

# 内爆炸冲击波信号的最佳小波基研究\*

刘 帅, 顾晓辉, 连贇猛

(南京理工大学机械工程学院, 南京 210094)

**摘要:**为恢复强噪声干扰下的内爆炸冲击波压力信号,通过分析 DbN、SymN 及 CoifN 三种常用小波基的时频特性,结合内爆炸冲击波信号突变快、多峰值的主要特征,比较了三种小波基重构冲击波原始信号的能力以及在强噪声背景下提取特征信号的准确度, Sym10 小波显示出较强的信号恢复能力,为内爆炸冲击波信号恢复的最佳小波基。

**关键词:**内爆炸;恢复;小波基;多尺度

**中图分类号:** O38 **文献标志码:** A

## The Study on Optimal Wavelet Base of Shock Signal Due to Internal Explosion

LIU Shuai, GU Xiaohui, LIAN Yunmeng

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** To recover the shock pressure signal with strong noise due to internal explosion, the time-frequency characteristics of three commonly used wavelet bases contained DbN, SymN and CoifN were analyzed. Considering the rapid mutations and multi-peaks of overpressure, sym10 has the strongest capability to recover shock signal by comparing the different abilities of reconstructing the primary shock wave and the accuracy of extracting characteristic signal under strong-noise among DbN, SymN and CoifN wavelet bases. Thus sym10 is the optimal wavelet base of recovery pressure signal due to internal explosion.

**Keywords:** internal explosion; recovery; wavelet base; multi-resolution

### 0 引言

小波变换是一种时频两域变换,在信号处理中具有傅里叶变换无可比拟的优势。应用小波多尺度方法处理内爆炸冲击波压力信号时,小波基的选取是关键。目前,对于最佳小波基的研究主要有三个方向<sup>[1]</sup>:一是通过分析小波函数的数学特性,从理论上找到满足工程应用的最佳小波基。但是这种方法需要扎实的数学泛函理论,对于工程技术人员具有较大的难度。二是根据函数自相似原则<sup>[2]</sup>,选取与真实信号最为相似的小波函数。然而当信噪比较小时,信号和小波函数的相似性难以计算,这种方法无法应用。三是将工程信号的特点与小波函数的数学特性<sup>[3]</sup>结合起来,尽可能的探寻出符合实际需要的最佳小波基。文中据此分析了三种常用小波基的时频特性,结合内爆炸冲击波压力信号的特征,建立了评判小波重构原始信号能力及提取特征压力信号准确度两个标

准,研究适用于内爆炸冲击波信号的最佳小波基。

### 1 小波基的数学特性分析

#### 1.1 紧支性

紧支性保证了小波函数具有良好的时频局部特性。支撑宽度越窄或者衰减越快,小波函数局部特性越好。然而由 Heisenberg 测不准定理,小波函数不可能同时在时频两域都表现出紧支性。

#### 1.2 正则性

正则性<sup>[4-5]</sup>在数学上表现为小波函数的可微性或光滑性。对小波基函数要求有一定的正则性,主要是为了由小波系数重构信号时使其具有稳定性。

#### 1.3 对称性

具有对称性<sup>[5]</sup>的小波基函数在信号处理时可得到线性相位或零漂移的分析结果,使重构信号产生较小的畸变。

\* 收稿日期:2011-12-07

作者简介:刘帅(1987-),男,河南南阳人,硕士研究生,研究方向:基于小波多尺度内爆炸冲击信号的恢复技术研究。

### 1.4 消失矩

在信号奇异性检测中,小波基函数的消失矩<sup>[4]</sup>必须具有足够高的阶数。但是在分析突变信号时,消失矩阶数不能过高,过高的阶数会平滑掉信号中的奇异性。

### 1.5 线性相位

若尺度函数和小波函数决定的滤波器具有线性相位,则能够避免信号在分解和重构时的失真。

## 2 常用小波基及其性质

### 2.1 Daubechies (DbN) 小波系

Daubechies 函数<sup>[6]</sup>是由世界著名的小波分析学者 Inrid Daubechies 构造的小波函数,除了 Db1 外,其它小波没有明确表达式。DbN 小波是紧支撑标准正交小波基,不具有对称性,正则性随着 N 的增加而增加。如图 1 为 Db8 小波函数及尺度函数。

