文章编号:1003－207(2012)05－0163－10

多属性隐式变权决策分析方法

李春好[1],杜元伟[2],孙永河[2],田　硕[1]

(1. 吉林大学管理学院,吉林 长春　130022;2. 昆明理工大学管理与经济学院,云南 昆明　650093)

摘　要: 为克服多因素变权决策方法的内在缺陷,基于 Belton 和 Gear 提出的 B/G-AHP 层次分析原理给出了一种隐含式的多属性变权决策建模思想,并运用该思想给出了一种多属性变权决策新方法。它相对于多因素变权决策方法具有三方面的比较优势。其一,依赖的变权偏好信息直接由决策者给出,因而能够克服决策分析者对决策结果的主观武断性影响,更好地反映决策者的真实偏好。其二,不会受到由因素的属性值转化为偏好值所额外引入的主观测度偏差的干扰。其三,对决策者主观判断可能存在的误差予以了旨在弱化其影响的优化控制。数值分析表明新方法拥有较好的变权能力,并且相对于已有方法能够给出更易为决策者所接受的评价结论,因而具有较好的应用有效性。

关键词: 多属性决策;隐式变权;决策分析;层次分析法

中图分类号: N94; O159　　　**文献标识码:** A

1　引言

在多属性评价与决策过程中,决策属性的权重直接关系到方案排序结果的科学合理性[1－3]。为了对决策属性予以合理赋权,学术界迄今已提出了多种客观赋权法、主观赋权法以及综合主、客观赋权法的组合赋权方法[4]。一般说来,在以这些赋权方法为基础的多属性决策研究中,选用方案在各个属性上其属性值的偏好的线性加权平均值来判别方案的优劣,是最为普遍的作法[1－4]。由于属性权重相对各个待评价方案保持不变,因而上述作法被称为常权综合或固权综合,其采用的评价模型相应地被称为常权(或固权)综合评价模型[5－10]。Zhang 等[11],Kojadinovic 等[12]认为这种常权综合具有片面性,在解决实际决策问题时会导致不合理的决策结果。为此,在 Zhong 等[11]提出的变权思想基础上, Li[5]和李德清等[6－8]基于因素空间理论进行了持续研究,建立了因素权重相对因素状态变化而变化的多因素变权决策架构体系,分别给出了惩罚型变权、激励型变权等公理化定义,讨论了状态变权向量与均衡函数之间的关系以及它们的构造方法。

然而,关于多因素变权决策的已有研究依赖的是一种"由因素的固权生成因素的变权"的技术路线,试图通过判断因素(即决策属性)的固权和构造因素的状态变权来得出因素的变权权重[8－9]。从上述技术路线上看,关于多因素变权决策的已有研究尚明显存在两方面缺陷。其一,固权概念的使用与多因素变权决策方法构建的核心思想——因素的权重相对因素状态值(该概念从内涵上讲实际上即是多属性决策领域为学者所普遍使用的单属性偏好值)变化而变化——在逻辑上并不一致。这主要体现在已有研究一方面强调属性权重应变化,另一方面又同时假定决策问题存在着固定不变的属性权重,但关于固权与变权之间的内在联系却缺乏理性解释。具体地讲,现有研究并没有给出与状态变权相联系的固权的特定内涵,在这种情况下人们即使能接受利用均衡函数在所谓均衡(即各个属性的单属性偏好值彼此相等)的条件下构造状态变权权重的合理性,也无法接受利用构造出来的状态变权权重和内涵缺乏定义的固权权重去构造因素变权权重的科学合理性[8－9]。针对上述问题,有的学者认为由固权生成变权的技术路线存在逻辑错误,并认为变权决策中应先有变权后有固权,固权仅是变权的近似[10]。其二,现有研究尽管或直接或由几种均衡

收稿日期:2010－07－20;修订日期:2012－08－05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70971054);教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-09-0419);教育部人文社会科学研究规划基金资助项目(09YJA630047);吉林大学杰出青年基金资助项目(2010GL);吉林大学"985"工程资助项目

作者简介:李春好(1967－),男(汉族),辽宁盖州人,吉林大学管理学院教授,博导,博士/出站博士后(日本京都大学),研究方向:复杂系统管理决策.

函数间接地给出了多种关于因素状态变权的表达式，但关于多因素变权评价决策的关键即如何选择表达式中的参数以体现实际问题的变权规律、恰当反映决策者的选择偏好，目前在研究上仍近乎空白。由此易见，在应用多因素变权决策方法时，决策分析者因缺乏合理描述决策者具体偏好行为的信息提取手段，只能笼统地加以选取有关变权参数，这样由方法给出的决策结果便会明显存在着过强的主观武断性[8]。李德清等[8]和张丽娅等[9]虽注意到该问题并试图通过调权水平或态度因子来确定因素状态变权表达式中的参数，但在调权水平或态度因子的确定上也没有与决策者的选择偏好建立起内在联系，因而也同样明显存在着主观武断问题。

为克服上述缺陷，下文基于 Belton 等[13]和 Schoner 等[14]提出的 B/G-AHP 层次分析原理，提出一种隐含式的多属性变权决策建模思想，并在此基础上给出一种多属性变权决策分析方法。后文结构安排如下：首先对多因素变权决策方法予以评析，然后对 B/G-AHP 层次分析原理予以简介与理论推广，接下来给出多属性决策的隐式变权建模思想，之后给出多属性隐式变权决策的模型与步骤，再后给出多属性变权决策方法的数值验证分析，最后给出结论。

2 多因素变权决策方法及其缺陷分析

针对多因素决策问题，文献[5－9]给出了如下式(1)所示的多因素变权决策模型。

$$V' = \sum\nolimits_{i=1}^{n} w_i(u_1,\cdots,u_n)u_i \tag{1}$$

式(1)中，$u_i(i=1,\cdots,n)$ 为因素 i 的属性值 x_i 的规一化单属性偏好值，$u_i \in [0,1]$；$w_i(u_1,u_2,\cdots,u_n)$ 为因素 i 的变权，V' 为对 $u_1,u_2,\cdots,u_n$ 的综合评价值。按多因素变权决策理论的公理性规定，$w_i(u_1,u_2,\cdots,u_n)$ 需满足规一化条件：

$$\sum\nolimits_{i=1}^{n} w_i(u_1,u_2,\cdots,u_n) = 1 \tag{2}$$

若 $w_i(u_1,u_2,\cdots,u_n)$ 相对 u_i 单调递增（递减）则称之为激励型变权（惩罚型变权）。若将状态向量记为 $U=(u_1,u_2,\cdots,u_n)$，U 的固权向量记为 $W=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$，U 的状态变权向量记为 $S(U)=(S_1(U),S_2(U),\cdots,S_n(U))$，则已有文献在没有揭示固权与变权之间的内在联系、没有给出与状态变权向量相联系的固权概念内涵的情况下，将 U 的变权向量 $W(U)=(w_1(U),w_2(U),\cdots,w_n(U))$ 定义为 W 和 $S(U)$ 的规一化 Hadamard 乘积。即：

$$W(U) = \frac{(w_1S_1(U),w_2S_2(U),\cdots,w_nS_n(U))}{\sum\nolimits_{i=1}^{n} w_iS_i(U)} \tag{3}$$

