

## 考虑早晚高峰出行链的出行方式选择均衡与定价机制

卢晓珊<sup>1</sup>, 黄海军<sup>1</sup>, 刘天亮<sup>1</sup>, 邓 齐<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 经济管理学院, 北京 100191; 2. 北京首都航空有限公司, 北京 100027)

**摘 要** 考虑从生活区与工作区之间的早晚高峰出行链, 研究三种出行方式: 地铁直达, 停车换乘和全程驾车. 基于瓶颈理论, 建立了分层 Logit 模型刻画出行者的交通方式决策行为, 利用弹性需求下的出行方式选择均衡等式, 进一步讨论了四种机制下的地铁票价和停车收费策略. 研究结果表明, 地铁和换乘停车场由政府经营, 采用低票价的政策吸引出行者, 而工作区停车场由公司经营, 实行高停车费的政策, 不仅能有效鼓励停车换乘, 提高公交出行分担率, 并且能实现系统净收益最大. 算例结果从理论上支持了当前北京施行的差别化停车收费政策.

**关键词** 方式选择; 价格竞争; 分层 Logit 模型; 瓶颈模型; 出行链

## Mode choice equilibrium and pricing mechanisms considering peak trip chain

LU Xiao-shan<sup>1</sup>, HUANG Hai-jun<sup>1</sup>, LIU Tian-liang<sup>1</sup>, DENG Qi<sup>2</sup>

(1. School of Economics & Management, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100191, China;  
2. Beijing Capital Airlines Co., Ltd., Beijing 100027, China)

**Abstract** This paper studies the mode choice problem considering the peak travel chain in a day. The transportation system comprises a subway parallel to a bottleneck-constrained highway between a residential area and a working place. Commuters can get their destinations by either auto or transit only; besides these two modes, they can drive to the bottleneck, park there and then take subway to the destination. Based on the bottleneck theory, a hierarchical Logit model is used to describe commuters' mode choice behaviors, and then mode choice equilibrium equations under elastic demand are constructed. Furthermore, optimal fare and parking fee strategies under four mechanisms are discussed. It is shown that when transit and park-and-ride place are operated by government and the working area parking lot belongs to a private enterprise, lower fares and higher parking fees in working area can effectively encourage parking interchanging, increase public transit trip contribution rate and maximize the system's total net benefit. Numerical results also support the current differentiation parking charge policy in Beijing.

**Keywords** mode choice; price competition; hierarchical Logit model; bottleneck model; trip chain

### 1 引言

随着社会经济的快速发展和交通需求的迅猛增长, 城市道路日益拥挤, 出行方式也更加多样化. 公共交通工具可以承担部分出行需求, 但是高收入家庭更倾向于选择私家车出行, 引发私家车数量的迅速上升, 停车换乘 (park & ride, P&R), 即私家车出行者在公路瓶颈处停车, 再换乘高容量的公共交通工具, 是缓解中心区交通拥堵的有效方式<sup>[1]</sup>.

近日, 北京开始施行新的差别化停车收费政策, 继续保持地铁换乘停车场的低价收费政策不变, 提高中心区停车场的收费水平. 这一经济上的举措有利于进一步鼓励私家车拥有者在进入市中心时选择地铁, 即停车换乘出行, 这对于提高公交出行分担率, 有效缓解大城市的交通压力起到了积极的作用. 那么, 如何制定合理的收费政策, 准确地预测多方式组合出行的分布, 成为当下政企及学术界关心和讨论的热点问题<sup>[2-4]</sup>.

收稿日期: 2011-06-24

资助项目: 国家自然科学基金委创新研究群体基金 (70821061); 北京航空航天大学博士生创新基金 (300528)

作者简介: 卢晓珊 (1984-), 女, 安徽安庆人, 博士研究生, 研究方向: 交通行为分析; 黄海军 (1964-), 男, 湖南人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 交通运输规划与管理, E-mail: haijunhuang@buaa.edu.cn.

以系统净收益最大化为目的, Pedersen<sup>[2]</sup> 研究了公交系统的短期、中期和长期的票价策略, Wang 等<sup>[3]</sup> 研究了公路收费的非线性定价机制, 他们的研究对象仅限于公共交通或私家车, 没有考虑多种出行方式收费之间的相互影响. Tabuchi<sup>[4]</sup> 研究了基于确定性均衡的交通方式划分问题, 之后 Huang 等<sup>[5-6]</sup> 考虑了车厢内拥挤成本和出行者的异质特征, 进一步扩展研究了不同的公交票价和公路收费政策对方式划分的影响. 由于多元 Logit 模型比确定性模型更加接近实际<sup>[6]</sup>, Huang<sup>[7]</sup> 研究了弹性需求下多元 Logit 随机均衡的交通方式划分问题, 分析人们在私家车和地铁之间的选择行为. 田琮等<sup>[8]</sup> 在文献 [7] 基础上做了重要扩展, 增加了瓶颈处停车换乘方式, 假定人们的出行方式选择服从多元 Logit 随机均衡模型.

然而, 多元 Logit 模型假设所有交通方式是不相关的, 而分层 Logit 模型将被认为相关的交通方式放在同一组, 因而分层 Logit 模型更加适合解决两个或多个交通方式之间存在相关性的问题<sup>[9]</sup>. 此外, 传统的出行分布模型把一次出行看成独立的分析单位, 忽略了出行之间的关联性, 割裂了出行之间的相互联系, 从而有可能导致对出行方式分布的错误预测或者对交通政策的错误评价<sup>[10]</sup>. 实际上, 相互联系的出行如以工作为目的的往返出行构成了出行链, “家 - 工作地 - 家” 是出行链中最简单也是最常见的一类<sup>[11]</sup>. 所以, 考虑早晚高峰出行链的分层 Logit 模型更加适合构建以工作为目的且具有相关性的多方式出行行为.

