文章编号:1003－207(2012)05－0152－05

群组决策中三角模糊数互补判断矩阵的相容性及方案排序研究

姚升保,徐 敏

(中南财经政法大学工商管理学院,湖北 武汉 430073)

摘 要:针对专家偏好信息为三角模糊数互补判断矩阵的群组决策问题,研究偏好信息的相容性及方案排序问题。基于 Hamming 距离的概念,首先给出了衡量两个三角模糊数相容性的一个指标,并研究了该指标的相关性质;其次,根据三角模糊数互补判断矩阵的特点,给出了三角模糊数互补判断矩阵的相容性指标;以相容性指标为依据设定专家权重,进而给出了一种方案排序方法。最后,算例验证了方法的有效性。

关键词: 互补判断矩阵;三角模糊数;相容性;排序

中图分类号: C931 **文献标识码**:A

1 引言

在复杂系统的评价与决策过程中,为了避免个人主观判断对决策结果的影响,通常需要综合专家群体的经验和智慧进行群组决策。群组决策需要利用各专家给出的判断矩阵计算综合排序向量,若专家意见分歧较大时勉强进行折衷综合,其结果往往难以具有说服力。如何评价各决策者对同一问题判断的差异,以及如何衡量群组决策的可接受程度是科学合理地进行群组决策的前提。

1994 年,Saaty 教授针对群组决策问题提出了相容性检验的概念[1],相容性用以描述群组决策中两个判断矩阵的差距,以及多大的差距是可以容许的;相容性检验则用于衡量综合排序向量的可接受程度。自 Saaty 教授提出相容性概念以来,国内外学者针对判断矩阵的相容性问题开展了大量的研究工作。对于确定型判断矩阵的相容性研究,学者们已经提出了较为成熟的相容性指标和相容性检验方法[1－5]。对于不确定型判断矩阵的相容性问题,Herrea[6]利用语言有序加权算子研究了群组决策中多粒度语言判断矩阵的相容性问题,并给出了偏好信息融合的方法;Xu[7]和 Chiclana[8]也分别研究了语言判断矩阵的信息融合问题。在国内,吕跃进等[9]针对区间数互补判断矩阵给出了一个相容性指标,并给出了衡量区间数互补判断矩阵相容性的一个准则;徐泽水[10]针对区间数判断矩阵和模糊数判断矩阵等六类不确定型判断矩阵给出了同类型之间相容性的两个通用指标。针对不确定型判断矩阵的相容性研究,现有研究主要集中在区间数判断矩阵和模糊判断矩阵两种类型,而对其它不确定型判断矩阵的研究不够深入。

由于客观事物的复杂性以及人类思维的模糊性,在一些复杂决策问题中人们可能愿意采用模糊数形式来表达自己的模糊偏好。群组决策中最常见的模糊数判断矩阵是三角模糊数判断矩阵。由于模糊运算的复杂性,确定型判断矩阵和区间数判断矩阵相容性的相关研究结论和偏好集结方法很难直接应用到三角模糊数判断矩阵的情形。因此,三角模糊数判断矩阵的相容性和偏好集结是群组决策中值得深入研究的问题。文献检索发现,仅文献[11]针对三角模糊数判断矩阵利用矩阵距离范数定义了一种较为简单的相容性指标。本文从判断矩阵相容性概念出发,根据三角模糊数的特征以及模糊数学理论,给出了三角模糊数互补判断矩阵的一个相容性指标,并给出了一种基于三角模糊数互补判断矩阵的备选方案群组排序方法。

2 主要结果

本文考虑的决策问题是从一有限方案集 X

收稿日期:2011－07－11; **修订日期**:2012－02－21

基金项目:教育部人文社会科学研究青年基金项目(09YJC630229);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(31541110807)

作者简介:姚升保(1977－),男(汉族),湖北黄冈人,中南财经政法大学工商管理学院,副教授,博士,研究方向:决策分析.