目前，对状态变权向量 $S(U)$ 的确定主要有乐观系数法、调权水平法和态度因子法[6,8－9]。乐观系数法通过乐观系数 (α) 来确定 $S(U)$，其表达式为

$$S(U) = (e^{\alpha(u_1-\bar{u})},e^{\alpha(u_2-\bar{u})},\cdots,e^{\alpha(u_n-\bar{u})}) \tag{4}$$

式中，$\bar{u}=(1/n)\sum\nolimits_{i=1}^{n}u_i$，$\alpha \in (-\infty,+\infty)$。从该式不难看出，如何科学确定出 α 值是合理确定 $S(U)$ 的核心所在。然而对于 α 值如何确定的问题，李德清等[6]并没有给出较具有可操作性的方法，仅是给出了一个粗略确定原则，即决策者对单属性偏好值大的因素考虑的越多，α 的取值应越趋向正无穷大；决策者对单属性偏好值小的因素考虑的越多，α 的取值应越趋向负无穷大”。显然，这并没有给出 α 的取值与决策者真实看法之间的内在具体联系。因此，在实际应用中通常只能够由决策分析者主观武断地为参数 α 选取一个数值，这样，由其确定出的 $S(U)$ 显然存在明显的主观武断性。李德清等[8]试图运用调权水平法来克服乐观系数法存在的内在缺陷，并指出在一般情况下，可通过调权水平 $T(T\in[1/n,1]$ 来确定出 α 值及 $S(U)$；与调权水平法类似，张丽娅等[9]试图通过态度因子 $\beta(\beta\in[0,1])$ 来确定出 α 值及 $S(U)$。但是，对于 T 值如何确定的问题，李德清等[8]也只是给出了下述原则，即若对单属性偏好值的均衡性要求低，则调权水平取低值；若对单属性偏好值的均衡性要求高，则调权水平取高值。而对于 β 值如何确定的问题，张丽娅等[9]则更是没有明确给出有关原则，只是在其中的一个算例中暗示出这样一个原则，即决策者对均衡性的要求越高，β 值应越趋向 0.5。显然，上述关于 T 值和 β 值的确定原则与前面关于 α 的粗略确定原则在本质上并没有明显区别，同样存在过于笼统的问题，同样缺乏实际应用的可操作性。因此，与乐观系数法类似，调权水平法或态度因子法在解决具体问题时同样存在着主观武断问题。

3 理论基础

Saaty 教授提出的层次分析法（analytic hierarchy process，AHP）[15－17]，是针对含有定性与定量因素的复杂层次系统开展评价与决策分析的常用方法之一。AHP 的分析过程可概括为建立评价与决策问题的递阶层次结构、构造关于单层次因素相对

重要性的两两比较判断矩阵并确定出因素的单层次排序权重、计算待评价方案的层次复合排序权重。两两比较判断矩阵是 AHP 为确定层次因素重要性权重所使用的一种决策者判断信息提取手段。设在某个层次上待确定权重的因素有 n 个，则需由决策者主观判断给出的两两比较判断矩阵可以表示为 $A=(a_{st})_{n\times n}$（$s,t=1,2,\cdots,n$），其中元素 a_{st} 为第 s 个因素相对于第 t 个因素的重要性。若决策者认为第 s 个因素相比于第 t 个因素为同样重要、稍重要、较重要、很重要或极重要，则 a_{st} 的取值分别为 1、3、5、7、9；反之，若第 s 个因素相比于第 t 个因素稍次要、较次要、很次要或极次要，则 a_{st} 的取值分别为 1/3、1/5、1/7、1/9。就相对重要性这个概念，国外专家学者进行了许多研究并认为传统 AHP 在此方面存在着内涵模糊不清的理论问题[13－14,18－19]。学术界为明确相对重要性的概念内涵提出了 Reference-AHP 和 B/G-AHP 两种更为科学合理的分析理论与方法[14]。其中，B/G-AHP 要求决策者基于各个单层次因素的最理想属性值进行因素之间相对重要性的两两比较判断[13－14]。

B/G-AHP 与 AHP 一样，将满足 $a_{st}=a_{sq}\cdot a_{qt}$（$\forall s,t,q=1,2,\cdots,n$）的矩阵 A 称为具有完全逻辑一致性的判断矩阵，并且有

$$A\cdot(h_1,h_2,\cdots,h_n)^T=n\cdot(h_1,h_2,\cdots,h_n)^T \tag{5}$$

其中，$(h_1,h_2,\cdots,h_n)^T$ 为在规定 $(1,1,\cdots,1)(h_1,h_2,\cdots,h_n)^T=1$ 的条件下 n 个因素的相对重要性权重向量。由于 A 是由决策者主观给出的，通常并不会严格满足 $a_{st}=a_{sq}\cdot a_{qt}$（$\forall s,t,q=1,2,\cdots,n$），因此为提高判断与决策的质量，需要对决策者给出的判断矩阵进行逻辑一致性检验，并且当判断矩阵 A 不能够通过该检验时需由决策者对 A 中的部分元素予以调整。

由 B/G-AHP 的判断矩阵构造模式可知，在 B/G-AHP 规定各个因素最理想属性值各自对应的单属性偏好为整体 1 的规一化条件下，层次因素的相对重要性被解释为，该因素的最理想属性值对上层因素的价值贡献与所有因素的最理想属性值对上层因素的总价值贡献之比。与 B/G-AHP 两两比较相对重要性判断模式类似，决策者也可以基于各个单层次因素的具体属性值进行因素之间相对重要性的两两比较判断、构造出相应的判断矩阵，并在此基础上由式(5)得出各个单层次因素的 AHP 权重。显然，这种处理从本质上讲是对 B/G-AHP 的一种理论推广，为此将它简记为 gB/G-AHP，其中的两两比较相对重要性判断模式相应地称为 gB/G-AHP 相对重要性判断模式。与 B/G-AHP 类似，由 gB/G-AHP 得出的因素权重（即基于 gB/G-AHP 判断模式构造出的相对重要性判断矩阵按照式(5)得出的权重）在内涵上应解释为：在规定各个因素具体属性值各自对应的单属性偏好为整体 1 的规一化条件下，因素的具体属性值对上层因素的价值贡献与所有因素的具体属性值对上层因素的总价值贡献之比。若将基于 gB/G-AHP 得出的单层次因素相对重要性权重记为 $h_i^{(gB/G)}$，$i=1,2,\cdots,n$，则由前面的理论知识易知，$\sum_{i=1}^{n}h_i^{(gB/G)}=1$。