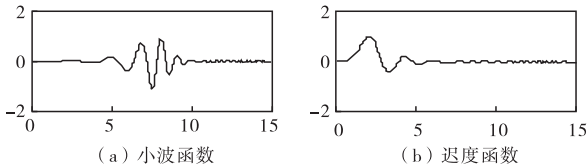


图 1 Db8 小波函数与尺度函数

### 2.2 Symlets (SymN) 小波系<sup>[6]</sup>

Symlets 函数系是由 Daubechies 提出的近似对称的小波函数,它是对 DbN 函数的一种改进。Symlets 函数系通常可以表示为 SymN 形式。滤波器长度为 2N,消失矩阶数为 N。如图 2 为 Sym5 小波函数及尺度函数。

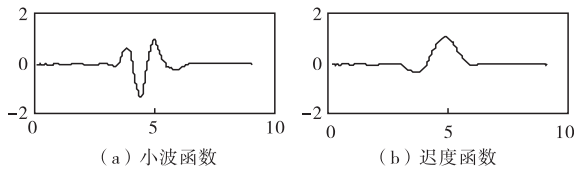


图 2 Sym5 小波函数及尺度函数

### 2.3 Coiflet (CoifN) 小波系<sup>[6]</sup>

Coiflet 函数也是由 Daubechies 构造的一个小波函数,它具有比 DbN 更好的对称性。其中 CoifN (N = 1, 2, 3, 4, 5) 具有和 Db3N 及 Sym3N 相同的支撑长度,并且 CoifN 和 Db2N 及 Sym2N 具有相同的消失矩数目。如图 3 为 Coif2 小波函数及尺度函数。

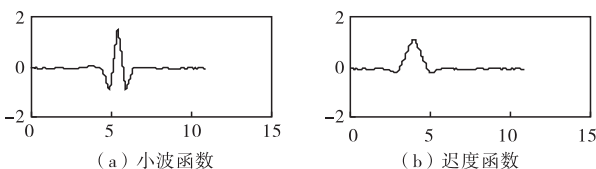


图 3 Coif2 小波函数及尺度函数

综上所述,作为信号多尺度分解的小波基必须满足正交性或双正交性,具有一定的紧支撑区间,有足够阶数的消失矩。通过以上三种小波基数学特性的分析,选用常用的 DbN (N = 2, 3, ..., 10), SymN (N = 2, 3, ..., 16), CoifN (N = 1, 2, ..., 5) 小波作为最佳小波基的研究对象。

## 3 内爆炸冲击波信号的最佳小波基分析

在内爆炸环境下,冲击波在密闭空间内经过多次反射和叠加形成多波峰,每个波峰持续时间为微秒级至毫秒级。结合此特征,从以下两个方面研究适合内爆炸冲击信号的最佳小波基函数<sup>[1]</sup>:

1) 分析小波基重构内爆炸压力原始信号的能力。若重构误差小,则此小波基重构内爆炸冲击波压力信号能力强。

2) 研究小波基提取内爆炸压力信号特征的准确度。若准确度高,则认为该小波基能较好的提取内爆炸冲击波特征压力信号。

### 3.1 小波基重构内爆炸冲击波信号能力的研究

定义变量  $R_{MSE}$  (root mean square error) 即均方根误差,作为衡量小波基重构信号能力的评判指标。

$$R_{MSE} = \sqrt{\sum_{n=1}^N (x(n) - x'(n))^2 / N} \quad (1)$$

式中:  $x(n)$  为采集到的冲击波原始信号;  $x'(n)$  为原始信号经小波基重构信号;  $N$  为采样信号长度。  $R_{MSE}$  越小,反映了小波基重构冲击波压力信号的能力越强。

根据实验中某一位置所测得的内爆炸冲击波压力信号,选取信噪比很高的信号作为原始压力信号,在不考虑爆炸引起温度升高造成超压时程曲线变化及人工装药误差在允许范围内时,可以将同一位置含有大量背景干扰噪声的压力信号作为含噪信号。如图 4 为装药量 5g 时内爆炸冲击波压力含噪信号。

