$$\lambda_{\alpha\beta} = 0 \ or\ 1 \tag{10}$$

其中，$\alpha < \beta, \alpha, \beta = 1, 2, \cdots, m$。

(2)权重期望变动约束

灰关联深度系数反映了不同序列元素在各个行为序列所表现出的内在变动规律性的显著程度。在多属性决策问题中，将每个待评方案与最优方案做出灰关联分析之后，得出的灰关联系数在一定程度上反映了不同指标之间的关联性以及不同指标与方案之间的规律性。此时，灰关联深度系数则量化了不同指标在方案之间的变动的内在显著性，即从不同方案以及不同指标两个角度反映了指标属性变动的内在规律性，一定程度上反映了各个指标的重要程度。因此，在指标求权过程中，可以将灰关联深度系数引入，根据这种不同指标的变动的显著程度，确定不同指标的重要程度，从而根据不同待评方案，确定每个指标的权重大小的变化范围。

根据上述指标求权思想，某一指标的客观权重的范围可由灰关联深度系数的大小来确定，而专家对权重的比较判别结果：权重势比，可作为主观约束条件之一。

构建权重变动范围约束如下：

$$w_k \in [\min(q_i(k)), \max(q_i(k))] \tag{11}$$
$$i = 1, 2 \cdots n, k = 1, 2, \cdots, m$$

其中，$\max(q_i(k))$、$\min(q_i(k))$ 表示第 i 个系统行为序列 X_i 对应于第 k 个指标 T_k 的灰关联深度系数的最大值、最小值。

(3)权重方差波动约束

同时，根据极大熵准则的思想，需要充分利用现有决策信息，因此可根据每个指标不同灰关联深度系数变动的方差大小确定指标权重的方差波动范围，可引入指标权重方差的约束条件如下：

$$\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}(w_k - \frac{1}{m})^2 \subset (\min(D(k)), \max(D(k)))$$
$$k = 1, 2, \cdots, m \tag{12}$$

其中，$D(k) = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(q_i(k) - \dfrac{1}{n})^2$ 表示第 k 个指标 T_k 不同灰关联深度系数变动的方差大小，$\min(D(k))$ 和 $\max(D(k))$ 分别表示所有指标灰关联深度系数变动的最大、最小方差。

(4)建立指标权重的极大熵模型：

利用步骤(1)、(2)、(3)中的权重势比、期望变动以及方差波动约束，构建考虑专家判断的权重极大熵模型如 P_1 所示。其中，$i = 1, 2 \cdots n, k = 1, 2, \cdots, m, \alpha < \beta, \alpha, \beta = 1, 2, \cdots, m$。

$$\max F(w) = -\sum_{k=1}^{m} w_k \ln w_k$$

$$s.t\begin{cases}\sum_{k=1}^{m} w_k = 1; w_k \subset (0,1) \\ \lambda_{\alpha\beta} = 0\, or\, 1 \\ w_k \in [\min(q_i(k)), \max(q_i(k))] \\ \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}(w_k - \frac{1}{m})^2 \subset (\min(D(k)), \max(D(k))) \\ D(k) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(q_i(k) - \frac{1}{n})^2 \\ q_i(k) = \gamma(X_i(k), X_0(k)) / \sum_{i=1}^{n}\gamma(X_i(k), X_0(k)) \\ \gamma(X_i(k), X_0(k)) = (\Delta_{\min} + \rho\Delta_{\max})/(\Delta_i(k) + \rho\Delta_{\max}) \\ \Delta_{\min} = \min_i \min_k |x_i(k) - x_0(k)|, \Delta_{\max} = \min_i \min_k |x_i(k) - x_0(k)| \\ \Delta_i(k) = |x_i(k) - x_0(k)| \\ i = 1,2\cdots n; k = 1,2,\cdots,m; \alpha < \beta, \alpha,\beta = 1,2,\cdots,m\end{cases} \quad (P_1)$$

