

反导制导滤波技术研究*

张文山^{1,2}, 王文², 李铮², 罗生^{1,2}, 刘世前¹

(1 上海交通大学航空航天学院, 上海 200240; 2 中国空空导弹研究院, 河南洛阳 471009)

摘要:为了实现对下落段速度大、螺旋机动的弹道导弹的有效拦截,反导导弹必须有针对性的进行制导滤波技术的研究。文中创新性的采用拉普拉斯变换方法进行4态滤波设计,对目标加速度、加速度一阶导、加速度二阶导同时进行在线估计,滤波结果与3态滤波结果比具有延迟小、精度高的特点;同时结合已有Weave制导律,通过和3态滤波+比例导引、3态滤波+最优导引进行对比,得出4态滤波+Weave导引具有脱靶量小的优点。

关键词:4态滤波;Weave导引;最优控制

中图分类号:TJ761.7 **文献标志码:**A

The Study on Filter Technologies of Anti-missile Guidance

ZHANG Wenshan^{1,2}, WANG Wen², LI Zheng², LUO Sheng^{1,2}, LIU Shiqian¹

(1 School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

2 China Airborne Missile Academy, Henan Luoyang 471009, China)

Abstract: For effective interception of ballistic missiles with large velocity and screw maneuverability in their falling course, focused research should be carried out on guidance filter techniques. In this paper, a novel Laplace transform was used to design a four-state filter and the target acceleration, first and second derivatives of acceleration were estimated. The results are more accurate with short latency compared with three-state filter estimation. Meantime, combined with the given Weave guidance law, the four-state filter with weave guidance law is proved to have advantages in smaller miss distance compared with the three-state filter with proportional guidance law and three-state filter with optimal guidance law.

Keywords: four-state filter; Weave guidance; optimal control

0 引言

随着弹道导弹不断发展,它们以其高速、螺旋机动的特性对目前的反导导弹的制导技术提出了严峻的挑战。Golan^[1-2]等人设计了一种新的前向拦截导引方法,这种方法减弱了大的相对速度对末制导的影响,但目标机动、角噪声等干扰因素对制导性能影响仍然较大。我国学者^[3-4]采用变结构控制方法,所设计的导引律受测量噪声影响小,因此符合导弹末端控制阶段的导引要求^[5],但变结构理论的特性决定了其制导精度必然不高。

随着现代控制理论的发展,美国学者 Klinger 已将最优控制应用到二次型制导律中^[6],此种制导律针对常值机动的目标具有极高的制导精度,但对于末端螺旋机动的弹道导弹拦截性能较差。P Zarchan 在 Klinger 基础上推导了含有目标角速度的 Weave 制导律^[7],

取得了很好的效果,但是没有给出制导律中所用目标加速度的估值理论。

文中创新性的采用拉普拉斯变换方法进行4态滤波,对目标加速度进行了准确估计,同时准确计算了目标角速度,并通过制导系统的仿真验证了算法的有效性。

1 4态滤波推导

1.1 目标机动模型

目标正弦机动的拉普拉斯变换为 $\mathcal{L}(\sin\omega t) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ 。假设目标正弦机动开始时刻在整个拦截时间内均匀分布,输入为白噪声 u_s ,白噪声的频谱密度为 $\Phi_s = \frac{n_{T,\max}^2}{t_F}$,其中: $n_{T,\max}$ 为目标最大加速度, t_F 为飞

* 收稿日期:2011-06-06

基金项目:航空基金资助

作者简介:张文山(1974-),男,河南洛阳人,高级工程师,硕士,研究方向:导航制导与控制。

行总时间。

1.2 滤波模型

假设导弹和目标相对距离为 y , \dot{y} 为相对速度, \ddot{y} 为相对加速度, \ddot{y}_T 为目标加速度, \ddot{y}_T 为目标加速度导数, $\ddot{\ddot{y}}_T$ 为目标加速度 2 阶导数, ω 为目标正弦机动角速度, n_L 为导弹过载, u_s 为目标正弦机动, y^* 为相对距离测量值, u_n 为测量噪声, 则含有正弦机动目标的导引系统滤波模型如图 1 所示。