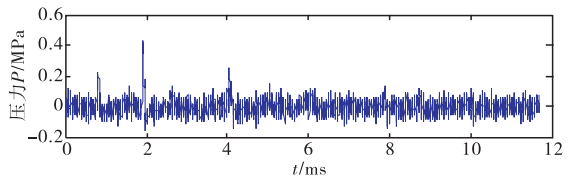


图 4 内爆炸冲击波含噪压力信号

分别选择 DbN (N = 2, ..., 10), SymN (N = 2, ..., 16), CoifN (N = 1, ..., 5) 小波对冲击波压力原始信号进行 5 层小波分解并进行重构。如图 5 为冲击波压力原始信号、Sym10 小波基重构信号及误差图。图 6、图 7、图 8 分别为三种小波基重构压力信号  $R_{MSE}$  分布

直方图,表1、表2、表3分别为三种小波基时频特征及其重构误差值。

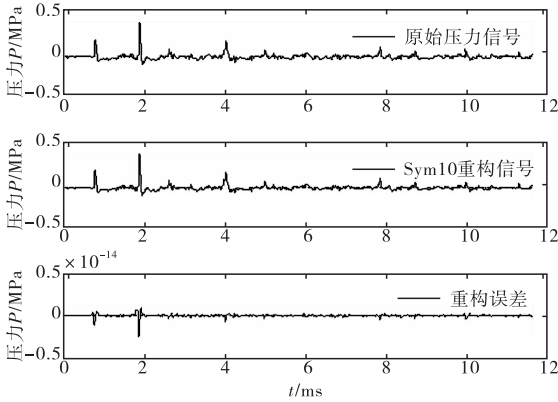


图5 冲击波压力原始信号、Sym10小波基重构信号及误差图

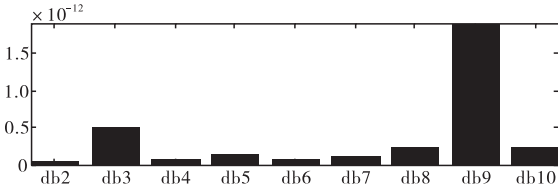


图6 DbN小波基重构压力信号  $R_{MSE}$  分布直方图

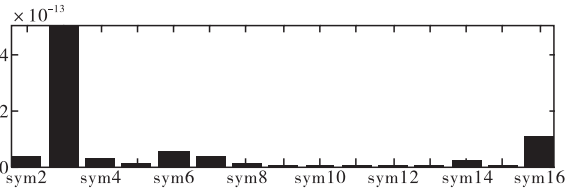


图7 SymN小波基重构压力信号  $R_{MSE}$  分布直方图

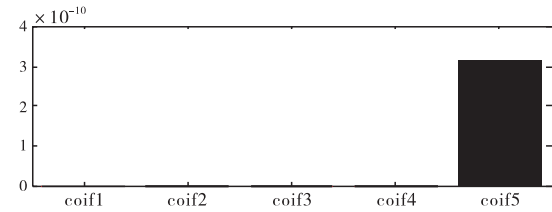


图8 CoifN小波基重构压力信号  $R_{MSE}$  分布直方图

表1 DbN小波基时频特征及重构冲击波压力信号  $R_{MSE}$

小波基	支撑宽度	滤波器长度	消失矩阶数	$R_{MSE} (10^{-14})$
Db2	[0 3]	4	2	3.824
Db3	[0 5]	6	3	50.37
Db4	[0 7]	8	4	9.52
Db5	[0 9]	10	5	14.55
Db6	[0 11]	12	6	7.97
Db7	[0 13]	14	7	10.6
Db8	[0 15]	16	8	23.6
Db9	[0 17]	18	9	192
Db10	[0 19]	20	10	23.8

表2 SymN小波基时频特征及重构冲击波压力信号  $R_{MSE}$

小波基	支撑宽度	滤波器长度	消失矩阶数	$R_{MSE} (10^{-14})$
Sym2	[0 3]	4	2	382.4
Sym3	[0 5]	6	3	5037
Sym4	[0 7]	8	4	291.5
Sym5	[0 9]	10	5	99.0
Sym6	[0 11]	12	6	476.6
Sym7	[0 13]	14	7	406.8
Sym8	[0 15]	16	8	135.8
Sym9	[0 17]	18	9	4.93
Sym10	[0 19]	20	10	15.7
Sym11	[0 21]	22	11	14.4
Sym12	[0 23]	24	12	63.5
Sym13	[0 25]	26	13	10.8
Sym14	[0 27]	28	14	193.6
Sym15	[0 29]	30	15	6.79
Sym16	[0 31]	32	16	1097.6