(5)模型求解

由于加入了主观性的权重势比及方差波动的约束条件,上述极大熵模型 P_1 为一个复杂的非线性约束优化问题。本文运用优化领域中的粒子群优化算法(particle swarm optimization,PSO)进行求解。PSO 是 Kennedy 博士和 Eberhart 博士源于对鸟群群体运动行为的研究,于 1995 年提出的一种基于群体智能的优化算法,同时提出了最早的简单粒子群优化算法模型。但由于最早的 PSO 算法易陷于局部极值点,进化后期收敛较慢,国内外学者经过不断深入研究,提出了带惯性因子的粒子群优化算法等改进的优化算法,从而尽可能的实现全局最优。由于模型 P1 是由非线性目标函数以及具有等式约束、不等式约束构成的复杂优化问题,本文采用基于罚函数法的带惯性因子的粒子群优化算法对其进行求解,该算法能够有效解决有约束条件情况下的非线性优化问题。结合粒子群算法理论,针对模型 P_1,作如下假设:

假设在一个 m 维的目标搜索空间中,有 R 个粒子组成一个群落,其中第 r 个粒子在 m 维搜索空间中的位置表示为一个 m 维向量,每个粒子的位置代表一个潜在的解。结合模型 P_1,设:

$\overrightarrow{w_r} = (w_{r1}, w_{r2}, \cdots, w_{rm})$ 为粒子 r 的当前位置,表征粒子 r 对应的权重解向量;

$\overrightarrow{v_r} = (v_{r1}, v_{r2}, \cdots, v_{rm})$ 为粒子 r 当前飞行速度;

$\overrightarrow{p_r} = (p_{r1}, p_{r2}, \cdots, p_{rm})$ 为粒子 r 所经历的最好位置,表征粒子 r 对应的最优权重解向量;

$\overrightarrow{p_g} = (p_{g1}, p_{g2}, \cdots, p_{gm})$ 为整个粒子群迄今搜索的最优位置,表征粒子群中符合模型 P_1 的全局最优权重解向量;

采用罚函数法的粒子群优化算法的求解步骤为:

①采用罚函数法转化目标函数:

$$\min F(\sigma, w) = \sum_{k=1}^{m} w_k \ln w_k + \sigma(|\sum_{k=1}^{m} w_k - 1 = 0| + \sum_{u=1}^{U} |\max(0, H_u(w)|) \quad (13)$$

其中,$H_u(w)$ 表示模型 P_1 所有不等式约束条件中满足 $H_u(w) \geqslant 0$ 形式的函数式,U 为所有不等式约束条件的个数,σ 为惩罚因子。该目标函数可作为粒子群算法中的适应度函数计算各个粒子的适应值大小;

②确定粒子群算法中的相关参数:根据实际问题的需要确定相关参数,包括粒子个数、粒子维数、飞行速度的上下界、加速度、惯性因子,最大迭代次数等参数;

③计算粒子的适应值:将 $\overrightarrow{w_r}$ 带入适应度函数就可确定各个粒子所在位置的适应值大小,从而根据适应值的大小判断 $\overrightarrow{w_r}$ 的优劣;

④对于每个粒子,将其适应值与所经历过的最优位置的适应值进行比较,若较好,则将其作为当前的最优位置;

⑤对于每个粒子,将其适应值与全局所经历的最优位置的适应值进行比较,若较好,则将其作为当前的全局最优位置;

⑥根据如下粒子群的迭代公式进行粒子更新：

$$v_{rk}(t+1)=w^{*}v_{rk}(t)+c_1r_{1k}(t)(p_{rk}(t)-w_{rk}(t))+c_2r_{2k}(t)(p_{rk}(t)-w_{rk}(t))$$

$$w_{rk}(t+1)=w_{rk}(t)+v_{rk}(t+1) \tag{14}$$

其中，下标 r 表示第 r 个粒子，k 表示粒子的第 k 维，t 表示迭代进行到第 t 代，w^{*} 为粒子群算法中需要设置的惯性因子，一般取值区间为［0.9，1.2］。c_1，c_2 为加速度常数，通常在［0，2］之间取值，c_1 调节粒子向自身最优位置飞行的步长，c_2 调节粒子向全局最优位置飞行的步长。$r_{1k}(t)\sim U(0,1)$，$r_{2k}(t)\sim U(0,1)$ 为两个相互独立的随机函数，为了减小在进化过程中粒子离开搜索空间的可能性，v_{rk} 通常限定于一定范围内，迭代中若粒子的位置与速度超出了对其限定的范围，则取边界值。