4　多属性决策的隐式变权建模思想

经典多属性决策模型的数学表达式为：

$$U_k=\sum_{i=1}^{n}w_i\cdot u_i(x_{ik}),\ k=1,2,\cdots,M \tag{6}$$

其中，U_k 为决策者对第 k 个方案 A_k 的综合偏好，并且 $U_k\geqslant 0$；x_{ik} 表示方案 A_k 在属性 x_i 上的属性值；$u_i(x_{ik})$ 为方案 A_k 在属性 x_i 上的单属性偏好，$u_i(x_{ik})\in[0,1]$，并且当 $x_{id}\leqslant x_{id'}$ 时 $u_i(x_{id})\leqslant u_i(x_{id'})$，$d,d'=1,2,\cdots,M$；$w_i$ 为决策者基于对总目标偏好贡献的视角对单属性偏好 $u_i(x_{ik})$ 所判断给出的权重，$0\leqslant w_i\leqslant 1$，$\sum_{i=1}^{n}w_i=1$，并且相对 x_{id} 以及 $u_i(x_{id})$（$d=1,2,\cdots,M$）的变化，w_i 保持固定不变。需要指出，尽管习惯上将 w_i（$i=1,2,\cdots,n$）称作单属性权重，但从上述模型结构和决策者对 w_i 的判断模式上看，w_i（$i=1,2,\cdots,n$）应更准确地称作对属性值的单属性偏好的权重（下文将之简称作单属性偏好权重）。进一步地，从模型的数学表达式和 U_k 的含义上看，$w_i\cdot u_i(x_{ik})$ 表示的是属性值 x_{ik} 对总目标的偏好贡献。下文为叙述方便，将其称为相对总目标的单属性偏好，并记为 $v_i(x_{ik})$。即有：

$$v_i(x_{ik})=w_i\cdot u_i(x_{ik}),\quad i=1,2,\cdots,n,\ k=1,2,\cdots,M \tag{7}$$

由式(7)可以看出，在以固权综合为特征的多属性决策理论中，$v_i(x_{ik})$ 被假定为与 $u_i(x_{ik})$ 呈现以 w_i 为固定比例的线性关系。我们认为，这是固权综合模型在解决实际决策问题时得出不合理决策结果的根源。事实上，不仅 $u_i(x_{ik})$ 会相对 x_{ik} 呈现出单调非减型非线性函数关系，$v_i(x_{ik})$ 也同样会相对 $u_i(x_{ik})$ 呈现出单调非减型非线性函数关系。参见图 1，若一个公司在多属性决策中其决策者的综合

偏好与其盈利目标完全一致，产品销售量 x_{ik} 为决策分析的一个属性值、$u_i(x_{ik})$ 界定为规一化后的产品销售收入，那么 $v_i(x_{ik})$ 可界定为产品销售所实现的利润额。由微观经济学原理可知，在通常情况下 $u_i(x_{ik})$ 会因价格竞争而呈现出相对 x_{ik} 的上凸型非线性函数变化，$v_i(x_{ik})=v_i(u_i(x_{ik}))$ 则会因受到生产的规模报酬规律主导支配而呈现出相对 $u_i(x_{ik})$ 和 x_{ik} 的非线性函数变化。因此，从理论上讲，式(7)应改写成下式(8)；相应地，式(6)应改写成下式(9)表示的多属性变权决策理论模型。即：

$$v_i(x_{ik})=w_{ik}\cdot u_i(x_{ik}),\quad i=1,2,\cdots,n,\ k=1,2,\cdots,M \tag{8}$$

$$U_k=\sum\nolimits_{i=1}^{n}v_i(x_{ik})=\sum\nolimits_{i=1}^{n}w_{ik}\cdot u_i(x_{ik}),\quad k=1,2,\cdots,M \tag{9}$$

其中，w_{ik} 为随待评价方案 A_k 变化而变化的、第 i 个属性上的单属性偏好权重(变权权重)；$U_k\geqslant 0$ 。

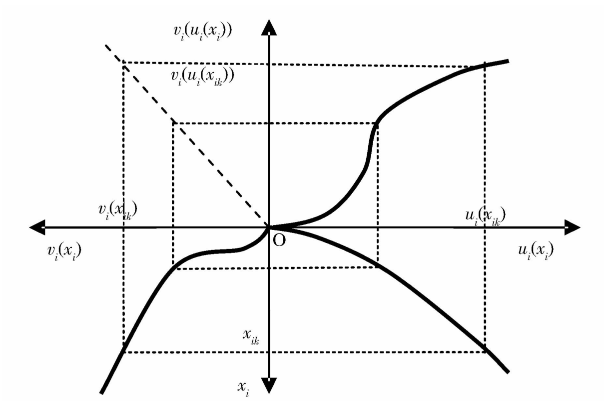

图 1　单属性偏好与相对总目标的单属性偏好

另一方面，从 AHP 上讲，多属性决策只是 AHP 所能够分析的层次性复杂问题的一个简单特例，从系统分析结构上看其中只有两层因素，上层为多属性决策的总目标，下层为多属性决策所要考察分析的属性 i ，$i=1,2,\cdots,n$ 。这样看来，与 B/G-AHP 基于最理想方案构造主观偏好两两比较判断矩阵所得出的相对重要性权重其实质反映的是最理想方案在各个因素维度上相对总目标的单属性偏好之比类似，若采用 gB/G-AHP 主观偏好两两比较模式基于待评价方案 A_k 构造判断矩阵(记为 $A_k^{(gB/G)}$)，那么由该矩阵得出的第 i 个属性的 gB/G-AHP 相对重要性权重(记为 $h_{ik}^{(gB/G)}$)在式(8)对 $v_i(x_{ik})$ 的定义下，反映的便是待评价方案 A_k 在各个属性上相对总目标的单属性偏好之比即 $v_i(x_{ik})/v_j(x_{jk})$ ，$i,j=1,2,\cdots,n$ 。该结论用数学公式可更清晰地表述为：

$$h_{ik}^{(gB/G)}/h_{jk}^{(gB/G)}=v_i(x_{ik})/v_j(x_{jk}) \tag{10}$$

将式(8)代入到式(10)可得：

$$\frac{w_{ik}}{w_{jk}}=\frac{u_j(x_{jk})h_{ik}^{(gB/G)}}{u_i(x_{ik})h_{jk}^{(gB/G)}} \tag{11}$$

若类似于多因素变权决策理论以公理的形式规定 $\sum\nolimits_{i=1}^{n}w_{ik}=1$ ，并且在式(11)等号右边各个分量经决策者判断为已知的条件下，那么由式(11)可知式(9)中的变权权重 w_{ik}($i=1,2,\cdots,n$)便可以得到唯一确定。但是，令变权权重 w_{ik} 满足 $\sum\nolimits_{i=1}^{n}w_{ik}=1$ 并没有理论依据。为此，下文并不试图利用式(11)去直接确定变权权重 w_{ik} ，而是通过能够体现 w_{ik} 的 $v_i(x_{ik})$ 来实现对方案进行变权决策优选的目的。从技术路线上看，所采取的是一种隐含式的变权决策优选策略。