本文中笔者从早晚高峰出行链的角度出发, 建立分层 Logit 随机均衡模型刻画出行者的交通方式决策行为, 在出发地, 即第一层次, 一部分人选择地铁直达, 另外一部分人都选择开车; 在瓶颈处, 即第二层次, 由于偏好差异而分别选择换乘地铁和继续驾车到达目的地, 因而停车换乘和全程驾车可视为相关选择项. 首先, 建立弹性需求下的基于分层 Logit 模型的出行方式随机均衡等式. 进一步, 考察四种机制——系统净收益最大, 地铁公司利润最大 + 中心区停车场由政府运营, 地铁公司由政府运营 + 停车场管理公司利润最大, 以及两家公司寡头竞争下的最优的地铁票价和停车收费水平, 以及相应的出行分布, 这对制定合理的收费政策, 完善交通系统的设计具有一定的理论参考价值.

## 2 考虑早晚高峰出行链的分层 Logit 随机均衡方式选择模型

### 2.1 基本描述

如图 1 所示, 生活区 H 和工作区 W 由一条双向公路连接, 出行者每天早晨从生活区 H 出发去工作区 W 上班, 傍晚下班返回生活区 H. 双向公路途中有一处瓶颈 B, 其附近建有停车场 P2 和地铁换乘站点 TS, 工作区 W 处也有一停车场 P1. 假设生活区 H 里有两类出行者: 一类是只乘坐地铁, 早晨乘地铁直达工作区, 傍晚下班后坐地铁回家; 另一类出行者使用小汽车, 由于公路瓶颈的存在, 可有两种出行方式供他们选择, 即早晚全程开车或者是早晨先开车至瓶颈处, 然后停车换乘地铁到达工作区, 傍晚下班后先乘地铁到瓶颈处, 再开车回家.

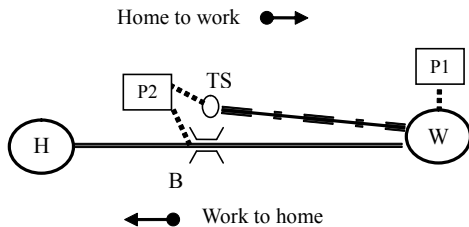


图 1 双向瓶颈走廊

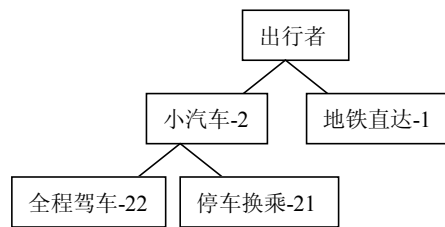


图 2 分层 Logit 模型的结构

为方便表述, 本文采用与张小宁等<sup>[12]</sup> 文中类似的符号  $\rightarrow$  和  $\leftarrow$  分别表示上下班的出行. 具体符号和参数如下: 令  $N_1$ 、 $N_{21}$  和  $N_{22}$  分别为选择地铁直达出行、停车换乘和全程驾车的人数,  $N_2$  为使用小汽车的人数,  $N$  为总出行人数,  $L$ 、 $l$  分别为从生活区到瓶颈和瓶颈到工作区的距离,  $\bar{s}$ 、 $\bar{s}$  分别为上下班途中公路瓶颈的通行能力,  $\bar{T}$ 、 $\bar{T}$  为上下班途中停车换乘时间,  $v_1$ 、 $v_2$  分别为地铁和小汽车的正常行驶速度,  $F_1$ 、 $F_2$  分别为地铁运营和驾车的固定成本,  $c_1$  为地铁运营的变动成本,  $x$  表示与工作区的距离,  $p_1(x)$  为与乘坐距离  $x$  有关的地铁票价,  $p_2(x)$  为与距离  $x$  有关的停车收费, 这里假设停车费是一次上班出行的费用, 与停车时间长度无关.  $q(n, x)$  为与乘车人数  $n$  和乘坐距离  $x$  有关的地铁车厢内拥挤函数,  $\pi_1$ 、 $\pi_2$  分别为地铁直达和换乘出行者感受的单位拥挤成本,  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  分别为地铁直达和驾车出行者的单位时间成本,  $\bar{\beta}_2$ 、 $\bar{\beta}_2$  分别为驾车者上班早到和下班早退的单位时间惩罚成本,  $\bar{\gamma}_2$ 、 $\bar{\gamma}_2$  分别为驾车者上班迟到到下班晚走的单位时间惩罚成本. 根据瓶颈模型<sup>[13]</sup> 的稳定性要求,  $\bar{\gamma}_2 \geq \alpha_2 \geq \bar{\beta}_2$  和  $\bar{\beta}_2 \geq \alpha_2 \geq \bar{\gamma}_2$  必须成立.

## 2.2 基于分层 Logit 模型的随机均衡等式

田琼等<sup>[8]</sup>假设所有出行者在一次出行中获得的正效用即日工资收入等是相同的, 并且采用多项式 Logit 模型刻画出行方式的选择行为, 这与现实有差距. 一般情况下, 能够驾车的出行者在一天出行中获得的正效用大于地铁直达的出行者. 笔者认为采用层次 Logit 模型很大程度上更能刻画所有出行者的出行行为, 停车换乘可以划分在私家车或者地铁出行方式下, 若根据决策顺序进行划分, 即出行者首先选择是否使用小汽车出行, 当选择小汽车以后再考虑是全程驾车还是瓶颈处换乘地铁, 决策过程如图 2 所示.