⑦根据设定的终止条件，停止迭代，得到模型的最优解；如未达到终止条件，则返回步骤③。通常将选择将最大迭代次数的值或最小误差设为终止条件。

3 案例分析

本文选择软件开发过程可信风险的判别为背景，并基于软件开发过程中可信的属性，确定复杂性、可靠性两个要素层，选取预计项目历时、最大团队规模、项目工作量作为复杂性指标，以及项目交付速率、缺陷数作为可靠性指标。从 ISBSG（国际软件基准标准组）数据库获得八个项目的相关数据，对八个项目的开发过程进行可信性评估，原始数据如表 1 所示。

表 1 软件开发过程可信风险判别原始数据

指标 项目	预计项目 历时	最大团队 规模	项目 工作量	项目 交付速率	缺陷数
1	28.000	11.000	61891.000	16.800	61.000
2	12.000	21.000	25401.000	65.400	102.000
3	37.000	8.000	23349.000	4.700	11.000
4	20.000	9.000	8963.000	34.600	1.000
5	13.000	5.000	5078.000	15.200	14.000
6	5.000	10.000	3887.000	19.400	5.000
7	4.000	2.000	703.000	6.300	3.000
8	1.500	53.000	450.000	4.700	4.000

（1）指标的权重确定

首先，根据专家判断法对上述五大指标的权重势比的大小进行判定：

$\lambda_{13}=1$，$\lambda_{42}=1$

对如上评价矩阵进行规范化处理过后，根据公式（4）、（5）、（6）、（7），取 $\rho=0.5$ 求出各指标与评价对象之间的灰色关联系数矩阵如表 2 所示；并根据灰色关联系数矩阵，利用公式（8）得到如下反映权重信息的灰色关联深度系数矩阵，如表 3 所示。

根据方差计算公式：

$$D(k)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(q_i(k)-\frac{1}{n})^2$$

其中，$k=1,2,\cdots,5$，$n=8$，求得每项指标的灰关联深度系数的方差大小分别为：

$D(1)=0.002128$；$D(2)=0.001197$；

$D(3)=0.001598$；$D(4)=0.003795$；

$D(5)=0.004112$

为了得出各个评价指标的权重大小，建立极大熵模型如 P_2 所示。

根据基于罚函数的粒子群优化算法，得到软件开发过程中可信风险评价指标的权重如表 4 所示。

同时，本文选择较为常用的主观赋权的德尔菲法以及客观赋权的熵权系数法作为本文模型的对比方法，并根据各自权重计算结果判别 8 个项目的可信性。根据德尔菲法以及熵权系数法计算的权重结果均如表 4 所示。

$$\max F=-\sum_{k=1}^{5}w_k\ln w_k$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} w1+w2+w3+w4+w5=1; \\ w1>w3, w4>w2 \\ w1\subset(0.064461,0.193382); \\ w2\subset(0.05654,0.169619); \\ w3\subset(0.055543,0.166628); \\ w4\subset(0.091050,0.273149); \\ w5\subset(0.09190,0.275710); \\ \frac{1}{8}\sum_{k=1}^{5}(w_k-\frac{1}{5})^2\subset(0.001197,0.004112) \end{cases} \tag{P_2}$$

表 2 灰关联系数矩阵

指标 项目	预计项目 历时	最大团队 规模	项目 工作量	项目交付 速率	缺陷数
1	0.401	0.739	0.333	0.384	0.552
2	0.628	0.573	0.552	1.000	1.000
3	0.333	0.810	0.573	0.333	0.357
4	0.490	0.785	0.783	0.496	0.333
5	0.607	0.895	0.869	0.377	0.365
6	0.835	0.761	0.899	0.398	0.342
7	0.877	1.000	0.992	0.339	0.338
8	1.000	0.333	1.000	0.333	0.340

表 3　灰关联深度系数矩阵

项目\指标	预计项目历时	最大团队规模	项目工作量	项目交付速率	缺陷数
1	0.078	0.125	0.056	0.105	0.152
2	0.122	0.097	0.092	0.273	0.276
3	0.064	0.137	0.095	0.091	0.098
4	0.095	0.133	0.130	0.136	0.092
5	0.117	0.152	0.145	0.103	0.101
6	0.162	0.129	0.150	0.109	0.094
7	0.170	0.170	0.165	0.093	0.093
8	0.193	0.057	0.167	0.091	0.094

表 4　不同赋权方法的权重计算结果

指标	本文模型	德尔菲法	熵权系数法
预计项目历时	0.193	0.231	0.195
最大团队规模	0.170	0.162	0.223
项目工作量	0.088	0.214	0.194
项目交付速率	0.273	0.194	0.198
缺陷数	0.276	0.308	0.190

