文章编号:1003－207(2012)06－0094－08

延期支付条件下考虑坏账影响的三阶段经济订货模型

秦娟娟

(天津财经大学商学院,天津　300222)

摘　要:研究零售商处于强势地位的三级供应链结构中,考虑到顾客坏账率的影响,分析二阶延期支付策略下零售商的最优订货策略。分两种情形讨论了坏账影响下零售商的利息收入与利息支出,建立了相应的决策模型。通过模型的分析求解,得出零售商的最优订货周期和最优订货批量的判定方法,并进一步分析了各参数对零售商最优决策的影响。最后,通过数值分析对有关结论进行了验证。

关键词:强势零售商;延期支付;经济订货策略;坏账率

中图分类号:C931; F224　　**文献标识码:**A

1　引言

在现实中,力量不对等的供应链比比皆是,零售商在越来越多的供应链中处于主导地位。以我国大陆市场为例:在家电市场,大部分销售终端为国美(已并购永乐)、苏宁和大中所控制;在大中型城市的食品和日用品市场,大部分市场份额由家乐福和Wal-Mart 所掌控。在这些零售商强势的供应链中,零售商拥有更多的发言权。因此,零售商常要求供应商提供较长的延期支付期限,而提供给顾客较短的延期支付期限。此外,零售商面对的顾客为不特定多数,会有应收账款无法收回的风险,即有一定的坏账损失。

国外许多学者对延期支付策略进行了研究。传统的经济订货批量模型(EOQ)假设采购商收到供应商的货物就立即支付全额的货款,没有考虑到采购商向客户提供的延期支付期限。Goyal[1] 首先提出了允许延期支付的 EOQ 模型,随后又有不少学者对该模型进行了多方面的扩展。Chu 等[2] 通过考虑变质产品的情形扩展了 Goyal[1] 的模型。Aggarwal 等[3] 进一步考虑了具有指数形式变质率的变质产品的情形。Jamal 等[4] 和 Chang 等[5] 进一步研究了延期支付情况下,变质产品在允许缺货条件下的订货策略。Teng[6] 分析了产品单位售价不等于单位成本的延期支付模型。Chuang 等[7] 进一步松弛 Goyal[1] 无限补货率的假设,考虑在供应商有限补货率情况下,采购商的经济生产批量模型。

随着研究的进展,已有文章探讨三级供应链中的二阶延期支付问题,即从采购商的角度出发,分析与上游供应商及下游顾客之间的交易关系。Huang[8] 首次扩展了 Goyal[1] 的模型的模型分析了二阶信用交易期限,供应商提供给采购商的延期支付期限为 M,且采购商提供给顾客的延期支付期限为 N,M>N。Huang [9] 综合考虑了 Chuang 等[7] 及 Huang[8] 的模型,分析二阶信用期限下采购商的最优库存更新策略。其研究指出,由于采购商的顾客为不特定的多数,在供应链中的权力地位较小,因此采购商给予顾客的延期支付期限小于供应商给予采购商的延期支付期限,且要求顾客支付商品售价的部分金额作为订金后,才能取得商品。因此采购商给予顾客的延期支付期间内,仍可赚取销售该商品的利息收入,并可累积利息收入。

但是,Huang[9] 没有考虑到当采购商提供给顾客的延期支付期限为 N 时,采购商收到货款的时间区间不是$[0,T]$。因为在时刻点 T 处购买商品的顾客将在时刻点 $T+N$ 处支付货款,所以采购商收到货款的时间区间为$[T,\ T+N]$。因此,Teng 等[10] 修正了 Huang[9] 中存在的不足,同时松弛约束条件 $Ik>Ie$ 和 $M>N$,探讨供应链中二阶信用交易下制

收稿日期:2010－10－10;**修订日期:**2012－07－10
基金项目:国家自然科学基金资助项目(709020447,1172018);教育部人文社会科学研究项目(10YJC630264);天津财经大学科研发展基金(Y1109,Y1107)
作者简介:秦娟娟(1983－),女(汉族),河南平顶山人,天津财经大学商学院,讲师,博士,研究方向:物流供应链管理.