表3 CoifN小波基时频特征及重构冲击波压力信号  $R_{MSE}$

小波基	支撑宽度	滤波器长度	消失矩阶数	$R_{MSE} (10^{-14})$
Coif1	[0 5]	6	2	5.32
Coif2	[0 11]	12	4	75.5
Coif3	[0 17]	18	6	3.31
Coif4	[0 23]	24	8	152.7
Coif5	[0 29]	30	10	31186

在三种小波基系列中,DbN小波中的Db2,Db4,Db6,Db7;SymN小波中的Sym9,Sym10,Sym11,Sym13,Sym15;CoifN中的Coif2,Coif3都表现了对冲击波原始信号重构能力的显著优势。为了比较不同系列下小波基重构信号的能力,选择支撑宽度(滤波器长度)相同以及消失矩阶数相等的小波基分别重构原始冲击波信号。如表4所示即为相同支撑宽度下小波基重构信号的  $R_{MSE}$ 。表5所示即为消失矩相等的小波基重构信号的  $R_{MSE}$ 。

表4 紧支集相同小波基重构冲击波压力信号  $R_{MSE}$

小波基	支撑宽度	滤波器长度	消失矩阶数	$R_{MSE} (10^{-14})$
Coif1	[0 5]	6	2	5.32
Db3	[0 5]	6	3	50.37
Sym3	[0 5]	6	3	50.37
Coif3	[0 17]	18	6	3.31
Db9	[0 17]	18	9	192
Sym9	[0 17]	18	9	0.0493

由表4知,在紧支集、滤波器长度相同的情况下,由于CoifN及SymN是对DbN小波基的改进,随着消失矩阶数的增加,两种小波基重构原始冲击波信号的

$R_{MSE}$  减小, 重构原始信号的能力增强; 由于 Sym $N$  小波基消失矩大于 Coif $N$  小波基时, 其重构信号的  $R_{MSE}$  更小, 说明 Sym $N$  小波基重构信号的能力更强。

表 5 消失矩阶数相等小波基重构冲击波信号  $R_{MSE}$

小波基	支撑宽度	滤波器长度	消失矩阶数	$R_{MSE} (10^{-14})$
Coif2	[0 11]	12	4	75.5
Db4	[0 7]	8	4	9.52
Sym4	[0 7]	8	4	2.915
Coif4	[0 23]	24	8	152.7
Db8	[0 15]	16	8	23.6
Sym8	[0 15]	16	8	1.358
Coif5	[0 29]	30	10	31186
Db10	[0 19]	20	10	23.8
Sym10	[0 19]	20	10	0.157

由表 5 知, 在消失矩阶数相等时, Db $N$  及 Sym $N$  小波基重构原始信号的  $R_{MSE}$  较小, 且随着消失矩阶数的增加, Db $N$  小波基重构信号的  $R_{MSE}$  增大, 重构原始信号的能力下降; 而 Sym $N$  小波基重构信号的能力在加强; 当紧支集也相同时, Sym $N$  比 Db $N$  小波基具有更强的冲击波压力信号重构能力。

由以上比较可知, 在 Db $N$ , Sym $N$ , Coif $N$  三种小波基中, Sym $N$  小波基重构冲击波压力信号的能力更强, 特别是 Sym $N$  小波系中的 Sym9, Sym10, Sym11, Sym13, Sym15 的重构能力最为突出。

### 3.2 小波基提取冲击波信号准确度

针对小波基提取信号准确度的分析, 可以通过计算其相关系数<sup>[7]</sup>作出定量比较。信号  $X$ 、 $Y$  的相关系数定义如下:

$$\rho_{xy} = \frac{E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)]}{\sigma_x \sigma_y}, -1 \leq \rho_{xy} \leq 1 \quad (2)$$

式中, 相关系数为  $\pm 1$  时, 表明两信号完全相关; 当为 0 时表明完全不相关。 $|\rho_{xy}|$  越接近于 1, 相关性越强。仿照上式, 根据采样信号离散性, 定义内爆炸冲击波压力原始信号与小波基重构信号的相关系数为:

$$\rho_{xy} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n)x'(n) - \mu_x \mu_{x'}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x(n) - \mu_x]^2} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x'(n) - \mu_{x'}]^2}} \quad (3)$$