本文模型计算结果显示，项目交付速率以及缺陷数属于权重值较高的指标，而预计项目历时以及最大团队规模的权重一般，最低的为项目工作量。这比较符合实际情况。在软件开发过程中，软件系统日趋复杂与庞大，其漏洞与缺陷的发生，将会给开发者带来一定经济损失，在使用过程中，用户也承担发生故障而带来损失的风险，因此缺陷数在软件可信分析中一般具有较高的重要性。而项目的工作量虽表征了软件开发中投入的人力大小，但更注重的理应为工作效率的高低而非工作量的大小，因此项目工作量的权重一般较低，同时，项目的交付速率成为人们重视的因素之一。

由表 4 可知，熵权系数法易于将权重结果平均化，难以突出不同指标的相对重要程度，而根据考虑专家判断信息的极大熵权重模型，则可以在不需要设定任何参数的情况下，将主客观方法较为有效的结合在一起，使得权重结果既尽可能的符合决策问题本身，又可以顾及专家的实际经验，从而确定更为合理科学的权重大小。

(2)项目的可信性分析

项目开发过程中可信风险评估分为三类：可信、部分可信、不可信。由于聚类指标意义不同，且在数量上悬殊很大，故采用灰色定权聚类。通过以上综合权重的计算结果，根据如下灰色典型、上限、适中以及下限白化权函数对八大项目进行不同可信度的聚类。

$f_1^1[10,20,30,40]$，$f_1^2[5,25,-,45]$，$f_1^3[40,50,-,-]$

$f_2^1[0,10,20,30]$，$f_2^2[0,30,-,60]$，$f_2^3[40,60,-,-]$

$f_3^1[10,20,40,50]$，$f_3^2[10,55,-,100]$，$f_3^3[-,-,5,10]$

$f_4^1[-,-,10,40]$，$f_4^2[40,45,75,80]$，$f_4^3[80,100,-,-]$

$f_5^1[-,-,20,40]$，$f_5^2[20,40,50,70]$，$f_5^3[70,100,-,-]$

其中，$f_k^s(\cdot)$ 为 k 指标 s 子类白化权函数($k=1,2,\cdots,5;s=1,2,3$)，并根据 $\sigma_i^s=\sum_{k=1}^{m}f_k^s(x_i(k))\cdot\eta_k(i=1,2,\cdots,8)$ 求得对象 i 属于 s 灰类的灰色定权的聚类系数。

$$\sigma_1=(\sigma_1{}^1,\sigma_1{}^2,\sigma_1{}^3)=(0.5989,0.6524,0.0000)$$
$$\sigma_2=(\sigma_2{}^1,\sigma_2{}^2,\sigma_2{}^3)=(0.1624,0.1653,0.6841)$$
$$\sigma_3=(\sigma_3{}^1,\sigma_3{}^2,\sigma_3{}^3)=(0.7117,0.3603,0.0881)$$
$$\sigma_4=(\sigma_4{}^1,\sigma_4{}^2,\sigma_4{}^3)=(0.3639,0.2258,0.4665)$$
$$\sigma_5=(\sigma_5{}^1,\sigma_5{}^2,\sigma_5{}^3)=(0.2725,0.8806,0.0000)$$
$$\sigma_6=(\sigma_6{}^1,\sigma_6{}^2,\sigma_6{}^3)=(0.5400,0.6299,0.2030)$$
$$\sigma_7=(\sigma_7{}^1,\sigma_7{}^2,\sigma_7{}^3)=(0.5353,0.7585,0.0846)$$
$$\sigma_8=(\sigma_8{}^1,\sigma_8{}^2,\sigma_8{}^3)=(0.1238,0.6837,0.2578)$$

最后，根据 $\max\limits_{1\leqslant s\leqslant 3}\{\sigma_i{}^s\}=\sigma_i{}^{s*}$ 判断对象 i 属于灰类 s^*，$1\leqslant s^*\leqslant 3$。同时，$\sigma_i{}^{k*}$ 可看作对象 i 属于灰类 s^* 的可信度大小，可结合聚类结果作为判断不同赋权方法的优劣的依据。

$$\max_{1\leqslant s\leqslant 3}\{\sigma_1^s\}=\sigma_1^2,\max_{1\leqslant s\leqslant 3}\{\sigma_2^s\}=\sigma_2^3,\max_{1\leqslant s\leqslant 3}\{\sigma_3^s\}=\sigma_3^1,\max_{1\leqslant s\leqslant 3}\{\sigma_4^s\}=\sigma_4^3,\max_{1\leqslant s\leqslant 3}\{\sigma_5^s\}=\sigma_5^2,\max_{1\leqslant s\leqslant 3}\{\sigma_6^s\}=\sigma_6^2,\max_{1\leqslant s\leqslant 3}\{\sigma_7^s\}=\sigma_7^2,\max_{1\leqslant s\leqslant 3}\{\sigma_8^s\}=\sigma_8^2$$