造商的经济生产批量模型。

国内也有许多有关延期支付的研究成果。在单阶延期支付策略下，马克[11]等研究了在垄断竞争的市场结构下，生产商和零售商采用延期支付契约其后的利润变化情况。朱文贵等[12]研究了供应商允许零售商延迟支付并给予现金折扣的条件下，第三方物流企业向零售商提供存货质押融资服务的定价方法。杨树[13]利用了斯坦伯格博弈模型给出了在单个生产商和多个销售商的情况下，生产商延期支付策略选择和销售商的最优订货决策。闵杰等[14]建立了一个允许延期付款情形下变质性物品的两货栈库存模型，从而将两货栈库存系统作了进一步的扩展。夏海洋[15]针对退化性商品，在上游供应商提供一定信用期限，允许延期支付条件下，从下游厂商的角度出发，探讨其如何制订最优的营销投入水平和订货策略，以实现年净利润的最大化。

邱昊[16]等拓展延期支付策略为二阶延期支付策略，分析了延期付款条件下的三阶段经济订货模型。已有考虑延期付款的 EOQ 订货模型多为两阶段模型，一般只考虑单个供应商、单个零售商的情况。然而，实际上，零售商为刺激需求而给顾客提供延期付款计划却是常见的商业行为，为此，文章假定供应商给予零售商基于采购数量的延期支付、零售商给予顾客固定期限延期支付，将考虑延期支付的 EOQ 订货模型拓展为供应商、零售商、顾客三阶段模型。研究表明，基于订货量的延期付款对零售商经济订货批量有较大的影响，并呈现出一定的规律性。

但是上述有关延期支付的研究在建构零售商成本函数时，并未将坏账因素考虑至函数模型中。在零售商强势的供应链中，零售商相对于上下游企业而言具有较强的势力，财务状况良好，因此，当供应商提供延期支付期限给零售商时，鉴于零售商的实力，供应商的应收账款一般不会出现坏账的损失。但是，零售商提供给延期支付给其下游分散的客户时，其下游客户的资金实力往往比较弱小，很容易出现资金链断裂，进而形成坏账。而此时，零售商的应收账款就会存在一定的坏帐损失，因此零售商在求解经济订购策略时，必须考虑其坏账的影响。QIN[17]假设销售价格等于生产成本，探讨了坏账影响的延期支付策略。

文章进一步拓展上述有关延期支付的研究，考虑在零售商强势的供应链中，存在二阶延期支付策略下，销售价格大于生产成本且坏账率较低时，应收账款坏帐损失对零售商的利息收入与利息支出的影响，进而建构零售商的年费用函数，并分析零售商在上述情况下的最优订货周期和最优订货批量的判定方法。本文的研究更接近实际情况，且进一步丰富延期支付的学术研究。

2　符号说明与模型假设

本文模型所用的符号如表 1 所示。

表 1　模型所用的符号

D：年需求率；	A：发生一次订货的订货费；
p：单位产品的销售价格；	h：单位产品单位时间的库存保管费；
c：单位产品的采购成本；	
I_e：年收益利息率；	I_k：年支付利息率；
M：供应商给予零售商的延期支付期限；	N：零售商给予顾客的延期支付期限；
T：订货周期；	r：应收账款坏账率，$0 \leqslant r \leqslant (1-c/p)$。
$I(t)$：时刻 t 的库存水平，$0 \leqslant t \leqslant T$；	

为了便于模型的建立及分析，本文给出下列假设：(1) 只考虑一种产品，不允许缺货；(2) 考虑供应商、零售商和顾客的三级供应链结构，且零售商处于主导地位；(3) 年需求率为常数；(4) 忽略从发出订货到产品到达的间隔时间；(5) 供应商给予零售商延期支付期限不小于零售商给予顾客的延期支付期限，即 $M \geqslant N$；(6) 记录 $[N,\ T+N]$ 时间区间内未收回的应收账款，在时刻 $T+N$，零售商确认未收回的应收账款为坏帐损失，申请核销坏账。

3　模型建立

库存水平 $I(t)$ 由于满足顾客需求而逐渐减少，假设客户需求率为 D，则库存水平随时间的变化如(1)式所示：

$$\frac{dI(t)}{dt} = -D, 0 \leqslant t \leqslant T \tag{1}$$

且满足初始条件：$I(t)=0$。由此可得方程(1)的解为：

$$I(t) = -Dt + DT, 0 \leqslant t \leqslant T \tag{2}$$

零售商的采购数量：

$$Q = I(0) = DT \tag{3}$$

零售商的年相关费用为：

$TRC(T)$ ＝年订货费＋年采购费＋年持有成本的费用＋年利息支付-年利息收益

其中：年订货费 $= A/T$；年采购费 $= cD$。

年持有成本的费用(不包括利息) H 为：

$$H = \frac{h}{T}\int_0^T I(t)dt = \frac{hDT}{2}$$

零售商的年利息支付和年利息收益与其行动策略有关，所以分下面两种情形讨论。

3.1 情形一

$N \leqslant M \leqslant T+N$

(1) 年利息支出

假设产品为无限供给率，则库存水平见图 1(a)。不考虑坏帐的影响，零售商的累计销售收入见图 1(b)，即闵杰等[14]的情形 1－1。考虑到顾客的坏账损失，零售商的累计销售收入见图 1(c)。由于终端顾客多为小散户，零售商每笔应收账款在延期支付期限 N 后均存在一定的坏账率 r，即应收账款不能全部收回，该坏账损失会对零售商的利息支出产生一定的影响。