式中:  $\mu_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n)$ ;  $\mu_{x'} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x'(n)$ ;  $x(n)$  为内爆炸冲击波原始信号;  $x'(n)$  为含噪信号在多尺度分解中提取压力特征信号后经小波基重构信号;  $N$  为信号的长度。 $|\rho_{xy}|$  越接近于 1, 原始信号与恢复信号相关

性越强, 即小波基提取信号特征的准确度越高, 恢复信号的能力越强。如图 9 为原始压力信号、含噪信号及其功率谱。

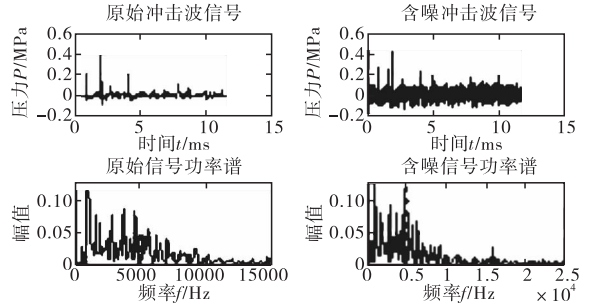


图 9 内爆炸冲击波原始信号、含噪信号及其功率谱

由图 9 可知, 原始信号能量集中在频率 (0 ~ 10kHz) 内。根据小波多尺度理论<sup>[8]</sup>, 采样频率在 500kHz 时, 第一尺度频率分布为 (0 ~ 125kHz)  $\cup$  (125 ~ 250kHz); 第二尺度为 (0 ~ 62.5kHz)  $\cup$  (62.5 ~ 125kHz); 第三尺度为 (0 ~ 31.25kHz)  $\cup$  (31.25 ~ 62.5kHz); 第四尺度为 (0 ~ 15.625kHz)  $\cup$  (15.625 ~ 31.25kHz)。将含噪信号进行 4 层小波多尺度分解, 并根据尺度 4 上的小波低频系数重构特征信号。如图 10 为 Sym10 小波基在尺度 4 上的重构信号。表 6 所示为 Sym $N$  提取信号准确度对比。

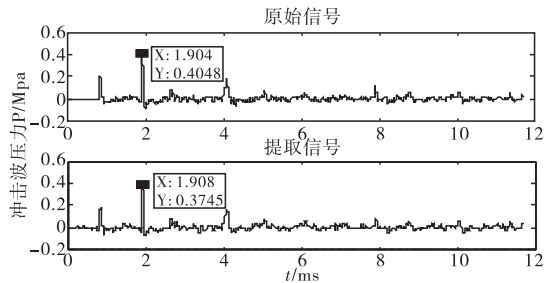


图 10 Sym10 小波基在第四尺度上的重构信号

表 6 Sym $N$  小波基提取信号准确度

	小波基				
	Sym9	Sym10	Sym11	Sym13	Sym15
$\rho_{xy}$	0.9334	0.9406	0.9341	0.9361	0.9374
峰值比/%	77.6	88.5	80	79.8	81.4

从表 6 中可以看出 Sym10 小波基重构出的信号与原始信号的峰值最为接近, 其相关性也最好, 提取信号的准确度相对较高。

## 4 结论

文中分析了 Db $N$ 、Sym $N$  及 Coif $N$  三种常用小波的时频特征, 结合内爆炸冲击波压力信号的特点, 在三种小波基重构和提取内爆炸冲击波压力信号的能

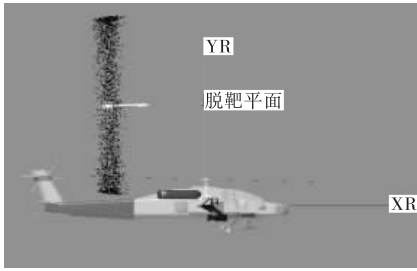


图 6 固定延时的破片命中区

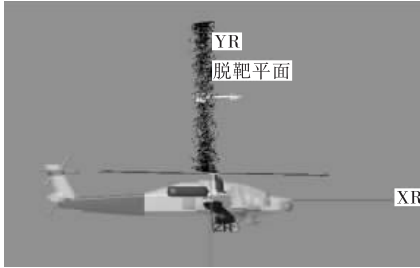


图 7 最佳延时的破片命中区

在其他弹目交汇参数不变的情况下, 设弹目相对速度的变化为 100 ~ 500m/s, 仿真结果见图 8, 由图可见在其他参数不变的情况下, 理想延迟时间与弹目相对速度成反比, 再次验证了本仿真系统所建立模型的合理性。