首先采用一般效用函数来刻画各出行方式的效用, 如下:

$$V_1 = U_1 - C_1 + \xi_1 \quad (1)$$

$$V_{21} = U_2 + U_{21} - C_{21} + \xi_2 + \xi_{21} \quad (2)$$

$$V_{22} = U_2 + U_{22} - C_{22} + \xi_2 + \xi_{22} \quad (3)$$

其中,  $U_1$ ,  $U_2$  分别表示地铁直达和使用小汽车的出行者一天出行的正效用, 如日工资收入等,  $U_{21}$ ,  $U_{22}$  分别表示驾车者对换乘或全程驾车的偏好;  $C_1$ ,  $C_{21}$  和  $C_{22}$  分别表示地铁直达、停车换乘和全程驾车的日出行成本; 随机项  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  表示选择是否使用小汽车出行的感知误差,  $\xi_{21}$ ,  $\xi_{22}$  表示小汽车出行者在瓶颈处是否选择继续开车到达目的地的感知误差, 它们均是独立同分布且均值为零的 Gumbel 变量. 那么均衡状态时各出行方式的人数为<sup>[9]</sup>:

$$N_i = N \frac{\exp(-\theta(C_i - U_i))}{\sum_{j=1,2} \exp(-\theta(C_j - U_j))}, \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

$$N_{2i} = N_2 \frac{\exp(-\omega(C_{2i} - U_{2i}))}{\sum_{j=1,2} \exp(-\omega(C_{2j} - U_{2j}))}, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

其中,  $C_2$  为驾车的期望日出行成本, 如下式:

$$C_2 = -\frac{1}{\omega} \ln \left( \sum_{j=1,2} \exp(-\omega(C_{2j} - U_{2j})) \right) \quad (6)$$

根据层次结构的离散选择行为理论, 在式 (4)–(6) 中, 必须满足  $\theta > 0$ ,  $\omega > 0$ , 且  $\theta \leq \omega$ . 出行者对出行效用的感知误差随着  $\theta$  或  $\omega$  的增大而减小, 表示越倾向于选择成本最低的出行方式. 通常, OD 对之间的需求随着网络服务水平的变化而变化, 而本文中网络的服务水平又由 OD 对之间的期望日出行成本来决定, 即满足函数式

$$N = D^{-1}(C) \quad (7)$$

其中,  $C$  为 OD 对之间的期望日出行成本, 由下式给出

$$C = -\frac{1}{\theta} \ln \left( \sum_{j=1,2} \exp(-\theta(C_j - U_j)) \right) \quad (8)$$

考虑出行逆需求函数  $B(N)$ , 满足  $dB(N)/dN < 0$ , 即边际出行收益递减. 均衡态时, 根据代表性出行者效用理论<sup>[14]</sup>, 可建立下面等式:

$$(\ln N_1 + 1)/\theta + C_1 - U_1 = (\ln N_2 + 1)/\theta + C_2 - U_2 = (\ln N + 1)/\theta + B(N) \quad (9)$$

$$(\ln N_{21} + 1)/\omega + C_{21} - U_2 - U_{21} = (\ln N_{22} + 1)/\omega + C_{22} - U_2 - U_{22} = (\ln N_2 + 1)/\omega + C_2 - U_2 \quad (10)$$

其中,  $N_{21} + N_{22} = N_2$ ,  $N_1 + N_2 = N$ .  $(\ln N + 1)/\theta + B(N)$  为所有出行者的期望边际收益, 其他项分别是相应出行方式的期望边际成本. 可以证明, 式 (9)–(10) 的解满足式 (4) 和 (5). 当时, 式 (9)–(10) 退化为一般多元 Logit 模型的均衡等式<sup>[7]</sup>. 下面计算三种出行方式的出行成本.

## 2.3 考虑早晚高峰出行链的各方式日出行成本

### 1) 地铁直达

假设地铁准时到达, 不发生早到或晚到的惩罚成本. 那么早晨地铁直达的出行成本包括路上时间成本、车厢内拥挤成本和地铁票价这三部分, 车次之间的等待时间部分记入路上时间, 如下式:

$$\vec{C}_1 = \alpha_1(L + l)/v_1 + \pi_1[q(N_1, L) + q(N_1 + N_{21}, l)] + p_1(L + l) \quad (11)$$

其中, 地铁车厢内拥挤函数  $q(n, x)$  是乘车人数  $n$  和乘坐距离  $x$  的增函数, 地铁票价  $p(x)$  是乘坐距离  $x$  的增函数. 傍晚地铁直达的出行成本  $\bar{C}_1 = \bar{C}_1$ , 那么地铁直达的日出行成本为

$$C_1 = \bar{C}_1 + \bar{C}_1 \quad (12)$$

## 2) 停车换乘

早晨换乘出行的成本包括路上时间成本、地铁车厢内拥挤成本、驾车固定成本以及地铁票价这四部分, 其中路上时间由驾车时间、地铁车内时间和换乘时间三部分构成.

$$\bar{C}_{21} = \alpha_2(L/v_2 + l/v_1 + \bar{T}) + \pi_2 q(N_1 + N_{21}, l) + F_2 + p_1(l) \quad (13)$$

类似地, 傍晚换乘返回的成本为

$$\bar{C}_{21} = \alpha_2(L/v_2 + l/v_1 + \bar{T}) + \pi_2 q(N_1 + N_{21}, l) + F_2 + p_1(l) \quad (14)$$