在时刻点 M，零售商需融资来支付未偿还的购买成本。M 点之后，零售商用获得的部分销售收入来偿还融资额，利润用于其他活动，因此，单位周期的利息支出 Y_k 为：

$$Y_k = \frac{I_k S_{CFD}}{T} = \frac{cI_k D}{2T}(T+N-M)^2 \tag{4}$$

当不考虑坏账率时，即 $r=0$，为闵杰等[14]中的情形 1－1 的利息支出。

(2) 年利息收入

零售商在时刻点 0 开始销售商品，在时刻点 N 开始收回货款，在时刻点 M 支付购买成本给供应商，因此，零售商可把时间区间 $[N, M]$ 中收回的货款进行投资，收入利息率 I_e。

坏账影响下，年利息收益为 Y_e 为：

$$Y_e = \frac{I_e S_{EMN}}{T} = \frac{pI_e D(1-r)(M-N)^2}{2T} \tag{5}$$

当不考虑坏账率时，即 $r=0$，为闵杰等[14]中的情形 1－1 的利息收入。

(3) 年总费用

坏账影响下零售商的年总费用：

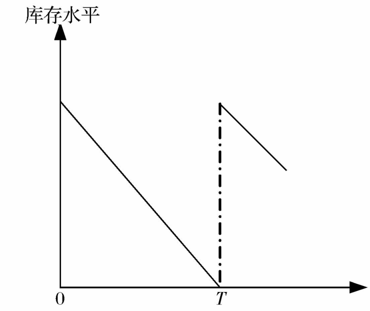
$$TRC_1(T) = \frac{A}{T} + cD + \frac{hDT}{2} + \frac{cI_k D}{2T}(T+N-M)^2 - \frac{pI_e D(1-r)(M-N)^2}{2T} \tag{6}$$

3.2 情形二

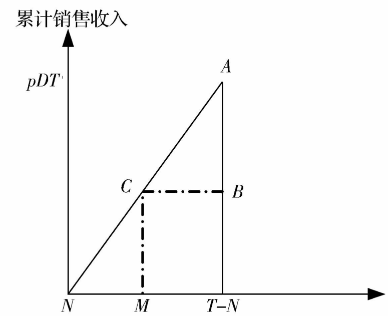
$N \leqslant T+N \leqslant M$

在情形二中，假设产品为无限供给率，库存水平见图 2(a)。不计坏账影响时累计销售收入见图 2(b)，即闵杰等[14]中的情形 1－2。考虑顾客的坏帐率，则零售商的累计销售收入见图 2(c)。

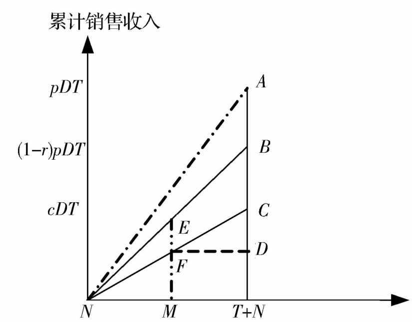
由假设条件可知，在时刻 $T+N$，零售商已收到除坏账损失外的所有货款。时刻点 M，零售商可以



(a) 库存水平



(b) 无坯帐影响的累计销售收入



(c) 坯帐影响下的累计销售收入

图 1 $N<M\leqslant T+N$ 时的库存水平及累计销售收入

支付所有的采购成本，其利息支出为 0。零售商在时刻点 0 处开始销售商品，在时刻点 N 开始收回货款，在时刻点 M 支付购买成本给供应商，因此，零售商可把时间区间 $[N, M]$ 中收回的货款进行投资，收入利息率 I_e。