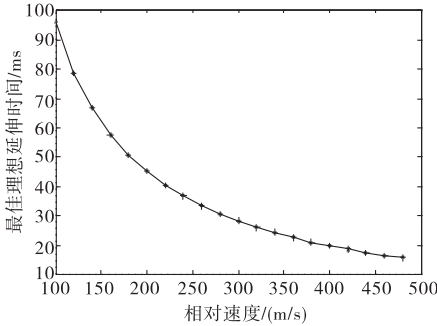


图 8 仅考虑弹目相对速度变化

设弹目相对速度的变化为 100 ~ 500m/s, 脱靶量 2 ~ 9m, 脱靶方位 0° ~ 360°, 弹目交汇角 0° ~ 180°, 战斗部参数不变, 使用蒙特卡罗法随机抽取 2000 种交汇条件, 最佳理想延时与弹目相对速度的仿真结果见图 9, 图中虚线为经数据处理后拟合出的理想延时

与弹目相对速度关系曲线, 可作为工程实际应用中分档延时的设计依据, 也说明了本仿真系统的工程实用性。

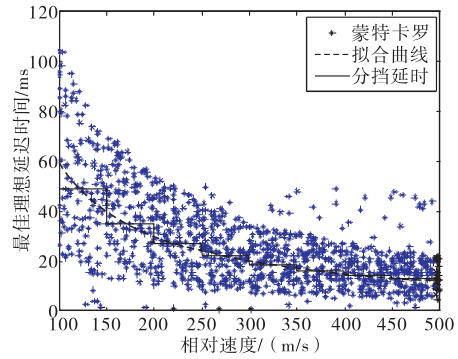


图 9 弹目随机交汇参数

### 8 结论

经过仿真实例的验证, 针对激光近炸引信引战配合仿真系统中所建立的目标近场激光散射计算模型、目标易损性模型、引战配合最佳延时模型和引战配合效率计算模型合理可行, 基于模块化搭建的针对激光近炸引信引战配合仿真系统具有良好的交互性和可视化功能, 能直观的展示引战配合工作的过程, 可以用于引战配合的设计与评估。

#### 参考文献:

- [1] 张志鸿. 防空导弹引信与战斗部配合效率和战斗部设计[M]. 北京: 宇航出版社, 1994.
- [2] 梁棠文. 防空导弹引信设计及仿真技术[M]. 北京: 宇航出版社, 1994.
- [3] 牛冰, 谷良贤, 龚春林. 一种模块化引战配合仿真系统的设计与应用[J]. 系统仿真学报, 2009, 23(21): 7452 - 7455.
- [4] L S Craft. Endgame simulation development and verification, AIAA 94 - 4542[R]. 1994.
- [5] 徐文旭, 宋振铎, 张更宇, 等. 多用途导弹战斗部对武装直升机的终点毁伤建模及仿真[J]. 兵工学报, 2007, 28(6): 671 - 676.
- [6] 李合新. 基于虚拟样机的空空导弹引战模型[J]. 弹箭与制导学报, 2011, 31(3): 15 - 18.

(上接第 122 页)

力对比中, Sym10 小波基显示出了突出的优势, 是用于内爆炸冲击波压力信号小波多尺度分析的最佳小波基, 为后续基于小波多尺度内爆炸冲击波信号的恢复技术研究奠定了基础。

#### 参考文献:

- [1] 中国生. 基于小波变换爆破振动分析的应用基础研究[D]. 长沙: 中南大学, 2006.
- [2] 吴梅, 李建中, 刘小刚. 基于小波数据压缩技术的故障特征提取[J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(4): 408 - 410.
- [3] 冯勇, 许梅生, 黄燕. 基于小波变换的外弹道测量数据处

- 理方法[J]. 弹箭与制导学报, 2011, 31(4): 136 - 139.
- [4] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [5] 刘涛, 曾祥利, 曾军. 实用小波分析入门[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [6] 胡昌华, 李国华, 刘涛, 等. 基于 MATLAB6. x 的系统分析与设计—小波分析[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2004.
- [7] 张强. 随机信号分析的工程应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- [8] 李肃义, 林君. 一种综合小波变换的心电信号消噪算法[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(4): 689 - 692.