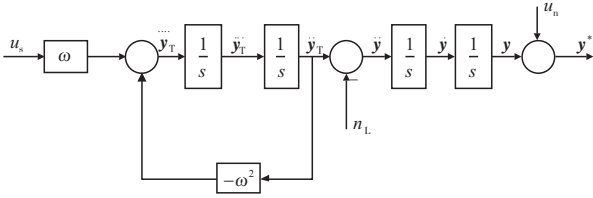


图 1 正弦机动目标导引系统滤波模型

容易写出预测状态方程:

$$\dot{X} = AX + Bu + Dw \quad (1)$$

其中, 状态变量: $X = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\ddot{y}}_T \\ \ddot{y}_T \end{bmatrix}$,

状态矩阵: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega^2 & 0 \end{bmatrix}$,

控制矩阵: $G = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega u_s \end{bmatrix}$ 。

测量方程为:

$$y_k^* = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} y_k \\ \dot{y}_k \\ \ddot{y}_k \\ \ddot{\ddot{y}}_{T_k} \\ \ddot{y}_{T_k} \end{bmatrix} + v_k \quad (2)$$

1.3 4 态滤波求解

由方程(1)易得, 状态转移矩阵频域表达式:

$$\Phi(s) = (sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ 0 & s & -1 & 0 \\ 0 & 0 & s & -1 \\ 0 & 0 & s + \omega^2 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \quad (3)$$

假设采样时间为 T_s , 通过拉普拉斯反变换, 得到

连续系统时域状态转移矩阵 $\Phi(t)$, 并把 $\Phi(t)$ 离散化, 得到:

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} 1 & T_s & \frac{1 - \cos x}{\omega^2} & \frac{x - \sin x}{\omega^3} \\ 0 & 1 & \frac{\sin x}{\omega} & \frac{1 - \cos x}{\omega^2} \\ 0 & 0 & \cos x & \frac{\sin x}{\omega} \\ 0 & 0 & -\omega \sin x & \cos x \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中: $x = \omega T_s$ 。

将控制矩阵 G 离散化, 得到:

$$G_k = \int_0^{T_s} \Phi(\tau) G(\tau) d\tau = \begin{bmatrix} -0.5T_s^2 \\ -T_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

连续系统过程噪声矩阵:

$$Q = E \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega u_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega u_s \end{bmatrix}^T \right\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega^2 \Phi_s \end{bmatrix} \quad (6)$$

将 Q 离散化, 得到:

$$Q_k = \int_0^{T_s} \Phi(\tau) Q \Phi^T(\tau) d\tau = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{14} & Q_{24} & Q_{34} & Q_{44} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中:

$$Q_{11} = \frac{\Phi_s}{\omega^5} [0.333x^3 - 2\sin x + 2x\cos x + 0.5x - 0.25\sin 2x]$$

$$Q_{12} = \frac{\Phi_s}{\omega^4} [0.5x^2 - x\sin x + 0.5\sin^2 x]$$

$$Q_{13} = \frac{\Phi_s}{\omega^3} [\sin x - x\cos x - 0.5x + 0.25\sin 2x]$$

$$Q_{14} = \frac{\Phi_s}{\omega^2} [\cos x + x\sin x - 0.5\sin 2x - 1]$$

$$Q_{22} = \frac{\Phi_s}{\omega^3} [1.5x - 2\sin x + 0.25\sin 2x]$$

$$Q_{23} = \frac{\Phi_s}{\omega^2} [1 - \cos x - 0.5\sin^2 x]$$

$$Q_{24} = \frac{\Phi_s}{\omega} [\sin x - 0.5x - 0.25\sin 2x]$$

$$Q_{33} = \frac{\Phi_s}{\omega} [0.5 - 0.25\sin 2x]$$

$$Q_{34} = 0.5\Phi_s \sin^2 x, Q_{44} = \omega\Phi_s [0.5x + 0.25\sin 2x],$$

$$\Phi_s = \frac{\omega^2 n_{T, \max}^2}{t_F}, x = \omega T_s$$

已知卡尔曼滤波方程:

$$\hat{X}_K = \Phi_K \hat{X}_{K-1} + G_K u_{K-1} + K_K (z_K - H\Phi_K \hat{X}_{K-1} - HG_K u_{K-1}) \quad (8)$$