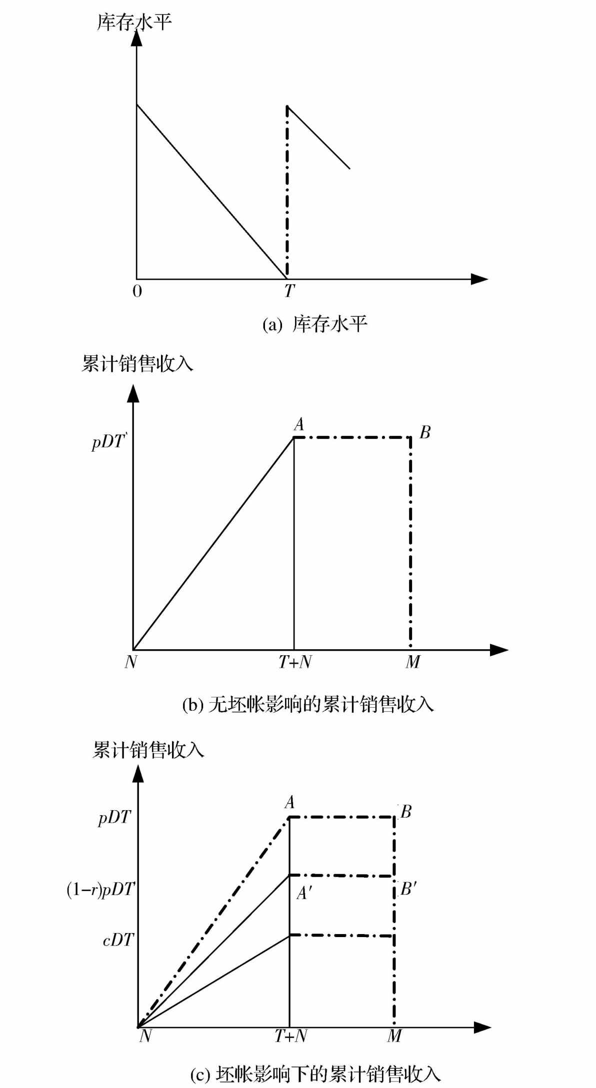
坏账影响下，年利息收益为 Y'_e：

$$Y'_e = \frac{I_e S_{A'B'MN}}{T} = \frac{pI_e D(1-r)(2M-2N-T)}{2} \tag{7}$$

不考虑坏账影响时，即 $r=0$，为文献[14]中的情形 1－2 的利息收入。

坏账影响下，零售商的年总费用为：

$$TRC_2(T) = \frac{A}{T} + cD + \frac{hDT}{2} - \frac{pI_e D(1-r)(2M-2N-T)}{2} \tag{8}$$



(a) 库存水平

(b) 无坏帐影响的累计销售收入

(c) 坏帐影响下的累计销售收入

图 2　$N < T+N \leqslant M$ 时的库存水平及累计销售收入

4　最优解分析

情形一：$N \leqslant M \leqslant T+N$

对公式(6)分别求一阶、二阶导数得：

$$\frac{\partial TRC_1(T)}{\partial T} = \frac{-1}{T^2}\left[A - \frac{D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k)}{2}\right] + \frac{D(h+cI_k)}{2}$$

$$\frac{\partial^2 TRC_1(T)}{\partial T^2} = \frac{1}{T^3}[2A - D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k)]$$

(1) 当 $2A-D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k) > 0$ 时，可得 $\frac{\partial^2 TRC_1(T)}{\partial T^2} > 0$，即 $TRC_1(T)$ 是 T 的凸函数。令 $\frac{\partial TRC_1(T)}{\partial T} = 0$，可求得情形一下零售商的最优订货周期 T_{11}^* 为：

$$T_{11}^* = \sqrt{\frac{2A-D(M-N)^2[pI_e(1-r)-cI_k]}{hD+cI_kD}} \tag{9}$$

相应的最优订货批量 Q_{11}^* 为：

$$Q_{11}^* = DT_{11}^* = \sqrt{\frac{2AD-D^2(M-N)^2[pI_e(1-r)-cI_k]}{h+cI_k}} \tag{10}$$

但在情形一中，零售商的最优订货周期需满足前提条件 $M \leqslant T_{11}^* + N$，即：

$$M \leqslant \sqrt{\frac{2A-D(M-N)^2[pI_e(1-r)-cI_k]}{hD+cI_kD}} + N$$

计算可得下列不等式：

$$\Delta = 2A - D(M-N)^2[pI_e(1-r)+h] \geqslant 0 \tag{11}$$

因此，当 $2A-D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k) > 0$ 时，且 $\Delta \geqslant 0$，最优解 T_{11}^* 和 Q_{11}^* 存在。

当 $2A-D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k) > 0$ 时，$\frac{\partial^2 TRC_1(T)}{\partial T^2} > 0$，但 $\Delta \leqslant 0$ 时，极值点 $T_{11}^* \leqslant M-N$。此时，可证 $\frac{\partial TRC_1(T)}{\partial T} > 0$。因此，零售商的最优订货周期为其端点值，即 $T_{12}^* = M-N$，最优订货批量为 $Q_{12}^* = D(M-N)$。

(2) 当 $2A-D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k) \leqslant 0$ 时，在情形一中，可证：

$$\frac{\partial TRC_1(T)}{\partial T} = \frac{-1}{T^2}\left[A - \frac{D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k)}{2}\right] + \frac{D(h+cI_k)}{2} > 0$$