$\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$中选择最好的方案或进行方案排序。在方案优选或排序中，依据的决策信息是各专家针对方案集 X 提供的方案两两比较的判断矩阵，而且判断矩阵是由三角模糊数表示的互补判断矩阵。以下，先给出三角模糊数及其三角模糊数互补判断矩阵的定义，然后给出主要分析结果。

2.1　相关概念

定义 1　称 $\tilde{a}=(a^l, a^m, a^u)$为三角模糊数，其中 $0<a^l \leqslant a^m \leqslant a^u$，如果它的特征函数 $\mu_{\tilde{a}}(x)$为：

$$\mu_{\tilde{a}}(x)=\begin{cases} 0, & x \leqslant a^l \\ \dfrac{x-a^l}{a^m-a^l}, & a^l<x \leqslant a^m \\ \dfrac{x-a^u}{a^m-a^u}, & a^m<x \leqslant a^u \\ 0, & x \geqslant a^u \end{cases} \tag{1}$$

对任意两个三角模糊数 $\tilde{a}=(a^l, a^m, a^u)$和 $\tilde{b}=(b^l, b^m, b^u)$，根据扩展原理，有相应的模糊运算法则如下[12]：

(1)$\tilde{a} \oplus \tilde{b}=(a^l+b^l, a^m+b^m, a^u+b^u)$

(2)$\tilde{a} \otimes \tilde{b}=(a^l b^l, a^m b^m, a^u b^u)$

(3)$\tilde{a} / \tilde{b}=(a^l / b^u, a^m+b^m, a^u+b^l)$

其中，$\oplus$、$\otimes$、/分别表示三角模糊数的加法、乘法和除法。

定义 2　对于三角模糊数 $\tilde{a}=(a^l, a^m, a^u)$和 $\tilde{b}=(b^l, b^m, b^u)$，其 Hamming 距离定义为[12]：

$$d_H(\tilde{a}, \tilde{b})=\int|\mu_{\tilde{a}}(x)-\mu_{\tilde{b}}(x)| d x \tag{2}$$

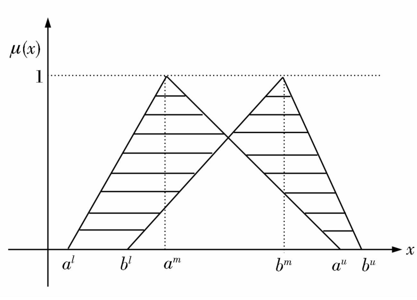

图 1　三角模糊数的 Hamming 距离

如图 1 所示，三角模糊数 $\tilde{a}$ 和 $\tilde{b}$ 的 Hamming 距离在数值上等于阴影部分的面积。

定义 3　设有判断矩阵 $\widetilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n \times n}$，其中 $\tilde{a}_{ij}=(a_{ij}^l, a_{ij}^m, a_{ij}^u)$，$\tilde{a}_{ji}=(a_{ji}^l, a_{ji}^m, a_{ji}^u)$，若 $a_{ij}^l+a_{ji}^u=a_{ij}^m+a_{ji}^m=a_{ij}^u+a_{ji}^l=1$，$0<a_{ij}^l \leqslant a_{ij}^m \leqslant a_{ij}^u$，$i, j \in N$，则称矩阵 $\widetilde{A}$ 为三角模糊数互补判断矩阵。

2.2　三角模糊数的相容性

基于 Hamming 距离的几何意义，我们将两个三角模糊数的相容度定义如下：

定义 4　设三角模糊数 $\tilde{a}=(a^l, a^m, a^u)$，$\tilde{b}=(b^l, b^m, b^u)$，称：

$$s(\tilde{a}, \tilde{b})=\frac{1-\beta(\tilde{a}, \tilde{b})}{1+\beta(\tilde{a}, \tilde{b})} \tag{3}$$

为 $\tilde{a}$，$\tilde{b}$ 的相容度，其中：$\beta(\tilde{a}, \tilde{b})=\dfrac{d_H(\tilde{a}, \tilde{b})}{S_a+S_b}=\dfrac{2 d_H(\tilde{a}, \tilde{b})}{a^u-a^l+b^u-b^l}$。

不难证明，三角模糊数的相容度 $s(\tilde{a}, \tilde{b})$具有以下性质：

(1)$0 \leqslant s(\tilde{a}, \tilde{b}) \leqslant 1$，且 $s(\tilde{a}, \tilde{b})=1$ 当且仅当 $\tilde{a}=\tilde{b}$；