由前文理论基础可知 $\sum\nolimits_{i=1}^{n}h_{ik}^{(gB/G)}=1$ 。这样，由式(10)并结合式(9)可推知：

$$v_i(x_{ik})=h_{ik}^{(gB/G)}\cdot U_k \tag{12}$$

为叙述方便，定义一个最理想虚拟评价方案 $A_{opt}=(x_{1,opt},x_{2,opt},\cdots,x_{n,opt})$，其在各个因素上的属性值均为待评价方案集中各个方案在相应因素上属性值的最大值，即有：

$$x_{i,opt}=\operatorname*{Max}_{k}\{x_{ik}\},i=1,2,\cdots,n \tag{13}$$

若待评价方案 A_k 在第 l 个属性上其属性值满足 $x_{lk}=x_{l,opt}$ ，$l\in S_{k,opt}\subseteq\{1,2,\cdots,n\}$ ，那么便有 $v_l(x_{lk})=v_l(x_{l,opt})$ ，并且由此以及式(12)可进一步得出下式(14)。

$$U_k=(h_{l,opt}^{(gB/G)}/h_{lk}^{(gB/G)})U_{opt},\quad k=1,2,\cdots,M \tag{14}$$

在式(14)中，U_{opt} 为决策者对最理想虚拟评价方案 A_{opt} 的综合偏好，并且与 U_k 类似，$U_{opt}\geqslant 0$ ；$h_{l,opt}^{(gB/G)}$ 在内涵上与 $h_{lk}^{(gB/G)}$ 类似，为采用 gB/G-AHP(或 B/G-AHP)方法基于最理想方案构造主观偏好判断矩阵所得出的、第 l 个属性的相对重要性权重。式(14)表明：若由决策者主观判断信息得出的相对重要性权重 $h_{l,opt}^{(gB/G)}$ 和 $h_{lk}^{(gB/G)}$ 不存在主观判断误差，那么运用式(14)即可以实现对待评价方案 $A_1,A_2,\cdots,A_M$ 的变权排序优选。但是需要特别指出，上面的假设条件在实际决策过程中通常并不会成立，因此运用式(14)对待评价方案进行变权决策排序优选仅具有理论意义上的可行性，在实际决策分析中还需要充分考虑决策者主观判断误差等问题的存在。

5　多属性隐式变权决策模型与分析步骤

5.1　模型

分析上文通过隐含式的变权决策优选策略得出的式(14)可以看出，其在理论上具有变权决策排序优选功能的关键在于“待评价方案 A_k 与最理想虚拟评价方案 A_{opt} 至少在一个属性上具有相同的属性值”(下文将这一关键称作方案关联条件)。但是，在待评价方案集中也可能存在不能满足上述方案关联条件的方案。这种情形在构建多属性变权决策分析模型时显然是需要予以考虑并加以解决的。另一方面，前文已经指出在实际决策分析中还需要充分考虑决策者主观偏好判断矩阵构造中通常存在的主观判断误差。下文将针对这两方面情况分别采用引入关联虚拟方案和误差优化控制来建构多属性变权决策分析模型。

为叙述方便，首先给出两个概念定义。

定义 1：关联虚拟方案，是针对不能满足方案关联条件的待评价方案由决策分析者拟定的虚拟待评价方案，其在一个属性上与最理想虚拟评价方案 A_{opt} 具有相同的属性值，而在其余属性上与不能满足方案关联条件的待评价方案具有相同的属性值。

定义 2：所有待评价方案及其对应的关联虚拟方案所组成的集合，称作增广待评价方案集。

为沿用前文对待评价方案的表示符号，记增广待评价方案集中的前 M 个方案依次为 A_k ，$k=1,2,\cdots,M$ ；记增广待评价方案集中的其余方案为 A_k ，$k=M+1,M+2,\cdots,M+M'$ ，其中 M' 为增广待评价方案集中关联虚拟方案的个数。

若对增广待评价方案集的每个方案，要求决策者采用 gB/G-AHP 主观偏好两两比较模式分别构造判断矩阵并由该矩阵得出属性的 gB/G-AHP 相对重要性权重，那么类似于式(14)可得出下式(15)。

$$U_k=\frac{h_{l,opt}^{(gB/G)}}{h_{lk}^{(gB/G)}}U_{opt}\ ,k=1,2,\cdots,M+M' \tag{15}$$

由式(15)及(12)可知，即使待评价方案集的某个方案(比如 A_k)原来并不满足方案关联条件，但经增补其对应的关联虚拟方案(比如 $A_{k'},k'>M$)实现它与最理想虚拟评价方案 A_{opt} 的关联后，也可以在综合偏好上建立起它与 A_{opt} 的比较关系。这种比较关系详见下式(16)。

$$U_k=\frac{h_{lk}^{(gB/G)}}{h_{lk}^{(gB/G)}}U_{k'}=\frac{h_{lk}^{(gB/G)}}{h_{lk}^{(gB/G)}}\cdot\frac{h_{l',opt}^{(gB/G)}}{h_{l'k'}^{(gB/G)}}U_{opt} \tag{16}$$

式(16)中，l 表示待评价方案 A_k 与关联虚拟方案 $A_{k'}$ 在第 l 个属性上具有相同的属性值，l' 表示关联虚拟方案 $A_{k'}$ 与最理想虚拟评价方案 A_{opt} 在第 l' 个属性上具有相同的属性值。式(16)表明，关联虚拟方案的引入已较好地解决了前文所指出的隐含式变权决策优选策略在实施上可能遇到的技术障碍。另外，由式(16)及 $U_{opt}\geqslant 0$ 可知，U_{opt} 的取值并不影响 $U_1,U_2,\cdots,U_{M+M'}$ 之间的优劣排序，因此不妨令 $U_{opt}=1$ 。

下面针对相对重要性权重 $h_{i,opt}^{(gB/G)}$ 、$h_{ik}^{(gB/G)}$ ($i=1,2,\cdots,n$, $k=1,2,\cdots,M+M'$)确定过程中存在的主观判断误差，来建构更好地保证隐含式变权决策优选策略实施的多属性变权决策分析优化控制模型。

类似于式(12)及式(9)，对增广待评价方案集的任一方案 A_k ，易知：

$$v_i(x_{ik})=h_{ik}^{(gB/G)}\cdot U_k\ ,\ i=1,2,\cdots,n\ ,\\ k=1,2,\cdots,M+M' \text{ 或 } k=opt \tag{17}$$

$$U_k=\sum\nolimits_{i=1}^{n}v_i(x_{ik})=\sum\nolimits_{i=1}^{n}w_{ik}\cdot u_i(x_{ik})\ ,\\ k=1,2,\cdots,M+M' \text{ 或 } k=opt \tag{18}$$