因此，在情形一中，当 $2A-D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k) \leqslant 0$ 时，函数 $TRC_1(T)$ 为 T 的增函数，最优订货周期为 $T_{12}^* = M-N$，其满足 $N \leqslant M \leqslant T_{12}^* + N$；最优订货批量为：$Q_{12}^* = D(M-N)$。

当 $2A-D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k) \leqslant 0$ 时，可证 $0 \geqslant 2A-D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k) \geqslant 2A-D(M-N)^2[pI_e(1-r)+h]$。可知 $\Delta \leqslant 0$。

由上述(1)和(2)的分析，可得定理 1。

定理 1：在情形一中，即 $N \leqslant M \leqslant T+N$

(1) 当 $2A-D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k) > 0$ 时，且 $\Delta \geqslant 0$，则：

$$T_1^* = T_{11}^* = \sqrt{\frac{2A-D(M-N)^2[pI_e(1-r)-cI_k]}{hD+cI_kD}}$$

$$Q_1^* = Q_{11}^* = DT_{11}^*$$

(2) 当 $2A-D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k)>0$ 时，若 $\Delta\leqslant 0$ 时，则 $T_1^*=T_{12}^*=M-N, Q_1^*=Q_{12}^*=D(M-N)$。

(3) 当 $2A-D(M-N)^2(pI_e(1-r)-cI_k)\leqslant 0$ 时，可知 $\Delta\leqslant 0$，则 $T_1^*=T_{12}^*=M-N, Q_1^*=Q_{12}^*=D(M-N)$。

证明：由情形一的最优解分析易得定理 1。

情形一中，零售商的年费用最小值为 $TRC_1(T_1^*)$。

情形二：$N\leqslant T+N\leqslant M$

对公式(8) 分别求一阶、二阶导数得：

$$\frac{\partial TRC_2(T)}{\partial T}=\frac{-A}{T^2}+\frac{hD}{2}+\frac{pI_eD(1-r)}{2}$$

$$\frac{\partial^2 TRC_2(T)}{\partial T^2}=\frac{2A}{T^3}>0$$

因 $\frac{\partial^2 TRC_2(T)}{\partial T^2}>0$ 时，函数 $TRC_2(T)$ 有最小值。由 $\frac{\partial TRC_2(T)}{\partial T}=0$，可求得零售商最优订货周期：

$$T_2^*=\sqrt{\frac{2A}{hD+pI_eD(1-r)}} \tag{12}$$

相应的零售商最优订货批量：

$$Q_2^*=DT_2^*=\sqrt{\frac{2AD}{h+pI_e(1-r)}} \tag{13}$$

零售商的年费用最小值为 $TRC_2(T_2^*)$。

但在情形二中，零售商的最优订货周期需满足前提条件 $T_2^*+N\leqslant M$，即：

$$\sqrt{\frac{2A}{hD+pI_eD(1-r)}}+N\leqslant M$$

计算可得下列不等式：

$$2A-D(M-N)^2(h+pI_e(1-r))\leqslant 0 \tag{14}$$

即 $\Delta\leqslant 0$。

因此，当 $\Delta\leqslant 0$，则零售商的最优订货周期为 $T^*=T_2^*$，最优订货批量为 $Q^*=Q_2^*=DT_2^*$。

当 $\Delta\geqslant 0$，可证：

$$\frac{\partial TRC_2(T)}{\partial T}=\frac{-A}{T^2}+\frac{hD}{2}+\frac{pI_eD(1-r)}{2}$$

$$\leqslant(1-\frac{(M-N)^2}{T^2})(\frac{hD}{2}+\frac{pI_eD(1-r)}{2})\leqslant 0$$

因此，在情形二中，$N\leqslant T+N\leqslant M$，当 $\Delta\geqslant 0$，函数 $TRC_2(T)$ 为 T 的减函数。则零售商的最优订货周期为 $T^*=T_{22}^*=T_{12}^*=M-N$，最优订货批量为 $Q^*=Q_{22}^*=Q_{12}^*=D(M-N)$。

由上述分析，可得定理 2。

定理 2：在情形二中，即 $N\leqslant T+N\leqslant M$

(1) 当 $\Delta\geqslant 0$，则零售商的最优订货周期为 $T^*=T_{22}^*=T_{12}^*=M-N$，最优订货批量为：

$Q^*=Q_{22}^*=Q_{12}^*=D(M-N)$

(2) 当 $\Delta\leqslant 0$，则零售商的最优订货周期为 $T^*=T_2^*$，最优订货批量为 $Q^*=Q_2^*=DT_2^*$。

综合情形一和情形二的最优解分析，可得定理 3。

定理 3：$M\geqslant N$ 时，

(1) 当 $\Delta\geqslant 0$ 时，则零售商的最优订货周期为 $T^*=T_{11}^*$，最优订货批量为：

$Q^*=Q_{11}^*=DT_{11}^*$

(2) 当 $\Delta\leqslant 0$ 时，则零售商的最优订货周期为 $T^*=T_2^*$，最优订货批量为：

$Q^*=Q_2^*=DT_2^*$

(3) 当 $\Delta=0$ 时，零售商的最优订货周期为 $T^*=T_{22}^*=T_{12}^*=M-N$，最优订货批量为 $Q^*=Q_{22}^*=Q_{12}^*=D(M-N)$。