(2)自反性 $s(\tilde{a}, \tilde{a})=1$；

(3)对称性 $s(\tilde{a}, \tilde{b})=s(\tilde{b}, \tilde{a})$。

定理 1　(1)平移不变性。设有三角模糊数 $\tilde{a}=(a^l, a^m, a^u)$，$\tilde{a}$ 左移 i 个单位得三角模糊数 $\tilde{a}_l=(a^l-i, a^m-i, a^u-i)$，$\tilde{a}$ 右移 i 个单位得三角模糊数 $\tilde{a}_r=(a^l+i, a^m+i, a^u+i)$（这里 $0<a^l-i, a^u+i \leqslant 1$），则有 $s(\tilde{a}, \tilde{a}_l)=s(\tilde{a}, \tilde{a}_r)$；

(2)互补不变性。设有三角模糊数 $\tilde{a}=(a^l, a^m, a^u)$，称 $\tilde{a}^c=(1-a^u, 1-a^m, 1-a^l)$为 $\tilde{a}$ 的互补三角模糊数。对于任意的两个三角模糊数 $\tilde{a}$ 和 $\tilde{b}$，有 $s(\tilde{a}, \tilde{b})=s(\tilde{a}^c, \tilde{b}^c)$。

证明：(1)由三角模糊数的隶属度定义可知：$\mu_{\tilde{a}_l}(x)=\mu_{\tilde{a}}(x+i)$，$\mu_{\tilde{a}_r}(x)=\mu_{\tilde{a}}(x-i)$。于是有：

$$\begin{aligned} d_H(\tilde{a}, \tilde{a}_l) &=\int_{a^l-i}^{a^u}|\mu_{\tilde{a}}(x)-\mu_{\tilde{a}_l}(x)| d x \\ &=\int_{\substack{a^l-i \\ y=x+i}}^{a^u}|\mu_{\tilde{a}}(x)-\mu_{\tilde{a}}(x+i)| d x \\ &=\int_{a^l}^{a^u+i}|\mu_{\tilde{a}}(y-i)-\mu_{\tilde{a}}(y)| d y \\ &=\int_{a^l}^{a^u+i}|\mu_{\tilde{a}}(x)-\mu_{\tilde{a}}(x-i)| d x \\ &=\int_{a^l}^{a^u+i}|\mu_{\tilde{a}}(x)-\mu_{\tilde{a}_r}(x)| d x \\ &=d_H(\tilde{a}, \tilde{a}_r) \end{aligned}$$

又 $S_{\tilde{a} l}=S_{\tilde{a} r}$，故有 $s(\tilde{a}, \tilde{a}_l)=s(\tilde{a}, \tilde{a}_r)$。

(2)由三角模糊数的隶属度定义可知：

$\mu_{\tilde{a}^c}(x)=\mu_{\tilde{a}}(1-x)$，$\mu_{\tilde{b}^c}(x)=\mu_{\tilde{b}}(1-x)$

于是，

$$\begin{aligned} d_H(\tilde{a}^c, \tilde{b}^c) &=\int_{1-a^u}^{1-b^l}|\mu_{\tilde{a}^c}(x)-\mu_{\tilde{b}^c}(x)| d x \\ &=\int_{\substack{1-a^u \\ y=1-x}}^{1-b^l}|\mu_{\tilde{a}}(1-x)-\mu_{\tilde{b}}(1-x)| d x \\ &=\int_{b^l}^{a^u}|\mu_{\tilde{a}}(y)-\mu_{\tilde{b}}(y)| d y \\ &=d_H(\tilde{a}, \tilde{b}) \end{aligned}$$

又 $S_{\tilde{a}}+S_{\tilde{b}}=S_{\tilde{a}^c}+S_{\tilde{b}^c}$，故有 $s(\tilde{a}, \tilde{b})=s(\tilde{a}^c, \tilde{b}^c)$。

2.3　三角模糊数互补判断矩阵的相容性

定义 5　设 $\widetilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n \times n}$，$\widetilde{B}=(\tilde{b}_{ij})_{n \times n}$为三角模糊数互补判断矩阵，其中 $\tilde{a}_{ij}=(a_{ij}^l, a_{ij}^m, a_{ij}^u)$，$\tilde{b}_{ij}=(b_{ij}^l, b_{ij}^m, b_{ij}^u)$，称：

$$C(\tilde{A},\tilde{B})=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}s(\tilde{a}_{ij},\tilde{b}_{ij}) \tag{4}$$