其中，$U_k\geqslant 0$ 。在考虑到相对权重 $h_{ik}^{(gB/G)}$、$h_{i,opt}^{(gB/G)}$ 存在的主观误差后，式(17)应改写成：

$$v_i(x_{ik})=h_{ik}^{(gB/G)}\cdot U_k+e_{ik}\ ,\ i=1,2,\cdots,n\ ,\\ k=1,2,\cdots,M+M' \text{ 或 } k=opt \tag{19}$$

其中 e_{ik} 是为反映相对重要性权重 $h_{ik}^{(gB/G)}$ 中存在的主观误差所引入的误差调节变量，并且 e_{ik} 引入后理论上仍应保证 $v_i(x_{ik})\geqslant 0$ 。

另外，参见图 1 从理论上讲，即使在单属性偏好变权权重的作用下，若 $x_{id}<x_{id'}$ (相应地 $u_i(x_{id})<u_i(x_{id'})$)，x_{id} 、$x_{id'}$ 所对应的相对总目标的单属性偏好也应满足下式(20)。

$$v_i(x_{id})<v_i(x_{id'})\ ,\ \forall\, i=1,2,\cdots,n,\\ \forall\, d,d'=1,2,\cdots,M+M',d\neq d' \tag{20}$$

类似地，若 $x_{id}=x_{id'}$ 或 $u_i(x_{id})=u_i(x_{id'})$ 则应有：

$$v_i(x_{id})=v_i(x_{id'})\ ,\ \forall\, i=1,2,\cdots,n,\\ \forall\, d,d'=1,2,\cdots,M+M',d\neq d' \tag{21}$$

此外，根据前文的规定即 $U_{opt}=1$ 以及式(18)可知下式(22)成立。

$$\sum\nolimits_{i=1}^{n}v_i(x_{i,opt})=1 \tag{22}$$

综合式(18)、(19)、(20)、(21)、(22)以及 $v_i(x_{ik})\geqslant 0$ 和 $U_k\geqslant 0$ ，并使式(19)中的误差得以优化控制，可以建立如下二次规划模型。即：

$$\text{Min } Z=\sum\nolimits_{k=1}^{M+M'}\sum\nolimits_{i=1}^{n}e_{ik}^2+\sum\nolimits_{i=1}^{n}e_{i,opt}^2 \tag{23}$$

$$
s.t.\begin{cases}
U_k = \sum_{i=1}^{n} v_i(x_{ik}) \geqslant 0, k = 1,2,\cdots, \\
M+M' v_i(x_{ik}) = h_{ik}^{(gB/G)} \cdot U_k + e_{ik}, i = 1, \\
2,\cdots,n; k = 1,2,\cdots,M+M' \\
v_i(x_{i,opt}) = h_{i,opt}^{(gB/G)} \cdot U_{opt} + e_{i,opt}, i = 1,2,\cdots,n \\
v_i(x_{id}) < v_i(x_{id'}), if\ x_{id} < x_{id'} (i = 1,2,\cdots, \\
n; d,d' = 1,2,\cdots,M+M'; d \neq d') \\
v_i(x_{id}) = v_i(x_{id'}), if\ x_{id} = x_{id'} (i = 1,2,\cdots, \\
n; d,d' = 1,2,\cdots,M+M'; d \neq d') \\
U_{opt} = \sum_{i=1}^{n} v_i(x_{i,opt}) = 1 \\
v_i(x_{i,opt}) \geqslant 0, i = 1,2,\cdots,n \\
v_i(x_{ik}) \geqslant 0, i = 1,2,\cdots,n, k = 1,2,\cdots, \\
M+M'
\end{cases}
$$

由于式(23)关于 U_k（$k = 1,2,\cdots,M$）的最优解决定了方案 A_k 的多属性隐式变权决策优劣排序，因此这里将式(23)称作多属性隐式变权决策分析模型。需要特别指出，该模型除对主观判断可能存在的误差予以了旨在弱化其影响的优化控制以外，其在变权评价模式及信息获取方式上与多因素变权决策方法更是截然不同的。这表现在：多因素变权决策方法在缺乏固权与变权之间的内在理性解释的情况下采用“由固权生成变权”评价模式，仅能依赖决策分析者笼统地给出变权评价信息（如状态变权向量 $S(U)$ 确定中的 α 取值）；而多属性隐式变权决策分析模型则抛弃了“固权生成变权”的评价模式，采用的是一种建构在具有科学性与实施可行性的 B/G-AHP 基础之上的隐含式变权决策优选策略（即式(14)或式(15)），相应地依赖的是可由决策者直接给出、反映其变权偏好行为的评价信息（即 gB/G-AHP 判断矩阵）。因此，在克服已有方法源于固权缺乏明确内涵定义和决策分析者笼统地选择有关变权参数的主观武断影响、更好地反映决策者的真实偏好看法上，多属性隐式变权决策模型具有明显的比较优势。另外，分析模型的数学结构可以看出，多属性隐式变权决策分析模型不要求将因素的属性值转化为偏好值，所要求的仅是决策者对属性值的偏好排序，因而模型不再像多因素变权决策方法那样会受到由因素的属性值到偏好值的转化所额外引入的主观测度偏差的干扰。

需要强调指出，多属性隐式变权决策分析模型从本质上讲仍是建构在偏好理论基础之上、因而也必然需要使用决策者主观偏好信息的一种决策分析方法。尽管它相对于多因素变权决策方法一方面对主观判断误差予以了优化控制，另一方面规避了决策数据转化所额外引入的主观测度偏差的干扰，但从根本上讲其最为重要的比较优势不在于上述两者，而在于它为更直接即更真实地反映决策者的变权偏好行为提供了更为可靠的决策信息提取手段及相应的决策信息利用手段。

5.2 多属性隐式变权决策的分析步骤

步骤 1：依据待评价方案的属性值由式(13)构造出最理想虚拟评价方案 $A_{opt} = (x_{1,opt}, x_{2,opt}, \cdots, x_{n,opt})$；按照定义 1 构建待评价方案对应的关联虚拟方案形成增广待评价方案集 $\{A_k \mid k = 1,2,\cdots,M+M'\}$。

步骤 2：要求决策者采用 gB/G-AHP 主观偏好两两比较模式分别基于最理想方案和增广待评价方案集中的每一个方案 A_k 构造判断矩阵 $A_k^{(gB/G)}$，$k = opt$ 或 $k = 1,2,\cdots,M+M'$，并由矩阵 $A_k^{(gB/G)}$ 得出第 i 个属性的 gB/G-AHP 相对重要性权重 $h_{ik}^{(gB/G)}$，$i = 1,2,\cdots,n$，$k = opt$ 或 $k = 1,2,\cdots,M+M'$。