证明：

(1) 在情形二中，即 $N\leqslant T+N\leqslant M$，当 $\Delta\geqslant 0$，可证：

$$\frac{\partial TRC_2(T)}{\partial T}\leqslant 0$$

因此，在情形二中，$N\leqslant T+N\leqslant M$，当 $\Delta\geqslant 0$，函数 $TRC_2(T)$ 为 T 的减函数。

在情形一中，$N\leqslant M\leqslant T+N$，因 $\Delta\geqslant 0$，由式(11)，可得 T_{11}^* 为 $TRC_1(T)$ 的最优值。

结合情形一和情形二的分析，当 T 满足 $N\leqslant T+N\leqslant M$ 时，可得，

$TRC_2(T)\geqslant TRC_2(M-N)$

$=TRC_1(M-N)\geqslant TRC_1(T_{11}^*)$

因此，定理 3(1)得证，当 $\Delta\geqslant 0$ 时，则零售商最优订货周期为 $T^*=T_{11}^*$，最优订货批量为：

$Q^*=DT_{11}^*$

(2) 在情形一中，$N\leqslant M\leqslant T+N$，当 $\Delta\leqslant 0$，函数 $TRC_1(T)$ 的最优解为 $T_1^*=M-N, Q_1^*=D(M-N)$。

在情形二中，$N\leqslant M\leqslant T+N$，因 $\Delta\leqslant 0$，由式(14)，可得 T_2^* 为 $TRC_2(T)$ 的最优解。

结合情形一和情形二的分析，当 T 满足 $N\leqslant M\leqslant T+N$ 时，可得：

$TRC_1(T)\geqslant TRC_1(M-N)$

$=TRC_2(M-N)\geqslant TRC_2(T_2^*)$

因此，此时零售商的最优订货周期为 $T^*=T_2^*$，最优订货批量为 $Q^*=Q_2^*=DT_2^*$。

综上分析，定理 3(2)得证，当 $\Delta\leqslant 0$，则零售商

最优订货周期为 $T^* = T_2^*$，最优订货批量为 $Q^* = DT_2^*$。

(3) 由定理 3(1)和(2)的有关证明可知,当 $\Delta = 0$,零售商最优订货周期为 $T^* = M - N$，最优订货批量为 $Q^* = D(M-N)$。

由式(11)和式(14)可知,随着信用期限 M 的逐渐增大,Δ 的值逐渐减小。结合定理 3 的分析可知,若零售商的初始最优订货周期为 T_{11}^*,则随着 M 值的逐渐增大,零售商最优订货周期由 T_{11}^* 经 $T_{12}^*(T_{22}^*)$ 逐渐演变为 T_2^*。当 $pI_e(1-r) \leqslant cI_k$，即零售商单位利息收入低于单位利息支出时，且 T_{11}^* 为 M 的增函数，$T_{12}^*(T_{22}^*)$ 为 M 的增函数，T_2^* 与 M 无关,因此,随着参数 M 的逐渐增大,零售商的最优订货周期和最优订货批量逐渐增大或不变。同理,随着参数 N 的逐渐增大,零售商的最优订货周期和最优订货批量逐渐减小或不变。当 $pI_e(1-r) > cI_k$，即零售商单位利息收入高于单位利息支出时,随着参数 M 的逐渐增大,零售商的最优订货周期和最优订货批量逐渐减小或不变,随着参数 N 的逐渐增大,零售商的最优订货周期和最优订货批量逐渐增大或不变。

由式(11)和式(14)可知,随着固定订货成本 A 的逐渐减小,Δ 的值逐渐减小。若零售商的初始最优订货周期为 T_{11}^*,则随着 A 的减小,零售商最优订货周期由 T_{11}^* 经 $T_{12}^*(T_{22}^*)$ 演变为 T_2^*。且 T_{11}^* 为 A 的增函数，$T_{12}^*(T_{22}^*)$ 与 A 无关，T_2^* 为 A 的增函数。因此,随着 A 的逐渐减小,零售商的最优订货周期和最优订货批量逐渐减小到 $T_{12}^*(T_{22}^*)$，而后继续减小。因此,对于较小固定订货成本的网络销售而言,产品多为小批量多周期的订货策略。