为三角模糊数互补判断矩阵 $\tilde{A},\tilde{B}$ 的相容度，其中 $s(\tilde{a}_{ij},\tilde{b}_{ij})$ 由(3)式计算。

根据定义 5，三角模糊数互补判断矩阵 $\tilde{A},\tilde{B}$ 的相容度 $C(\tilde{A},\tilde{B})$ 越大，表明它们之间的相容性越好。

对于三角模糊数互补判断矩阵 $\tilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n\times n}$，$\tilde{B}=(\tilde{b}_{ij})_{n\times n}$，由相容度的互补不变性可知：$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n}s(\tilde{a}_{ij},\tilde{b}_{ij})=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n-1}s(\tilde{a}_{ij},\tilde{b}_{ij})$，而 $\tilde{a}_{ii}=\tilde{b}_{ii}=(0.5,0.5,0.5)$，因此，在考察三角模糊数互补判断矩阵 $\tilde{A},\tilde{B}$ 的相容度时，只需考虑其上三角或下三角元素的相容性即可。

定义 6 设 $\tilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n\times n}$，$\tilde{B}=(\tilde{b}_{ij})_{n\times n}$ 为三角模糊数互补判断矩阵，称：

$$s(\tilde{A},\tilde{B})=\frac{2}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n}s(\tilde{a}_{ij},\tilde{b}_{ij}) \tag{5}$$

为 $\tilde{A},\tilde{B}$ 的相容性指标，其中 $s(\tilde{a}_{ij},\tilde{b}_{ij})$ 由(3)式计算。

易证下列结论成立。

定理 2 设 $\tilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n\times n}$，$\tilde{B}=(\tilde{b}_{ij})_{n\times n}$ 为三角模糊数互补判断矩阵，则：

(1) $0\leqslant s(\tilde{A},\tilde{B})\leqslant 1$，且 $s(\tilde{A},\tilde{B})=1$ 当且仅当 $\tilde{A}=\tilde{B}$；

(2)自反性。$s(\tilde{A},\tilde{A})=1$；

(3)对称性。$s(\tilde{A},\tilde{B})=s(\tilde{B},\tilde{A})$。

在实际决策中，两个判断矩阵完全相容是少见的，当两个判断矩阵的相容性达到一定程度即可视为通过相容性检验。为此，下面给出基本相容的概念。

定义 7 设 $\tilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n\times n}$，$\tilde{B}=(\tilde{b}_{ij})_{n\times n}$ 为三角模糊数互补判断矩阵，若 $s(\tilde{A},\tilde{B})\geqslant\alpha$，则称 $\tilde{A},\tilde{B}$ 基本相容，其中 α 为相容性指标的临界值。

临界值需要根据实际情况而定，一般可取 $\alpha=0.7$。由于定义 6 给出的相容性指标没有考虑对角线元素的影响，临界值取为 $\alpha=0.7$ 实际上要求

$$\frac{n(n-1)\times s(\tilde{A},\tilde{B})+n}{n^2}\geqslant 0.7。 \tag{6}$$

由(6)式可解得：

$$s(\tilde{A},\tilde{B})\geqslant 0.7\times\frac{n}{n-1}-\frac{1}{n-1} \tag{7}$$

3 三角模糊数互补判断矩阵的集结及方案排序

假设专家判断具有一致性和相容性，下面给出三角模糊数互补判断矩阵的集结方法。假设有 Q 位专家参与决策，每位专家针对方案集 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 给出三角模糊数互补判断矩阵，第 $q(1\leqslant q\leqslant Q)$ 位专家给出的判断矩阵为 $\tilde{A}^{(q)}=(\tilde{a}_{ij}^{(q)})_{n\times n}$，其中 $\tilde{a}_{ij}^{(q)}=(\tilde{a}_{ij}^{(q)l},\tilde{a}_{ij}^{(q)m},\tilde{a}_{ij}^{(q)u})$。本文采用加权法的思想集结各位专家的偏好信息。为此，首先需要确定专家权重。一般而言，在其它条件相同情况下，专家的判断水平越高，应该赋予其更大的权重。我们可以根据每位专家的意见与其他专家意见的差异程度描述该专家判断水平的高低。基于此，本文利用相容性指标确定专家权重。记：