步骤 3：将步骤 2 得出的 gB/G-AHP 相对重要性权重 $h_{ik}^{(gB/G)}$（$i = 1,2,\cdots,n$，$k = opt$ 或 $k = 1,2,\cdots,M+M'$）代入到式(23)进行优化计算，得出方案 A_k 的多属性隐式变权决策优劣排序值 U_k^*，$k = 1,2,\cdots,M$。选取 U_k^* 取值最大的方案作为多属性隐式变权决策的最优方案，或选取 U_k^* 取值较大的几个方案作为多属性隐式变权决策的较优方案集。

6 数值分析

一顾客欲从市场上有供货的 TV1、TV2、TV3、TV4、TV5 共 5 种电视机中选购 1 台最喜欢的电视机，其中 TV1、TV2、TV3、TV5 在市场上均销售新机，而 TV4 仅有 1 台样机在销售。该顾客在电视机选购中基于使用价值最大化确定考察比较的属性分别为品牌知名度（x_1）、外观形状（x_2）、图像画质（x_3）、音响效果（x_4）、售后服务（x_5），其中前 4 个因素为定性因素，后 1 个为定量因素。决策分析者为帮助顾客做出最优决策选择，将上述各种电视机定义为待评价方案（依次将它们记为 A_k，$k = 1,2,\cdots,5$），它们在各个属性上的定性或定量属性值（x_{ik}，$i = 1,2,\cdots,5$，$k = 1,2,\cdots,5$）分别如下表 1 所示。按照隐式变权决策分析的步骤 1 构造出了最理想虚拟评价方案 A_{opt}，并分别对方案 A_2、A_4 增补出了关联虚拟方案 A_6 和 A_7。方案 A_6、A_7 和 A_{opt} 在各属性上的属性值如表 2 所示。显然，上述方案构成了增广待评价方案集 $\{A_k \mid k = 1,2,\cdots,$

7}。

表 1　决策方案(电视机)的属性值

属性	TV1 (A_1)	TV2 (A_2)	TV3 (A_3)	TV4 (A_4)	TV5 (A_5)
知名度	较高	一般	较高	较低	较高
外观形状	很好看	较难看	一般	一般	很难看
图像画质	很清晰	一般	较清晰	不清晰	较清晰
音响效果	较差	较好	非常好	很差	一般
售后服务	1 年	1 年半	2 年	半年	1 年

表 2　关联虚拟方案与最理想虚拟方案的属性值

属性	关联虚拟方案 (A_6)	关联虚拟方案 (A_7)	最理想虚拟方案(A_{opt})
知名度	一般	较低	较高
外观形状	较难看	一般	很好看
图像画质	很清晰	不清晰	很清晰
音响效果	较好	很差	非常好
售后服务	1 年半	2 年	2 年

按照隐式变权决策分析的步骤 2，让顾客采用 gB/G-AHP 主观偏好两两比较模式分别基于最理想虚拟方案和增广待评价方案集中方案 A_k 构造出判断矩阵，具体判断结果见下面的 8 个矩阵。

$$A_{opt}^{(gB/G)}=\begin{bmatrix}1&2&1/5&1/3&1\\1/2&1&1/9&1/7&1/3\\5&9&1&1&2\\3&7&1&1&2\\1&3&1/2&1/2&1\end{bmatrix}$$

$$A_1^{(gB/G)}=\begin{bmatrix}1&1&1/2&5&2\\1&1&1/3&3&3\\2&3&1&5&3\\1/5&1/3&1/5&1&1/2\\1/2&1/3&1/3&2&1\end{bmatrix}$$

$$A_2^{(gB/G)}=\begin{bmatrix}1&1&1/3&1/5&1/3\\1&1&1/5&1/7&1/3\\3&5&1&1/3&1/2\\5&7&3&1&2\\3&3&2&1/2&1\end{bmatrix}$$

$$A_3^{(gB/G)}=\begin{bmatrix}1&2&1&1/3&1/3\\1/2&1&1/3&1/9&1/9\\1&3&1&1/3&1/3\\3&9&3&1&1\\3&9&3&1&1\end{bmatrix}$$

$$A_4^{(gB/G)}=\begin{bmatrix}1&1/2&7&9&3\\2&1&9&9&5\\1/7&1/9&1&1&1/2\\1/9&1/9&1&1&1/3\\3&1/5&2&3&1\end{bmatrix}$$

$$A_5^{(gB/G)}=\begin{bmatrix}1&2&1/2&3&2\\1/2&1&1/5&1/2&1\\2&5&1&3&5\\1/3&2&1/3&1&1\\1/2&1&1/5&1&1\end{bmatrix}$$

$$A_6^{(gB/G)}=\begin{bmatrix}1&1&1/7&1/3&1/3\\1&1&1/9&1/5&1/3\\7&9&1&2&2\\3&5&1/2&1&3\\3&3&1/2&1/3&1\end{bmatrix}$$

$$A_7^{(gB/G)}=\begin{bmatrix}1&1/2&5&5&2\\2&1&9&9&1\\1/5&1/9&1&1&1/9\\1/5&1/9&1&1&1/9\\2&1&9&9&1\end{bmatrix}$$

矩阵 $A_1^{(gB/G)}$ 中第 3 行第 2 列元素(即“3”)表示：在顾客看来，相对于总目标(电视机使用价值)而言，很清晰的图像画质与很好看的外观形状相比，前者较被看重(即前者“较重要”)。显然，$A_1^{(gB/G)}$ 中的其余矩阵元素以及其它矩阵中的各个元素在内涵上均可做类似解释。

经分析，前述 8 个判断矩阵均能通过逻辑一致性检验条件。在此基础上，运用 gB/G-AHP 得出了如表 3 所示的属性权重。

表 3　由 gB/G-AHP 得出的属性权重

$h_{ik}^{(gB/G)}$	i 的取值 1	2	3	4	5
$h_{i,opt}^{(gB/G)}$	0.1039	0.0465	0.3814	0.3221	0.1462
$h_{i1}^{(gB/G)}$	0.2224	0.2064	0.4062	0.0598	0.1053
$h_{i2}^{(gB/G)}$	0.0705	0.0607	0.1888	0.4405	0.2396
$h_{i3}^{(gB/G)}$	0.1119	0.0439	0.1206	0.3618	0.3618
$h_{i4}^{(gB/G)}$	0.3161	0.4878	0.0481	0.0426	0.1054
$h_{i5}^{(gB/G)}$	0.3161	0.4878	0.0481	0.0426	0.1054
$h_{i6}^{(gB/G)}$	0.0639	0.0539	0.4395	0.2815	0.1612
$h_{i7}^{(gB/G)}$	0.1905	0.3651	0.0397	0.0397	0.3651

将表 3 中的 gB/G-AHP 权重值及表 1 和表 2 所列的各个方案在每个属性上的属性值排序代入到式(23)所示的多属性隐式变权决策分析模型中，可得出下述最优解。即：