由式(11)和式(14)可知,随着坏账率 r 的增大,Δ 逐渐增大。且 T_{11}^* 为 r 的增函数，$T_{12}^*(T_{22}^*)$ 与 r 无关，T_2^* 为 r 的增函数。结合定理 2 可知,若零售商的初始最优订货周期为 T_{11}^* 时,随着坏账率 r 的增大,最优订货周期逐渐增大到 $T_{12}^*(T_{22}^*)$ 时,而后继续增大。但坏账率需满足 $0(r((1-c/p)$，因此坏账影响下,零售商的最优决策可能只局限于上述部分演变过程。

在传统 EOQ 模型中,没有考虑延期支付和坏帐,零售商与顾客都是即时付款,且 $r = 0$。传统 EOQ 模型为情形一中的特殊情况,即 $M = N = r = 0$。因此，$Q_0^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{h + cI_k}}$。

定理 4：$M \geqslant N$ 时，

(1) 当 $pI_e(1-r) < cI_k$ 时,则 Q_2^* 不小于 Q_0^*，Q_{11}^* 不小于 Q_0^*。

(2) 当 $pI_e(1-r) > cI_k$ 时,则 Q_2^* 不大于 Q_0^*，Q_{11}^* 不大于 Q_0^*。

(3) 当 $pI_e(1-r) = cI_k$ 时，则 $Q_2^* = Q_0^*$，$Q_{11}^* = Q_0^*$。

证明：

(1) 当 $pI_e(1-r) < cI_k$ 时，

$$Q_2^* = DT_2^* = \sqrt{\frac{2AD}{h + pI_e(1-r)}} \geqslant \sqrt{\frac{2AD}{h + cI_k}} = Q_0^*;$$

$$Q_{11}^* = \sqrt{\frac{2AD - D^2(M-N)^2[pI_e(1-r) - cI_k]}{h + cI_k}}$$

$$\geqslant \sqrt{\frac{2AD}{h + cI_k}} = Q_0^*$$

同理可证,(2)和(3)成立。

由定理 4 可知,当零售商的单位利息收入高于单位利息支出时(如：$pI_e(1-r) > cI_k$)，零售商将充分利用上游的延期支付期限,制定的经济订货批量小于等于传统的经济订货批量。

5　数值分析

为了说明模型及定理的可行性,下面我们来举例说明。

例:设定某零售商制定某产品的进货策略,数据如下：$A = 200$ 元 / 次 $D = 5000$ 件 / 年，$p = 40$ 元 / 件，$c = 25$ 元 / 件，$h = 15$ 元 / 件 / 年，$I_e = 0.09$，$I_k = 0.15$，$M = 20/360$ 年，$N = 15/360$ 年，$r = 0.01$。

计算可得 $\Delta > 0$，$T_{11}^* = 0.0653$，$T_2^* = 0.0656$，由定理 2 可得,零售商的最小成本为 13086,最优订货周期为 $T^* = 0.0653$，最优订货批量 $Q^* = 326.7$。

在算例的基础上,调整模型中参数 M、N、A 及 r 的值,可得零售商的最优决策结果分别见表 2、表 3、表 4 和表 5。通过数值分析,可以更清楚的看出参数的变化对零售商的最优订货周期和最优订货批量的影响。

表 2　调整参数 *M* 时零售商的最优决策

M	最优订货周期	最优订货批量	最小费用
35/360	0.0656	327.7	13010
30/360	0.0655	327.2	13035
25/360	0.0654	326.8	13061
15/360	0.0653	326.5	13112

表 3　调整参数 N 时零售商的最优决策

N	最优订货周期	最优订货批量	最小费用
15/360	0.0653	326.6	13086
10/360	0.0654	326.8	13061
5/360	0.0655	327.2	13035
0	0.0656	327.7	13010

表 4　调整参数 A 时零售商的最优决策

A	最优订货周期	最优订货批量	最小费用
250	0.0730	365.2	13159
200	0.0653	326.6	13086
150	0.0566	282.9	13004
100	0.0462	231.0	12907

表 5　调整坏账率 r 时零售商的最优决策

r	最优订货周期	最优订货批量	最小费用
0.00	0.0653	326.6	13086
0.10	0.0654	326.7	13087
0.30	0.0654	327.0	13087
0.35	0.0654	327.1	13087

6　结语

文章考虑在强势零售商供应链中两阶延期支付策略下，加入了坏账影响，分两种情形建立了零售商的成本函数。通过分析求解，得出零售商的最优订货周期的判定方法，进而求得相应的最优订货批量和最小成本。并通过数值分析对有关定理进行了验证。