停车换乘方式的日出行成本还包括地铁换乘停车场的停车费, 如下式:

$$C_{21} = \bar{C}_{21} + \bar{C}_{21} + p_2(l) \quad (15)$$

## 3) 全程驾车

由于公路存在瓶颈, 当全程驾车上班的出行者数量超过瓶颈通过能力时, 出行者不可避免地将在瓶颈处排队等待 (这里只考虑点排队, 不考虑车身物理长度). 从生活区早出发或晚出发的人可能不经历或经历较少的排队等待时间, 但早到或晚到工作区的惩罚成本较高. 长期平均来看,  $N_{22}$  位全程驾车者早晨经历同样多的出行成本<sup>[6]</sup>, 包括行驶时间成本, 瓶颈处排队与早到晚到惩罚的综合成本以及驾车固定成本, 即

$$\bar{C}_{22} = \alpha_2(L + l)/v_2 + \bar{\delta}N_{22}/\bar{s} + F_2 \quad (16)$$

其中,  $\bar{\delta} = \bar{\beta}_2\bar{\gamma}_2/(\bar{\beta}_2 + \bar{\gamma}_2)$ . 类似地, 傍晚出行成本为

$$\bar{C}_{22} = \alpha_2(L + l)/v_2 + \bar{\delta}N_{22}/\bar{s} + F_2 \quad (17)$$

其中,  $\bar{\delta} = \bar{\beta}_2\bar{\gamma}_2/(\bar{\beta}_2 + \bar{\gamma}_2)$ . 全程驾车的日出行成本还包括工作区的停车费, 如下:

$$C_{22} = \bar{C}_{22} + \bar{C}_{22} + p_2(0) \quad (18)$$

## 3 四种机制下的地铁票价和停车收费策略

由于地铁和工作区停车场可以由政府或企业经营, 通过组合可得到四种机制下的全程地铁票价、换乘地铁票价 (包括换乘站点的停车费) 和工作区停车收费策略. 下面探讨在不同的机制下, 最优的收费水平有何不同, 出行的分布有何差异, 以及出行总人数、系统净收益等指标的变化. 注意, 在本文的讨论中, 换乘站点的停车费和地铁车票由地铁经营单位统一收取, 并且最优的收费策略是通过直接优化相应出行方式的人数来获得.

### 3.1 系统净收益最大化

这个目标是理想化的情形, 该情形下的收费水平以及出行总人数、系统净收益等指标可作为衡量其他收费政策的标尺. 下面推导出该情形下的最优收费组合. 该最优化问题如下:

$$\begin{aligned} \max NSB = & \int_0^N B(w)dw + N_1U_1 + N_2U_2 + N_{21}U_{21} + N_{22}U_{22} + [N \ln N/\theta - N_1 \ln N_1/\theta - \\ & N_{21} \ln N_{21}/\omega - N_{22} \ln N_{22}/\omega - N_2 \ln N_2/\eta] - \{N_{22}[\bar{\delta}N_{22}/\bar{s} + 2\alpha_2(L + l)/v_2 + \\ & \bar{\delta}N_{22}/\bar{s} + 2F_2] + N_1[2\alpha_1(L + l)/v_1 + 2\pi_1q(N_1, L)] + N_{21}[\alpha_2(2L/v_2 + 2l/v_1 + \\ & \bar{T} + \bar{T}) + 2F_2] + 2(\pi_1N_1 + \pi_2N_{21})q(N_1 + N_{21}, l) + 2(N_1 + N_{21})c_1 + 2F_1\} \end{aligned} \quad (19)$$

满足分层 Logit 均衡等式 (9)–(10) 以及  $N_1 + N_{21} + N_{22} = N$ ,  $N_{21} + N_{22} = N_2$ ,  $N_1 \geq 0$ ,  $N_{21} \geq 0$ ,  $N_{22} \geq 0$ . 其中,  $1/\eta = 1/\theta - 1/\omega$ ,  $\eta > 0$ . 式 (19) 中, 积分项与其后四项之和是所有出行者所得到的出行效用的确定性部分, 与文献 [8] 不同, 确定性效用部分包括出行获得的工资收入和偏好效用, 若选择不同方式出行者的收入和偏好效用相同, 则该项的有无并不影响最终的出行分布; 方括号中的项是出行效用随机部分的期望值减去出行成本随机部分的期望值, 大括号这一项是系统的总社会成本. 另外, 票价属于系统内部的货币交换, 不计入系统净收益.

**定理 1** 为实现系统净收益最大化, 地铁直达的票价 (包括往返) 等于  $2[\pi_1N_1q'(N_1, L) + (\pi_1N_1 + \pi_2N_{21})q'(N_1 + N_{21}, l) + c_1]$ ; 瓶颈处换乘地铁的出行者应被征收费用 (包括往返) 为  $2[(\pi_1N_1 + \pi_2N_{21})q'(N_1 + N_{21}, l) + c_1]$ ; 工作区停车场的停车费应征收  $(\bar{\delta}/\bar{s} + \bar{\delta}/\bar{s})N_{22}$ .

实际上, 单程地铁票价是两段地铁的车厢内的拥挤外部性与地铁的可变成本之和; 瓶颈处换乘地铁的单程收费是第二段地铁车厢内的拥挤外部性和地铁的可变成本之和; 工作区停车场的停车费等于往返公路瓶颈的拥挤外部性之和, 如果只考虑早高峰或晚高峰出行, 则工作区征收的停车费等于  $\bar{\delta}N_{22}/\bar{s}$  或  $\delta N_{22}/\bar{s}$ , 忽略了晚高峰或早高峰时公路瓶颈的拥挤外部性, 工作区的停车收费水平被低估。

### 3.2 地铁公司利润最大化, 停车场由政府运营

如果工作区停车场是市政用地, 那么该停车场就有可能由政府运营, 以系统净收益最大为目标来制定停车收费水平, 即给定  $p_2(0) = (\bar{\delta}/\bar{s} + \delta/\bar{s})N_{22}$ , 而此时假如地铁的运营归企业, 全程和换乘地铁票价的收费权由地铁公司掌握, 地铁公司追求自身利润最大化, 模型如下:

$$\max_{N_1, N_{21}} F = \{2N_1p_1(L+l) + N_{21}[2p_1(l) + p_2(l)]\} - 2(N_1 + N_{21})c_1 - 2F_1 \quad (20)$$