$$s^q=\sum_{k=1,k\neq q}^{Q}s(A^{(q)},A^{(k)}) \tag{8}$$

则第 $q(1\leqslant q\leqslant Q)$ 位专家的权重为：

$$w_q=s^q/\sum_{k=1}^{Q}s^k \tag{9}$$

基于加权法的原理和三角模糊数的运算规则，下面给出群组决策中三角模糊数互补判断矩阵的一种方案排序方法，其计算步骤如下：

步骤 1：集结各为决策者的偏好信息。

根据各位决策者的三角模糊数判断矩阵和(9)式确定的权重，可以计算得到 $\tilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n\times n}$，其中：

$$\tilde{a}_{ij}=(\tilde{a}_{ij}^{l},\tilde{a}_{ij}^{m},\tilde{a}_{ij}^{u})=w_1\otimes\tilde{a}_{ij}^{(1)}\oplus w_2\otimes\tilde{a}_{ij}^{(2)}\oplus\cdots\oplus w_Q\otimes\tilde{a}_{ij}^{(Q)} \tag{10}$$

步骤 2：计算各方案的综合评价值。

备选方案 $x_i(1\leqslant i\leqslant n)$ 的综合评价值用三角模糊数 $\tilde{c}_i=(c_i^l,c_m^i,c_i^u)$ 表示，其计算公式为：

$$\tilde{c}_i=\left(\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{l},\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{m},\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{u}\right)/\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{l},\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{m},\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{u}\right) \tag{11}$$

步骤 3：计算方案综合评价值的平均值。

备选方案 x_i 的综合评价值为三角模糊数 $\tilde{c}_i=(c_i^l,c_i^m,c_i^u)$，难以直接比较大小。为此，本文采用文献[13]给出的分析方法，先计算综合评价值的期望值，再比较大小。三角模糊数综合评价值 $\tilde{c}_i$ 的期望值 $I(\tilde{c}_i)$ 的计算公式如下：

$$I(\tilde{c}_i)=(1-\alpha)\int_0^1 g_{c_i}^{L}(y)dy+\alpha\int_0^1 g_{c_i}^{R}(y)dy=\frac{1-\alpha}{2}c_i^l+\frac{1}{2}c_i^m+\frac{\alpha}{2}c_i^u \tag{12}$$

其中，函数 $g_{c_i}^{L}(y)$ 和 $g_{c_i}^{R}(y)$ 分别为三角模糊数 $\tilde{c}_i$ 的左、右隶属度函数的逆函数，详见文献[13]；系数 $\alpha(0\leqslant\alpha\leqslant 1)$ 表示乐观程度，α 的值越大表示乐观程度越高，对于乐观态度中性的情况，取 $\alpha=0.5$。

步骤 4：方案排序。

对 $I(\tilde{c}_i)$ 进行规范化处理，即可得排序权重 $w_i(i=1,2,\cdots,n)$

$$w_i=I(\tilde{c}_i)/\sum_{i=1}^{n}I(\tilde{c}_i) \tag{13}$$

根据排序权重 w_i 的大小对方案排序，排序权重 w_i 越大，则方案越优。

4　算例

风险投资活动具有高风险、高收益的特点，如何对备选项目进行评价以确定最值得投资的项目是风险投资决策的关键。考虑到影响项目投资的风险因素众多且比较复杂，决策者通常邀请专家对备选项目进行比较分析。专家对每种方案都有一定的主观偏好，在对方案进行两两比较的基础上构造三角模糊数互补判断矩阵。由于专家的主观判断信息即三角模糊数互补判断矩阵各不相同，如何集结专家意见给出备选项目的优劣排序对于投资决策的科学性具有重要意义。

考虑某个风险投资公司进行高新技术项目的投资决策问题，现有四个备选项 x_1,x_2,x_3,x_4 可供选择。三位专家对备选项目进行两两比较，并以 0.1—0.9 互补型标度给出两两比较的结果，标度值的具体含义见表 1[14]，得到三角模糊数互补判断矩阵 $\widetilde{E}_1,\widetilde{E}_2$ 和 $\widetilde{E}_3$。