$U_1^*=0.6019$；$U_2^*=0.4642$；$U_3^*=0.6764$；

$U_4^*=0.1742$；$U_5^*=0.2648$；$U_6^*=0.7499$；

$U_7^*=0.3061$；$U_{opt}^*=1$；

$v_1^*(x_{12})=v_1^*(x_{14})=0.0452$；

$v_1^*(x_{11})=v_1^*(x_{13})=v_1^*(x_{15})=v_1^*(x_{1,opt})=0.1004$；

$v_2^*(x_{25}) = v_2^*(x_{22}) = 0.0546$；

$v_2^*(x_{23}) = v_2^*(x_{24}) = 0.0683$；

$v_2^*(x_{21}) = v_2^*(x_{2,opt}) = 0.1064$；

$v_3^*(x_{34}) = 0.0104$；

$v_3^*(x_{32}) = v_3^*(x_{33}) = v_3^*(x_{35}) = 0.0466$；

$v_3^*(x_{31}) = v_3^*(x_{3,opt}) = 0.3321$；

$v_4^*(x_{44}) = 0.0100$；

$v_4^*(x_{41}) = v_4^*(x_{45}) = 0.0205$；$v_4^*(x_{42}) = 0.2048$；

$v_4^*(x_{43}) = v_4^*(x_{4,opt}) = 0.2888$；

$v_5^*(x_{54}) = 0.0134$；$v_5^*(x_{51}) = v_5^*(x_{55}) = 0.0425$；

$v_5^*(x_{52}) = 0.1130$；$v_5^*(x_{53}) = v_5^*(x_{5,opt}) = 0.1723$ 。

由上述关于 U_1^*、U_2^*、U_3^*、U_4^*、U_5^* 的计算结果可知，多属性隐式变权决策分析模型对待评价方案所给出的优选排序结果为 $A_3 \succ A_1 \succ A_2 \succ A_5 \succ A_4$，并且由上述分析过程可知模型应用过程中并不需要决策者对各个方案的单属性偏好予以主观赋值，需要的仅是决策者对各个方案单属性值的偏好排序，因而可以规避将因素的属性值转化为偏好值所引入的主观测度偏差。除上述序信息外，模型直接依赖的输入信息仅为 gB/G-AHP 权重值，而关于它们的判断已拥有判断模式可靠、可以直接反映决策者偏好的 gB/G-AHP 判断模式予以了保证。

为了对比多属性隐式变权决策分析方法和多因素变权决策方法的优劣并对多属性隐式变权决策分析方法的变权效果予以分析，下面给出决策者对各个方案的单属性偏好值，具体数值详见表 4（注：关联虚拟方案、最理想虚拟方案的单属性偏好值也可结合表 2 和表 1 由表 4 予以查取）。

表 4　方案的单属性偏好值（ $u_i(x_{ik})$ ）

属性	TV1（A_1）	TV2（A_2）	TV3（A_3）	TV4（A_4）	TV5（A_5）
知名度	0.8	0.5	0.8	0.3	0.8
外观形状	1.0	0.3	0.5	0.5	0.1
图像画质	1.0	0.5	0.8	0.2	0.8
音响效果	0.3	0.8	1.0	0.1	0.5
售后服务	0.5	0.8	1.0	0.1	0.5

利用表 4 的数据和前文已得出的模型最优解，由式(8)和式(9)可知：

$U_1^* = 0.1004 + 0.1064 + 0.3321 + 0.025 + 0.0425 = \frac{0.1004}{0.8} \cdot 0.8 + \frac{0.1064}{1.0} \cdot 1.0 + \frac{0.3321}{1.0} \cdot 1.0 + \frac{0.025}{0.3} \cdot 0.3 + \frac{0.0425}{0.5} \cdot 0.5 = 0.7323 \cdot (0.1714 \cdot 0.8 + 0.1453 \cdot 1.0 + 0.4535 \cdot 1.0 + 0.1138 \cdot 0.3 + 0.1161 \cdot 0.5)$。

同理可得：

$U_2^* = 0.7629 \cdot (0.1234 \cdot 0.5 + 0.2485 \cdot 0.3 + 0.1273 \cdot 0.5 + 0.3496 \cdot 0.8 + 0.1929 \cdot 0.8)$。

由上述表达式可知，多属性隐式变权决策分析方法对方案 A_1、A_2 给出的规一化权重向量分别为(0.1714,0.1453,0.4535,0.1138,0.1161)和(0.1234,0.2485,0.1273,0.3496,0.1929)。这表明多属性隐式变权决策方法的确已隐含地对属性偏好予以了相对方案不同而不同的赋权。

由于多因素变权决策方法并没有给出其中使用的属性固权权重的判断条件，即固权权重缺乏与变权权重相联系的内涵定义，下面为了保证方法比较的输入信息可比，采用近似拟合的手段，基于前文多属性隐式变权决策分析模型得出的最优解对多因素变权决策方法需要使用的固权权重予以最优估计。最优估计模型为：

$$\min F = \sum_{k=1}^{7} \varepsilon_k^2 + \varepsilon_{opt}^2$$

$$s.t.$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{5} w_i \cdot u_i(x_{ik}) = \tau + \vartheta U_k^* + \varepsilon_k, k = 1,2,\cdots,7 \\ \sum_{i=1}^{5} w_i \cdot u_i(x_{i,opt}) = \tau + \vartheta U_{opt}^* + \varepsilon_{opt}, \\ \sum_{i=1}^{5} w_i = 1 \\ w_i \geqslant 0, i = 1,2,\cdots,5 \end{cases}$$

其中，w_i 为待拟合的固权权重，ε_i 和 ε_{opt} 为拟合误差，τ 和 ϑ 分别为依据偏好效用理论所设置的线性变换常数。经模型运算，拟合出的固权权重分别为 $w_1 = 0.0585$，$w_2 = 0.1183$，$w_3 = 0.4702$，$w_4 = 0.1590$，$w_5 = 0.1940$。由此利用关于状态变权的式(4)和多因素变权决策方法可得出该方法在参数 α 取不同数值时对方案所给出的综合评价值（具体结果见表 5）。

由表 5 可知，在参数 α 取 0.1 或 1 时，多因素变权决策方法给出的方案排序虽与多属性隐式变权决策方法给出的方案排序相同，但与其在参数 α 取 10 或 100 时所给出的方案排序相比，结果却存在着明显差异。由于在应用多因素变权决策方法时只能笼统地对 α 予以赋值，缺乏对决策者具体偏好行为予

以直接描述的手段，因而结合不同参数 α 取值情况下的分析结论可知，一位决策者在使用该方法对同一个决策问题进行方案优选时，极易会因 α 取值的不同而得出明显不同的方案排序结果。结合前述分析过程还可看出，多因素变权决策方法还遇到了因缺乏内涵定义而对固权无法予以合理确定的难题。由此可知，在没有理清变权权重与固权权重之间关系的情况下让决策者给出决策属性的固权权重，那么方法应用也必然会因决策者对固权权重的不同理解而给出截然不同的评价结论。与此不同，多属性隐式变权决策方法由于其使用的偏好信息来自于拥有可靠判断模式、可以直接反映决策者真实偏好行为的 gB/G-AHP 判断矩阵，因而由其给出的评价结论具有很好的稳定性。综合以上两方面基于方法应用得出的评价结论和评价过程的比较可知，相对于多因素变权决策方法，多属性隐式变权决策分析方法所给出的评价结论更易为决策者所接受。