满足分层 Logit 均衡等式 (9)–(10) 以及  $N_1 + N_{21} + N_{22} = N$ ,  $N_{21} + N_{22} = N_2$ ,  $N_1 \geq 0$ ,  $N_{21} \geq 0$ ,  $N_{22} \geq 0$ . 目标函数 (20) 式中大括号一项为地铁公司的总收入, 包括地铁票价和停车场收入, 第二项为与载容量相关的变动成本, 最后一项为地铁公司运营的固定成本. 从 (9)–(10) 式中解出  $2p_1(L+l)$  和  $2p_1(l) + p_2(l)$  的表达式代入 (20), 然后令  $\partial F/\partial N_1 = 0$  及  $\partial F/\partial N_{21} = 0$ , 得到地铁公司利润最大化时的定价策略 (包括往返) 为:

$$2p_1(L+l) = 2[\pi_1 N_1 q'(N_1, L) + (\pi_1 N_1 + \pi_2 N_{21})q'(N_1 + N_{21}, l) + c_1] + 1/\theta + f'[N_1 + N_{21}]g'_{22} - N_{21}/(\eta N_2)]/(f' - g'_{22}) \quad (21)$$

$$2p_1(l) + p_2(l) = 2[(\pi_1 N_1 + \pi_2 N_{21})q'(N_1 + N_{21}, l) + c_1] + 1/\omega + [(N_1 + N_{21})f' - N_{21}/(\eta N_2)][g_{22}' - 1/(\eta N_2)]/(f' - g_{22}') \quad (22)$$

其中,  $f' = 1/(\theta N) + B'(N)$ ,  $g_{22}' = 1/(\omega N_{22}) + 1/(\eta N_2) + 2(\bar{\delta}/\bar{s} + \delta/\bar{s})$ , 前者为所有人出行的期望边际收益<sup>[7]</sup>.

**定理 2** 地铁公司利润最大化时对地铁直达和换乘者的定价策略比社会净收益最大化时要高, 高出的部分 (包括往返) 分别为

$$\Delta_1 = 1/\theta + f'[(N_1 + N_{21})g_{22}' - N_{21}/(\eta N_2)]/(f' - g_{22}'),$$

$$\Delta_{21} = 1/\omega + [(N_1 + N_{21})f' - N_{21}/(\eta N_2)][g_{22}' - 1/(\eta N_2)]/(f' - g_{22}').$$

当  $\omega = \theta$  时,  $\eta \rightarrow \infty$ ,  $\Delta_1 = \Delta_{21}$ , 即退化到多元 Logit 模型时两种定价策略的高出部分相等, 均等于  $1/\theta + (N_1 + N_{21})/(1/g_{22}' - 1/f')$ <sup>[8]</sup>.

### 3.3 停车场管理公司利润最大化, 地铁由政府运营

北京目前正在实行该机制. 若地铁公司归政府运营, 以系统净收益最大为目标, 即事先给定全程地铁票价为  $2p_1(L+l) = 2[\pi_1 N_1 q'(N_1, L) + (\pi_1 N_1 + \pi_2 N_{21})q'(N_1 + N_{21}, l) + c_1]$ , 换乘地铁票价为  $2p_1(l) + p_2(l) = 2[(\pi_1 N_1 + \pi_2 N_{21})q'(N_1 + N_{21}, l) + c_1]$ . 由停车场管理公司经营工作区停车场, 追求利润最大化, 即

$$\max_{N_{22}} P = N_{22}p_2(0) \quad (23)$$

满足分层 Logit 均衡等式 (9)–(10) 以及  $N_1 + N_{21} + N_{22} = N$ ,  $N_{21} + N_{22} = N_2$ ,  $N_1 \geq 0$ ,  $N_{21} \geq 0$ ,  $N_{22} \geq 0$ . 由于  $p_2(0)$  的表达式十分复杂, 下面将在第四节通过数值算例来辅助分析模型结果.

### 3.4 地铁公司和停车场管理公司寡头竞争

在香港等地区工作区停车场和地铁公司一般归属不同的公司经营, 每个公司都希望最大化自身利润. 在给定工作区停车收费水平的情形下, 地铁公司通过优化  $N_1$ ,  $N_{21}$  来间接得到最优的全程和换乘地铁票价, 类似地, 给定全程和换乘地铁票价, 工作区停车场通过优化  $N_{22}$  来间接获得最优的停车费. 双方长期的价格博弈将达到 Nash 均衡状态. 问题可描述如下:

对地铁公司来说, 目标函数为

$$\max_{N_1, N_{21}} F = \{2N_1p_1(L+l) + N_{21}[2p_1(l) + p_2(l)]\} - 2(N_1 + N_{21})c_1 - 2F_1 \quad (24)$$

对停车场管理公司而言, 目标函数为

$$\max_{N_{22}} P = N_{22}p_2(0) \quad (25)$$

满足分层 Logit 均衡等式 (9)–(10) 以及  $N_1 + N_{21} + N_{22} = N$ ,  $N_{21} + N_{22} = N_2$ ,  $N_1 \geq 0$ ,  $N_{21} \geq 0$ ,  $N_{22} \geq 0$ .