表 1　0.1—0.9 标度的含义

0.1—0.9 标度	含义
0.1	表示方案乙极端优于方案甲
0.2	表示方案乙强烈优于方案甲
0.3	表示方案乙明显优于方案甲
0.4	表示方案乙稍微优于方案甲
0.5	表示方案甲和方案乙优劣相同
0.6	表示方案乙稍微优于方案甲
0.7	表示方案乙明显优于方案甲
0.8	表示方案乙强烈优于方案甲
0.9	表示方案乙极端优于方案甲

$$\widetilde{E}_1=\begin{pmatrix}(0.5,0.5,0.5) & (0.6,0.7,0.8) & (0.4,0.5,0.6) & (0.5,0.6,0.8)\\ (0.2,0.3,0.4) & (0.5,0.5,0.5) & (0.1,0.2,0.4) & (0.3,0.4,0.5)\\ (0.4,0.5,0.6) & (0.6,0.8,0.9) & (0.5,0.5,0.5) & (0.6,0.7,0.8)\\ (0.2,0.4,0.5) & (0.5,0.6,0.7) & (0.2,0.3,0.4) & (0.5,0.5,0.5)\end{pmatrix}$$

$$\widetilde{E}_2=\begin{pmatrix}(0.5,0.5,0.5) & (0.5,0.7,0.8) & (0.4,0.5,0.7) & (0.4,0.6,0.7)\\ (0.2,0.3,0.5) & (0.5,0.5,0.5) & (0.1,0.3,0.4) & (0.2,0.4,0.5)\\ (0.3,0.5,0.6) & (0.6,0.7,0.9) & (0.5,0.5,0.5) & (0.5,0.7,0.8)\\ (0.3,0.4,0.5) & (0.5,0.6,0.8) & (0.2,0.3,0.5) & (0.5,0.5,0.5)\end{pmatrix}$$

$$\widetilde{E}_3=\begin{pmatrix}(0.5,0.5,0.5) & (0.5,0.7,0.9) & (0.4,0.5,0.7) & (0.5,0.6,0.7)\\ (0.1,0.3,0.5) & (0.5,0.5,0.5) & (0.1,0.2,0.4) & (0.2,0.3,0.5)\\ (0.3,0.5,0.6) & (0.6,0.8,0.9) & (0.5,0.5,0.5) & (0.5,0.7,0.8)\\ (0.3,0.4,0.5) & (0.5,0.7,0.8) & (0.2,0.3,0.5) & (0.5,0.5,0.5)\end{pmatrix}$$

为了对方案排序，首先要求对专家判断矩阵的相容性进行检验。根据(5)式可求得上述三角模糊数互补判断矩阵的相容性指标分别为：

$s(\widetilde{E}_1,\widetilde{E}_2)=0.6278$

$s(\widetilde{E}_2,\widetilde{E}_3)=0.7694$

$s(\widetilde{E}_1,\widetilde{E}_3)=0.6440$

由(7)式可知三角模糊数互补判断矩阵 $\widetilde{A},\widetilde{B}$ 基本相容的条件是 $s(\widetilde{A},\widetilde{B})\geqslant 0.6,(n=4)$. 故上述三角模糊数互补判断矩阵 $\widetilde{E}_1,\widetilde{E}_2,\widetilde{E}_2$ 相互都是基本相容的。

由(8)、(9)式可计算得三位专家的权重为：

$w_1=0.3115,w_2=0.3423,w_3=0.3462$

由(10)式计算得综合评价矩阵为：

$$\widetilde{A}_1=\begin{pmatrix}(0.50,0.50,0.50) & (0.53,0.63,0.83) & (0.40,0.50,0.67) & (0.47,0.60,0.73)\\ (0.17,0.30,0.47) & (0.50,0.50,0.50) & (0.10,0.23,0.40) & (0.23,0.37,0.50)\\ (0.33,0.50,0.60) & (0.60,0.77,0.90) & (0.50,0.50,0.50) & (0.53,0.70,0.80)\\ (0.27,0.40,0.50) & (0.50,0.63,0.77) & (0.20,0.30,0.47) & (0.50,0.50,0.50)\end{pmatrix}$$

由(11)式计算得各备选方案的综合评价值为：

$\tilde{c}_1=(0.20,0.28,0.43)$，$\tilde{c}_2=(0.10,0.18,0.30)$，$\tilde{c}_3=(0.20,0.31,0.44)$，$\tilde{c}_4=(0.15,0.23,0.35)$

取 $\alpha=0.5$，由(12)式计算得各备选方案综合评价值的期望值为：

$I(\tilde{c}_1)=0.30,I(\tilde{c}_2)=0.19,\ I(\tilde{c}_3)=0.32,I(\tilde{c}_4)=0.24$