根据上式可知，编号为 3 的软件开发项目为可信，编号为 1、5、6、7、8 的软件开发项目为部分可信，编号为 2、4 的软件开发项目为不可信。

对照八个软件开发项目的可信判别指标的原始数据，项目 3、6 的各指标都基本在可信正常值的范围，而项目 2、4 的多数指标超过可信正常值的范围，项目 1、5、7、8 只有部分指标的数据超过可信正常值的范围。与根据原始数据的判别结果相比，本文模型除了将可信项目 6 判定为部分可信，其他判定结果同原始数据的判定均一致，未增加项目开发风险。依据德尔菲法的权重大小得到的聚类结果，虽判断的平均可信度较高，但较为严重的是将本为不可信的项目 4 判定为可信项目，导致严重的项目开发错误，增加软件项目开发的风险，因此纯粹根据专家判断方法确定各个评价指标的权重会由于专家人员的

不同导致决策结果较为严重失误。同时,由表 5 可知,熵权系数法得到的软件项目的聚类结果与运用本文模型计算得到的权重进行聚类的结果一致,但从可信度来看,根据熵权系数法计算出的结果中有 6 个项目聚类结果的可信度均低于本文提出的考虑专家判断的极大熵模型的聚类结果,平均可信度为 61.975%也低于本文提出模型的平均可信度 68.344%,由此可以看出,本文提出的考虑专家判断的极大熵模型比其他主、客观赋权方法更好的佐证权重结果的有效性。

表 5 不同赋权方法的结果对比

方法	原始数据	本文模型		德尔菲法		熵权法	
项目	可信性	可信性	可信度	可信性	可信度	可信性	可信度
项目 1	部分可信	部分可信	65.239%	部分可信	76.520%	部分可信	66.604%
项目 2	不可信	不可信	68.413%	不可信	62.980%	不可信	56.596%
项目 3	可信	可信	71.169%	可信	65.604%	可信	60.216%
项目 4	不可信	不可信	46.653%	可信	52.100%	不可信	39.294%
项目 5	部分可信	部分可信	88.060%	部分可信	96.849%	部分可信	87.381%
项目 6	可信	部分可信	62.988%	部分可信	81.146%	部分可信	68.413%
项目 7	部分可信	部分可信	75.853%	部分可信	72.747%	部分可信	64.594%
项目 8	部分可信	部分可信	68.374%	部分可信	66.177%	部分可信	52.703%
平均可信度			68.344%		71.770%		61.975%

4 结语

针对评价指标综合权重的设定问题,本文针对实际决策问题,根据极大熵准则,构建了权重熵值极大的目标函数,从而确保权重大小的合理性。同时,根据灰关联深度系数从指标关联性角度来对指标进行赋权,避免了根据离差最大化思想可能造成权重结果失真的情形。并着重将专家判别的权重势比结果作为约束条件,将主观先验条件有效融合到优化模型中去,避免了普通主客观赋权法中直接线性组合中参数选取对权重结果的影响,构建了考虑专家判断的基于灰色关联深度系数的综合权重极大熵模型,并根据粒子群优化算法进行求解。该方法根据评价系统自身的内在规律性以及实际决策问题中的已有先验信息,从而较之完全的客观赋权更为合理的给出了评价指标的权重大小。同时,可将该方法运用于不同决策问题中,扩充了决策领域权重设定这一方面的新思路与新方法。最后结合具体评价决策问题,运用考虑专家判断的综合权重极大熵模型计算出各指标的权重大小,并对比德尔菲法与熵权系数法的权重计算结果,论证了该方法具有较好的可行性,并根据不同赋权方法得到的评价结果佐证了考虑专家判断的极大熵模型相对其他赋权方法的有效性。

参考文献:

[1] 宋国栋. 求多目标决策加权和权系数的图论方法[J]. 控制与决策,1987,(3):23-27.