类似 3.2 和 3.3 节的处理方法, 可得

$$2p_1(L+l) = 2\pi_1 N_1 q'(N_1, L) + 2(\pi_1 N_1 + \pi_2 N_{21}) q'(N_1 + N_{21}, l) + 2c_1 + 1/\theta + f'[(N_1 + N_{21})f_{22}' - N_{21}/(\eta N_2)]/(f' - f_{22}') \quad (26)$$

$$2p_1(l) + p_2(l) = 2(\pi_1 N_1 + \pi_2 N_{21}) q'(N_1 + N_{21}, l) + 2c_1 + 1/\omega + [(N_1 + N_{21})f' - N_{21}/(\eta N_2)][f_{22}' - 1/(\eta N_2)]/(f' - f_{22}') \quad (27)$$

$$p_2(0) = N_{22}(\bar{\delta}/\bar{s} + \bar{\delta}/\bar{s}) + 1/\omega + N_{22} \frac{[f_{21}' - 1/(N_2 \eta)][(f' - f_1')/(N_2 \eta) + f' f_1'] - 4\pi_1 \pi_2 (q'(N_1 + N_{21}, l))^2 [f' - 1/(N_2 \eta)]}{[f' - 2\pi_1 q'(N_1 + N_{21}, l)][f' - 2\pi_2 q'(N_1 + N_{21}, l)] - (f' - f_1')(f' - f_{21}')} \quad (28)$$

其中,  $f_1' = 1/(\theta N_1) + 2\pi_1 [q'(N_1, L) + q'(N_1 + N_{21}, l)]$ ,  $f_{21}' = 1/(\omega N_{21}) + 1/(\eta N_2) + 2\pi_2 q'(N_1 + N_{21}, l)$ ,  $f_{22}' = 1/(\omega N_{22}) + 1/(\eta N_2) + (\bar{\delta}/\bar{s} + \bar{\delta}/\bar{s})$ , 分别为地铁直达、停车换乘和全程驾车这三种出行方式的期望边际成本。

**定理 3** 两家公司价格竞争时的全程和换乘地铁票价均比系统净收益最大化时要高, 高出的部分 (包括往返) 分别为

$$\Delta'_1 = 1/\theta + f'[(N_1 + N_{21})f_{22}' - N_{21}/(\eta N_2)]/(f' - f_{22}'),$$

$$\Delta'_{21} = 1/\omega + [(N_1 + N_{21})f' - N_{21}/(\eta N_2)][f_{22}' - 1/(\eta N_2)]/(f' - f_{22}').$$

当  $\omega = \theta$  时,  $\eta \rightarrow \infty$ ,  $\Delta'_1 = \Delta'_{21}$ , 即退化到多元 Logit 模型下, 两种定价机制的高出部分相等, 均等于  $1/\theta + (N_1 + N_{21})/(1/f_{22}' - 1/f')$ 。

**定理 4** 两家公司价格竞争时的全程和换乘地铁票价均低于地铁公司利润最大化的情形。当  $\omega = \theta$  时, 即退化到多元 Logit 模型下, 两种定价机制的价格差相等, 均等于  $(f')^2 (N_1 + N_{21})(f_{22}' - g_{22}') / [(f' - f_{22}')(f' - g_{22}')$ ]。

**定理 5** 两家公司价格竞争时的工作区停车收费水平比系统净收益最大化时要高, 高出的部分为

$$\Delta_{22} = 1/\omega + N_{22} \frac{[f_{21}' - 1/(N_2 \eta)][(f' - f_1')/(N_2 \eta) + f' f_1'] - 4\pi_1 \pi_2 (q'(N_1 + N_{21}, l))^2 [f' - 1/(N_2 \eta)]}{[f' - 2\pi_1 q'(N_1 + N_{21}, l)][f' - 2\pi_2 q'(N_1 + N_{21}, l)] - (f' - f_1')(f' - f_{21}')},$$

当  $\omega = \theta$  时,  $\eta \rightarrow \infty$ , 即退化到多元 Logit 模型下, 高出的部分等于

$$1/\theta + N_{22} \frac{f'[f_1' f_{21}' - 4\pi_1 \pi_2 (q'(N_1 + N_{21}, l))^2]}{[f' - 2\pi_1 q'(N_1 + N_{21}, l)][f' - 2\pi_2 q'(N_1 + N_{21}, l)] - (f' - f_1')(f' - f_{21}')}$$

## 4 数值试验

前面建立了基于分层 Logit 随机均衡的出行方式选择模型, 并讨论了四种机制下的最优票价和工作区停车收费策略。本节采用一个算例来支持前面的模型分析。参考文献 [8] 中的设置, 模型输入参数如下:  $(\alpha_1, \alpha_2) = (15, 20)$  (元/小时),  $(\bar{\beta}_2, \bar{\gamma}_2) = (15, 30)$  (元/小时),  $(\bar{\beta}_2, \bar{\gamma}_2) = (30, 15)$  (元/小时),  $(\bar{s}, \bar{s}) = (4000, 3000)$  (辆/小时),  $v_1 = 20$  (公里/小时),  $v_2 = 30$  (公里/小时),  $L = 30$  公里,  $l = 5$  公里,  $(\bar{T}, \bar{T}) = (0.2, 0.15)$  (小时),  $F_1 = 0$ ,  $F_2 = 10$  (元),  $c_1 = 0.5$  (元/人),  $U_1 = 60$  (元),  $U_2 = 80$  (元),  $U_{21} = U_{22} = 0$ ,  $\pi_1 = 0.85e^{-5}$  (元/单位拥挤),  $\pi_2 = 1.2e^{-5}$  (元/单位拥挤),  $\theta = 0.1$ ,  $\omega = 2$ , 逆需求函数  $B(N) = -G \ln(N/N_{\max})$ , 其中,  $N_{\max} = 10000$ , 随着  $G$  增大, 需求对成本的弹性变小, 地铁车厢内拥挤函数  $q(n, x) = (x/v_2)(0.05n^2 + 0.25n)$ 。