由(13)式计算得各备选方案的排序权重为：

$w_1=0.285,w_2=0.180,w_3=0.303,w_4=0.232$

因此，四个备选方案最重排序为：$x_3\succ x_1\succ x_4\succ x_2$。

5 结语

有关群组决策中的相容性检验已有比较多的研究成果,但大多数是针对确定型判断矩阵或区间数不确定型判断矩阵。本文研究三角模糊数互补判断矩阵偏好信息的相容性及方案排序问题,给出了一个新的衡量两个三角模糊数互补判断矩阵的相容性指标,进而给出了一种方案排序方法。与现有方法相比,本文提出的三角模糊数判断矩阵的相容性指标和方案排序方法具有以下特点:(1)利用三角模糊数 Hamming 距离定义的相容性指标具有明显的几何意义和良好的数学性质;(2)专家偏好集结的权重利用相容性指标确定,具有较强的客观性。某专家的权重与该专家同其它所有专家的意见一致性程度相关,与其它专家意见的一致性程度越高的专家的权重越大。(3)利用三角模糊数的运算规则计算各备选方案的综合评价结果(仍为三角模糊数),有效避免偏好集结过程中信息损失过多。在本文给出的决策方法中,如果两个三角模糊数互补判断矩阵不能通过相容性检验时,需要提请专家对判断矩阵予以修正。如何帮助专家和决策人修正判断矩阵是值得进一步研究的方向。

参考文献:

[1] Saaty T L. A ratio scale metric and compatibility of ratio scales: on the possibility of arrow's impossibility theorem [J]. Applied Mathematical Letters, 1994, 8 (6): 51－57.

[2] Chen C T. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114: 1－91.

[3] 王莲芬. 相容性与群组决策[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(2): 92－96.

[4] 董玉成, 陈义华. 层次分析法(AHP)中的检验[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 7: 105－110.

[5] 陈华友. 基于相容性准则的群组决策专家赋权最优模型[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(6): 1065－1068.

[6] Herrea F, Herrera－viedma E, Verdegay J L. Direct approach processes in group decision making using linguistic OWA operators[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(1): 175－190.

[7] Xu ZeShui. A practical procedure for group decision making under incomplete multiplicative linguistic preference relations [J]. Group Decision and Negotiation, 2006, 15: 593－604.

[8] Chiclana F, Herrera－viedma E, Herrea F, Alonso S. Some induced ordered weighted averaging operators and their use for solving group decision－making problems based on fuzzy preference relations[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 182(1): 383－399.

[9] 吕跃进,王玉燕,覃柏英. 区间数的相容性与区间数互补判断矩阵的相容性研究[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2004, 29(3): 179－182.

[10] 徐泽水,刘海峰. 六类不确定型判断矩阵的相容性研究[J]. 模糊系统与数学, 2003, 17(2): 53－58.

[11] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵的相容性及一致性研究[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2002, 3(2): 94－96.

[12] 李荣钧. 模糊多准则决策理论与应用[M]. 北京:科学出版社,2002.

[13] Liou T S, Wang M J. Subjective assessment of mental workload-a fuzzy linguistic multi-criteria approach[J]. Fuzzy Set and Systems, 1994, 62: 155－165.

[14] 黄卫来, 黄松. 一种改进的三角模糊数互补判断矩阵的排序方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(7): 1090－1093.

Research on Compatibility of Triangular Fuzzy number Complementary Judgment Matrices in Group Decision-making

YAO Sheng-bao, XU Min

(School of Business Administration, Zhongnan University of Economics and Law, Wuhan 430073, China)

Abstract: In this paper, the compatibility of preference information and alternatives ranking for group decision-making problems are studied, in which the experts' preference information is represented by triangular fuzzy number complementary judgment matrices. Firstly, a compatibility index of triangular fuzzy numbers is proposed based on the hamming distance, and the properties of the index are studied. Secondly, a compatibility index of triangular fuzzy number complementary judgment matrices is proposed according to the characteristics of the preference information. Thirdly, the compatibility index is used to determine weights of experts, and a ranking method is presented for the group decision-making problem. At last, a numerical example demonstrates the effectiveness of the proposed method.

Key words: complementary judgment matrix; triangular fuzzy number; compatibility; ranking