研究发现，当 $pI_e(1-r) \leqslant cI_k$，即零售商单位利息收入低于单位利息支出时，供应商给予零售商的延期支付期限 M 变大(或减小)时，零售商的最优订货周期和最优订货批量增大(减小)或保持不变；当零售商给予顾客的延期支付期限 N 变小(增大)时，零售商的最优订货周期和最优订货批量增大(减小)或保持不变。当 $pI_e(1-r) > cI_k$，即零售商单位利息收入高于单位利息支出时，供应商给予零售商的延期支付期限 M 变大(或减小)时，零售商的最优订货周期和最优订货批量减少(增大)或保持不变；当零售商给予顾客的延期支付期限 N 变小(增大)时，零售商的最优订货周期和最优订货批量减小(增大)或保持不变。

当固定订货成本 A 减小时，零售商的最优订货周期及最优订货批量减小。随着 r 值的增大(减小)，零售商的最优订货周期和最优订货批量增大(减小)。因此，本文的分析研究不仅具有一定的理论意义，而且可以更好的指导零售商进行决策。

参考文献：

[1] Goyal S K. Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments[J]. Journal of the Operational Research Society, 1985, 36(4): 335－338.

[2] Chu P, Chang K H, Lan S P. Economic order quantity of deteriorating items under permissible delay in payments [J]. Computer and Operations Research, 1998, 25 (10): 817－824.

[3] Aggarwal S P, Jaggi C K. Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments [J]. Journal of the Operational Research Society, 1995, 46 (5):658－662.

[4] Jamal A M, Sarker B R, Wang S. An ordering policy for deteriorating items with allowable shortage and permissible delay in payment [J]. The Journal of the Operational Research Society, 1997, 48(8):826－833.

[5] Chang H J, Dye C Y. An inventory model for deteriorating items with partial backlogging and permissible delay in payments [J]. International Journal of Systems Science, 2001, 32(3): 345－352.

[6] Teng J T. On the economic order quantity under conditions of permissible delay in payments [J]. Journal of the Operational Research Society, 2002, 53(8): 915 －918.

[7] Chung K J, Huang Y F. The optimal cycle time for EPQ inventory model under permissible delay in payments [J]. International Journal of Production Economics, 2003, 84(3): 307－318.

[8] Huang Y F. Optimal retailer's ordering policies in the EOQ model under trade credit financing [J]. Journal of the Operational Research Society, 2003, 54 (9): 1011－1015.

[9] Huang Y F. Optimal retailer's replenishment decisions in the EPQ model under two levels of trade credit policy [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 176(3): 1577－1591.

[10] Teng J T, Chang Chuntao. Optimal manufacturer's replenishment policies in the EPQ model under two levels of trade credit policy [J]. European Journal of Operational Research, 2009,195(2): 358－363.

[11] 马克，郭伟，张聪慧，等. 订单生产模式下垄断竞争市场的延期支付契约研究[J]. 管理科学，2009，22(1)：9－16.

[12] 朱文贵，朱道立，徐最. 延迟支付方式下的存货质押融资服务定价模型[J]. 系统工程理论与实践，2007，27(12):1－7.

[13] 杨树，梁樑，董骏峰. 延期支付条件下单个生产商多个销售商库存模型[J]. 系统工程，2007，25(4)：9－14.

[14] 闵杰，常浩. 两货栈及允许延期付款情形下变质性物品的最优订货策略[J]. 系统工程理论与实践，2009，29(3)：90－99.

[15] 夏海洋，黄培清. 允许延期支付条件下考虑营销投入水平的退化性商品库存模型[J]. 中国管理科学，2008，16(4)：55－62

[16] 邱昊，梁樑，余玉刚，杜少甫. 基于订货量的延期付款条件下三阶段经济订货模型[J]. 系统管理学报，2007，16(6)：669－672.

[17] Qin Juanjuan. Economic order quantity model with two levels of delayed payment and bad debt [J]. Research Journal of Applied Sciences，Engineering and Technology，2012，4(16)：2831－2838.

Economic Order Quantity Model under Three Levels with Payment Delay Considering Bad Debt

QIN Juan-juan

(Business School in Tianjin University of Finance and Economics，Tianjin 300222，China)

Abstract：Optimal retailer's replennishment policies is discussed with bad debt and payment delay in the three-stage supply chain with the dominant retailer. The effect of bad debt is analyzed on the interest earned and interest charged to build the models of the retailer's decision in two cases. By analyzing the model，the retailer's optimal replenishment time and the optimal order quantity are obtained. Furthermore，the effect of parameters on the retailer's optimal order policies is analyzed. Finally，the numerical analysis is presented to demonstrate the conclusions.

Key words：the dominant retailer；payment delay；EOQ；the rate of bad debt