为了分析收费水平与各种出行方式分担率的关系, 首先考察在不同机制下的全程地铁票价和第二段票价 (这里均指相对与工作区停车费的比值) 的变化情况, 如图 3。可以发现, 地铁公司利润最大化 (机制 II) 下制定的全程地铁票价和第二段票价最高, 而以停车场管理公司利润最大化为目标 (机制 III) 的全程地铁票价和第二段票价最低, 两家公司定价博弈 (机制 IV) 和系统净收益最大化 (机制 I) 下得到的全程地铁票价和第二段票价分别位居第二和第三位。相应的各机制下选择地铁直达和停车换乘的人数占总人数的比值如图 4 所示, 机制 III、I、IV 和 II 实现的地铁直达和停车换乘的人数比率依次降低。这与图 3 的收费情况是吻合的。

图 3 和 4 中, 比较机制 II 和 IV 下的结果, 机制 II 下地铁公司为了盈利, 制定的票价水平最高, 机制 IV 下两家公司通过价格竞争争夺需求, 全程地铁票价和换乘票价相比机制 II 均有所下降, 但是地铁直达的出行比率几乎不变, 而停车换乘比率增长很大。此时地铁公司在市场竞争下降低票价的政策主要影响到私家车出行者, 更多的人选择在瓶颈处停车换乘。比较机制 I 和 III 的结果, 机制 III 实现停车场管理公司利润最

大, 工作区停车场的票价被提高, 全程地铁票价和换乘票价相对降低, 此时地铁直达的出行比率增幅较小, 而停车换乘比率有较大提高. 说明降低换乘票价和提高工作区停车费这两种措施均能有效地鼓励私家车出行者在瓶颈处选择停车换乘, 这也从理论上支持了北京市正在施行的差别化停车收费政策.

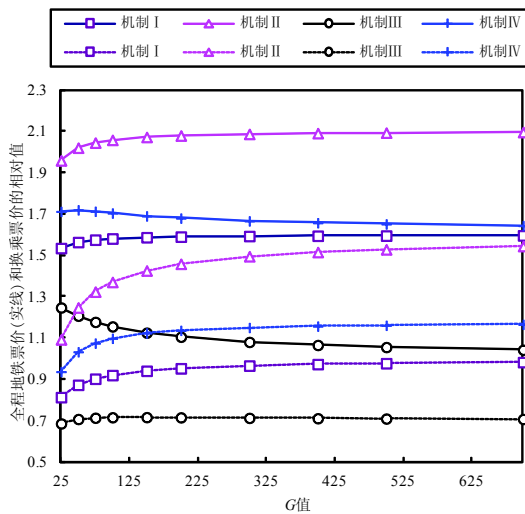


图 3 不同机制下的全程地铁票价和换乘票价的相对值 (与工作区停车费的比值)

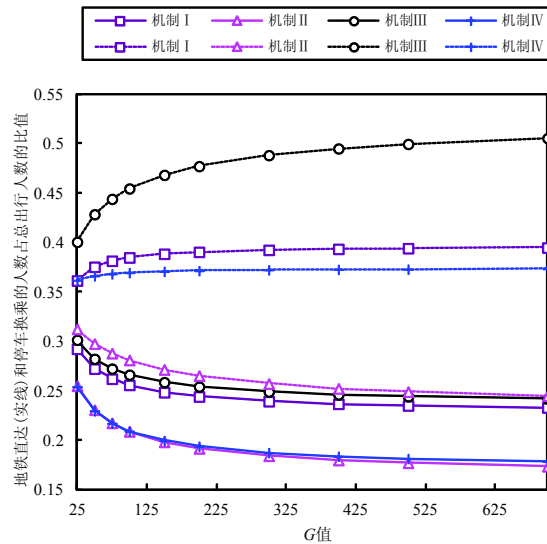


图 4 不同机制下选择地铁直达和停车换乘的人数占总出行人数的比值

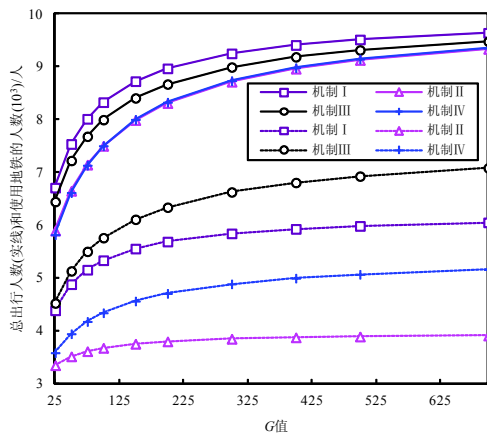


图 5 不同机制下的总出行人数和使用地铁 (包括直达和换乘) 的人数

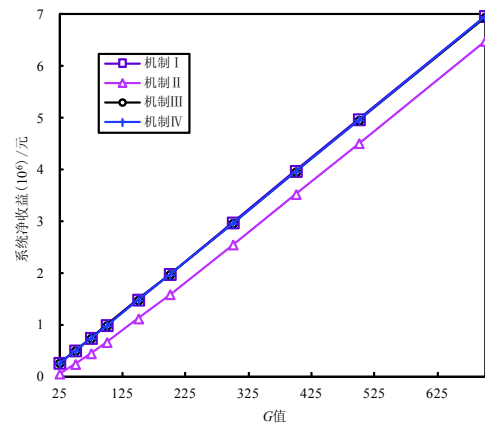


图 6 不同机制下的系统净收益

从图 5 中可以看出, 使用地铁 (包括直达和换乘) 的人数排序与图 4 中停车换乘的比率排序相同, 按照机制 III、I、IV 和 II 依次降低. 下面分析不同机制下的总需求和系统净收益. 相比于机制 II, 机制 IV 引入价格竞争后, 总需求基本不变, 但是能增加使用地铁的人数. 另外, 机制 IV 实现的总需求和使用地铁的人数都不及机制 III. 机制 I 实现的总需求最大, 机制 III 其次, 但是机制 III 下使用地铁的人数却远远超过机制 I, 而且相比于机制 I, 机制 III 实现的系统净收益并没有明显降低. 这表明地铁和换乘停车场由政府经营, 采用低票价的政策吸引出行者, 而工作区停车场由公司经营, 实行高停车费的政策, 不仅能有效鼓励停车换乘, 提高公交出行分担率, 并且能基本实现系统净收益最大, 见图 6, 进一步说明当前的差别化停车收费政策是合理有效率的.