[2] 于洋,李一军. 基于多策略评价的绩效指标权重确定方法研究[J]. 系统工程理论与实践,2003,(8):8-15.

[3] 闫达文,迟国泰. 基于改进群组 G2 的指标赋权方法的研究[J]. 系统工程学报,2010,25(4):540-545.

[4] 陆文星,梁昌勇,丁勇. 一种基于证据距离的客观权重确定方法[J]. 中国管理科学,2008,16(6):95-98.

[5] 鲍新中,张建斌,刘澄. 基于粗糙集条件信息熵的权重确定方法[J]. 中国管理科学,2009,17(3):131-135.

[6] 尤天慧,樊治平. 区间数多指标决策中确定指标权重的一种客观赋权法[J]. 中国管理科学,2003,11(2):92-95.

[7] 徐泽水,达庆利. 多属性决策的组合赋权方法研究[J]. 中国管理科学,2002,10(2):81-85.

[8] 陈华友. 多属性决策中基于离差最大化的组合赋权方法[J]. 中国管理科学,2004,26(2):194-197.

[9] 王中兴,李桥. 依据主、客观权重集成最终权重的一种方法[J]. 应用数学与计算数学学报,2006,20(1):88-92.

[10] 丁勇,梁昌勇,朱俊红,陆文星. 群决策中基于二元语义的主客观权重集成方法[J]. 中国管理科学,2010,18(5):165-170.

[11] 陈志平. 确定风险企业评价体系中各指标权重的新方法[J]. 系统工程学报,2009,24(3):375-379.

[12] 程平,刘伟. 多属性群决策中一种基于主观偏好确定属性权重的方法[J]. 控制与决策,2010,25(11):1645-1650.

[13] Chen,W.,Hao,X. H.. An optimal combination weights method considering both subjective and objective weight Information in power quality evaluation[J]. Lecture Notes in Electrical Engineering,2011,(87):97-105.

[14] Li,W.,Chen,G. F.,Duan,C.. Research and implementation of index weight calculation model for power grid invest-ment returns[J]. Lecture Notes in Com-pu-

ter Science, 2010, 6318: 44－52.
[15] 汪泽焱,顾红芳.一种基于熵的线性组合赋权法[J].系统工程理论与实践, 2003, (3):112－116.
[16] 程启月.评测指标权重确定的结构熵权法[J].系统工程理论与实践,2010,30(7):1225－1228.
[17] 王鹏飞.基于灰熵的不确定多属性决策问题研究[D].南京航空航天大学,2009.
[18] 张国权,李文立,王明征.基于离差函数和联合熵的组合赋权方法[J].管理学报,2008,5(3):376－380.
[19] 姜昱汐,迟国泰,严丽俊.基于最大熵原理的线性组合赋权方法[J].运筹与管理,2011,20(1):53－59.
[20] 林玉娥.粒子群优化算法的改进及其在管道保温优化设计中的应用[D].大庆石油学院硕士论文,2006.
[21] 罗金炎.一种求解非线性约束优化问题的粒子群优化算法[J].温州大学学报,2012,33(1):1－5.

The Maximum Entropy Empowerment Model for Evaluating Index Considering the Expert Evaluation Information

JIN Jia-jia[1], MI Chuan-min[1,2], XU Wei-xuan[2], WANG Qun-feng[1], WEI Heng-wu[1]
(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. Institute of Policy and Management, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: For comprehensive determining indexes' weight of the multi-attribute decision-making, the article proposes a method considering prior subjective information and objective information into constraints from the angle of the association to estimate the indexes' synthesis weight. Based on solving the objective weight using the grey correlation deep coefficient on the actual decision problem, this paper focuses on building the subjective constraint condition constructed with the potential ratio of index weight confirmed by specialist which confirm that the subjective and objective factors can be reflected simultaneously in the constraint conditions of the optimization model. The maximum entropy optimization model is built to ensure the credibility of the weight judgment, thus establishing the maximum entropy optimization model for synthesis weights. This method overcomes the uncertainty of weight because of the subjective and objective parameter selection when the subjective and objective conditions are directly grouped through the linear objective function. Finally, comparison with another methods based on a numerical example shows a better effectiveness and practicability of this method.

Key words: grey correlation analysis; synthesis weight; maximum entropy; particle swarm optimization