表 5　在 α 取不同数值时多因素变权方法对方案所给出的综合评价值

方案	α 的取值			
	0.1	1	10	100
A_1	0.7880	0.8515	0.9961	1.0000
A_2	0.5852	0.6121	0.7782	0.8000
A_3	0.8375	0.8572	0.9654	1.0000
A_4	0.2075	0.2221	0.4283	0.5000
A_5	0.6166	0.6592	0.7902	0.8000

7　结语

现有的多因素变权决策方法一方面所使用的固权概念缺乏与因素（即决策属性）变权相联系的内涵定义，因而形式化使用的固权概念与其坚持的因素权重相对因素单属性偏好值变化而变化的变权思想存在逻辑冲突，另一方面关于因素状态变权参数的选取存在着明显的主观武断性。为克服上述缺陷，前文基于 B/G-AHP 层次分析原理给出了一种关于多属性变权决策的新分析方法即多属性隐式变权决策分析方法。新方法较之于多因素变权决策方法具有如下三方面的比较优势。其一，与多因素变权决策方法采用逻辑倒置的“固权生成变权”的评价模式并需要依赖决策分析者给出变权评价信息不同，新方法采用科学可行的 B/G-AHP 判断模式来提取决策者的变权偏好信息，依赖的是可由决策者直接给出、反映其变权偏好行为的 gB/G-AHP 判断矩阵，因此克服了决策分析者对决策结果的主观武断性影响，能够更好地反映决策者的真实偏好。其二，新方法不再要求将因素的属性值转化为偏好值，所要求的仅是决策者对属性值的偏好排序，因而与多因素变权决策方法不同，不会受到由因素的属性值转化为偏好值所额外引入的主观测度偏差的干扰。其三，与多因素变权决策方法没有对主观误差施加任何控制不同，新方法对决策者主观判断可能存在的误差予以了旨在弱化其影响的优化控制。数值分析一方面证实了新方法可以对决策属性予以相对方案不同而不同的变权赋权能力，另一方面基于方法应用得出的评价结论和评价过程的比较分析也表明，相对于多因素变权决策方法，新方法能够给出更易为决策者所接受的评价结论。这表明新方法对于实际决策问题已具有较好的应用有效性。当然，有必要指出多属性隐式变权决策分析方法与其它新理论方法一样，其科学有效性也需要在未来大量实践应用中予以进一步验证。

参考文献：

[1] Winterfeldt D V, Edwards W. Decision analysis and behavioral research[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1986.

[2] Keeney R L, Raiffa H. Decision with multiple objectives: preference and value tradeoff[M]. New York: Wiley, 1993.

[3] Butler J C, Dyer J S, Jia J. Using attribute to predict objectives in preference models[J]. Decision Analysis, 2006, 3(2): 100－116.

[4] 孙莹，鲍新中．一种基于方差最大化的组合赋权评价方法及其应用[J]．中国管理科学，2011，19(6)：141－148.

[5] Li Hongxing, Li Lingxia, Wong Jiayin, et al. Fuzzy decision making based on variable weights[J]. Mathematical and Computer Modeling, 2004, 39(2－3): 163－179.

[6] 李德清，李洪兴．状态变权向量的性质与构造[J]．北京师范大学学报(自然科学版)，2002，38(4)：455－461.

[7] 李德清，崔红梅，李洪兴．基于层次变权的多因素决策[J]．系统工程学报，2004，19(3)：258－263.

[8] 李德清，李洪兴．变权决策中变权效果分析与状态变权向量的确定[J]．控制与决策，2004，19(11)：1241－1245.

[9] 张丽娅，李德清．变权决策中确定状态变权向量的理想点法[J]．数学的实践与认识，2009，39(6)：93－97.

[10] 张瑞，王攀，丁力．变权综合的若干问题研究[J]．微计算机信息，2006，22(7－1)：261－263.

[11] Zhang D, Yu P L, Wang P Z. State-dependent weights

in multicriteria value functions[J]. Journal of Optimization Theory and Application, 1992, 74(1): 1-21.

[12] Kojadinovic I. Estimation of the weights of interacting criteria from the set of profiles by means of information-theoretic functions[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 155(3): 741-751.

[13] Belton V, Gear A E. On the shortcoming of Saaty's method of analytic hierarchies[J]. Omega, 1983, 11(3): 228-230.

[14] Schoner B, Wedley W C. Ambiguous criteria weights in AHP: consequences and solutions[J]. Decision sciences, 1989, 20(3): 462-475.

[15] 王学军,郭亚军. 基于 G1 法的判断矩阵的一致性分析[J]. 中国管理科学, 2006, 14(3): 65-70.

[16] Saaty T L, Sodenkamp M. Making decisions in hierarchic and network system[J]. International Journal of Applied Decision Sciences, 2008, 1(1): 25-79.

[17] Saaty T L. Axiomatic foundation of the analytic hierarchy process[J]. Management Science, 1986, 32(5): 841-855.

[18] Stam A, Duarte Silva A P. On multiplicative priority rating methods for the AHP[J]. European Journal of Operational Research, 2003, 145(1): 92-108.

[19] Smith J E, Winterfieldt D V. Decision analysis in management science[J]. Management Science, 2004, 50(5): 561-574.

Approach to Multiple Attribute Decision Making with Weights Implicitly Changing

LI Chun-hao[1], DU Yuan-wei[2], SUN Yong-he[2], TIAN Shuo[1]

(1. School of Management, Jilin University, Changchun 130022, China;
2. Faculty of Management and Economics, Kunming University of Science and Technology, Kunming, 690093, China)

Abstract: To overcome shortages of the method of multiple factor decision making with variable weights (MFDMVM), a new weights implicitly changing method for multiple attribute decision making (MADM) is presented based on the principle of analytic hierarchy process(AHP) modified by Belton and Gear (shorted as B/G-AHP). With the modeling method, one new approach to MADM with weights implicitly changing is presented. It has three advantages over the MFDMVM. First, the needed preference information to weights changing is directly provided by the decision maker (DM), and thus the approach can well overcome the decision analyst's subjective arbitrary influence and better reflect the DM's real preference. Second, it need not subjectively transform attribute states into preference on attribute states, thus it avoids error interrupts resulted from the state-to-preference transforming. Third, unlike the MFDMVM, it has adopted the optimization technique to reduce the influence of errors within the DM's subjective judgments. Numerical analysis shows that the new approach does have the efficient capability of giving variable weights to different decision alternatives, can give more acceptable evaluation results than the MFDMVM, and is more applicable to real-world decisions.

Key words: multiple attribute decision making; implicitly-changing weights; decision analysis; analytic hierarchy process