### 5 结论

本文考虑早晚高峰出行链的出行过程, 采用分层 Logit 模型刻画出行者在三种交通方式——地铁直达, 停车换乘和全程驾车之间的决策行为. 利用分层 Logit 模型下的出行方式选择均衡等式, 讨论了四种机制——系统净收益最大, 地铁公司利润最大 + 工作区停车场由政府运营, 地铁公司由政府运营 + 停车场管理公司利润最大, 以及两家公司寡头竞争下的最优地铁票价和停车收费策略. 结果表明, 在地铁公司由政府运营 + 停车场管理公司利润最大的机制下的地铁票价和停车收费政策, 能有效鼓励停车换乘, 提高公交出行分担

率,并基本实现系统净收益最大.

但是值得注意的是,本文通过优化出行分布来间接得到最优收费水平,还可以采用另一种处理方式,即直接优化收费.此外,可以考虑早晚高峰期的通行能力不同的情形<sup>[15]</sup>、多个停车换乘设施的情形<sup>[16]</sup>、交通信息对出行行为的影响<sup>[17]</sup>,也可以进一步考虑停车费收入的再分配问题<sup>[18]</sup>等,这些是我们下一步继续研究的内容.

## 参考文献

- [1] 刘剑锋,李媛,卢全毅,等.小汽车通勤出行者驻车换乘接运方式选择分析[J].北京交通大学学报,2010,34(3):129-133.  
Liu J F, Li Y, Lu Q Y, et al. Car traveler P+R mode choice analysis[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2010, 34(3): 129-133.
- [2] Pedersen P A. On the optimal fare policies in urban transportation[J]. Transportation Research Part B, 2003, 37(5): 423-435.
- [3] Wang J Y T, Lindsey R, Yang H. Nonlinear pricing on private roads with congestion and toll collection costs[J]. Transportation Research Part B, 2011, 45(1): 9-40.
- [4] Tabuchi T. Bottleneck congestion and modal split[J]. Journal of Urban Economics, 1993, 34: 414-431.
- [5] 黄海军, Bell M G H, 杨海.公共与个体竞争交通系统的定价研究[J].管理科学学报,1998,1(2):17-23.  
Huang H J, Bell M G H, Yang H. Pricing and modal split in a competitive system of mass transit and highway[J]. Journal of Management Sciences in China, 1998, 1(2): 17-23.
- [6] Huang H J. Fares and tolls in a competitive system with transit and highway: The case with two groups of commuters[J]. Transportation Research Part E, 2000, 36(4): 267-284.
- [7] Huang H J. Pricing and logit-based mode choice models of a transit and highway system with elastic demand[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 140(3): 562-570.
- [8] 田琼,黄海军,杨海.瓶颈处停车换乘 logit 随机均衡选择模型[J].管理科学学报,2005,8(1):1-6.  
Tian Q, Huang H J, Yang H. Mode choice models based on logit stochastic equilibrium in transportation systems with park-and-ride option[J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, 8(1): 1-6.
- [9] Ben-Akiva M E. The structure of travel demand models[D]. PhD Thesis, MIT, Cambridge, MA, 1973.
- [10] Strathman J G, Dueker K J. Understanding trip chaining. Special reports on trip and vehicle attributes[R]. 1990 NPTS Reports Series, No. FHWA-PL-95-033, Department of Transportation, 1995.
- [11] Ye X, Pendyala R M, Gottardi G. An exploration of the relationship between mode choice and complexity of trip chaining patterns[J]. Transportation Research Part B, 2007, 41(1): 96-113.
- [12] Zhang X N, Yang H, Huang H J, et al. Integrated scheduling of daily work activities and morning-evening commutes with bottleneck congestion[J]. Transportation Research Part A, 2005, 39(1): 41-60.
- [13] Vickrey W S. Congestion theory and transport investment[J]. American Economic Review, 1969, 59(2): 251-260.
- [14] Oppenheim N. Urban Travel Demand Modeling: From Individuals Choices to General Equilibrium[M]. Wiley, New York, 1995.
- [15] 李乐园,张小宁,张红军.基于交通瓶颈的动态交通分配模型[J].系统工程理论与实践,2006,26(4):125-129.  
Li L Y, Zhang X N, Zhang H J. A model of dynamic traffic assignment based on traffic bottleneck with varying capacity[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2006, 26(4): 125-129.
- [16] Liu T L, Lu X S, Deng Q. Modeling mixed continuous and discrete corridor problems with multimodal choices[C]// Proceedings of the 3rd International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization (CSO 2010), Los Alamitos, CA, IEEE Computer Society, 2010: 508-512.
- [17] 吴文祥,黄海军,范景军.交通信息对交通行为的影响和信息发布策略研究的一个新模型[J].系统工程理论与实践,2008,28(3):144-150.  
Wu W X, Huang H J, Fan J J. A new model for studying impacts by traveler information systems on travel behavior and information release strategy[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2008, 28(3): 144-150.
- [18] Mirabel F, Reymond M. Bottleneck congestion pricing and modal split: Redistribution of toll revenue[J]. Transportation Research Part A, 2011, 45(1): 18-30.