将前面离散化的矩阵代入方程(8),得到:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_k \\ \hat{y}_k \\ \hat{y}_{T_k} \\ \hat{y}_{T_k} \end{bmatrix} = \Phi_K \begin{bmatrix} \hat{y}_{k-1} \\ \hat{y}_{k-1} \\ \hat{y}_{T_{k-1}} \\ \hat{y}_{T_{k-1}} \end{bmatrix} + G_K n_{L_{k-1}} + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\left[y_k^* - [1 \ 0 \ 0 \ 0] \Phi_K \begin{bmatrix} \hat{y}_{k-1} \\ \hat{y}_{k-1} \\ \hat{y}_{T_{k-1}} \\ \hat{y}_{T_{k-1}} \end{bmatrix} - [1 \ 0 \ 0 \ 0] G_K n_{L_{k-1}} \right]$$

经过计算,得到状态变量的估计值:

$$\hat{y}_k = \hat{y}_{k-1} + T_s \hat{y}_{k-1} + \frac{(1 - \cos x)}{\omega^2} \hat{y}_{T_{k-1}} + \frac{(x - \sin x)}{\omega^3} \hat{y}_{T_{k-1}} - 0.5 T_s^2 n_{L_{k-1}} + K_{1k} RES_k$$

$$\hat{y}_k = \hat{y}_{k-1} + \frac{\sin x}{\omega} \hat{y}_{T_{k-1}} + \frac{(1 - \cos x)}{\omega^2} \hat{y}_{T_{k-1}} - T_s n_{L_{k-1}} + K_{2k} RES_k$$

$$\hat{y}_{T_k} = \cos x \hat{y}_{T_{k-1}} + \frac{\sin x}{\omega} \hat{y}_{T_{k-1}} + K_{3k} RES_k$$

$$\hat{y}_{T_k} = -\omega \sin x \hat{y}_{T_{k-1}} + \cos x \hat{y}_{T_{k-1}} + K_{4k} RES_k$$

其中:

$$RES_k = y_k^* - \hat{y}_{k-1} - T_s \hat{y}_{k-1} - \frac{(1 - \cos x)}{\omega^2} \hat{y}_{T_{k-1}} - \frac{(x - \sin x)}{\omega^3} \hat{y}_{T_{k-1}} + 0.5 T_s^2 n_{L_{k-1}}$$

2 仿真实验

用 Matlab 搭建二维线性拦截模型,比较所设计的 4 态滤波与传统的 3 态滤波的性能,并通过分别与比例导引、最优导引、Weave 导引的结合,验证制导滤波算法的综合性能。

2.1 仿真模型及条件

a) 3 态滤波器模型:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \ddot{y}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y}_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} n_L + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_s \end{bmatrix}$$

b) 制导律模型:

比例导引(PN): $n_c = 3V_m \dot{q}(t)$

最优导引(OP):

$$u = \frac{N'}{t_{go}^2} [y + \dot{y} t_{go} + 0.5 \ddot{y}_{T_{go}} t_{go}^2 - n_L T^2 (e^{-h} + h - 1)]$$

$$\text{其中: } N' = \frac{6h^2 (e^{-h} + h - 1)}{2h^3 + 3 + 6h - 6h^2 - 12he^{-h} - 3e^{-2h}}$$

Weave 导引(WP):

$$u = \frac{N'}{t_{go}^2} \left[y + \dot{y} t_{go} + \frac{1 - \cos \omega t_{go}}{\omega^2} \ddot{y}_T + \frac{\omega t_{go} - \sin \omega t_{go}}{\omega^3} \ddot{y}_T - n_L T^2 (e^{-h} + h - 1) \right]$$

c) 其他条件:

目标机动幅 $A_T = 3g$, 机动角速度 $\omega = 2\text{rad/s}$, 弹目相对速度 $V_c = 2745\text{m/s}$; 导弹速度 $V_m = 915\text{m/s}$; 导弹过载限幅 $u_{\max} = 10g$; 一阶导弹时间常数 $T = 0.5\text{s}$; 采样周期 $T_s = 0.01\text{s}$, 测量噪声分别取 1mr 、 0.1mr 。

2.2 仿真结果

表 1 为 3 态滤波与比例导引结合(3-state + PN)、3 态滤波与最优导引结合(3-state + OP)、4 态滤波与 Weave 滤波结合(4-state + WP), 攻击角速度 $\omega = 2\text{rad/s}$ 的机动目标在不同拦截时间的仿真结果。测量噪声 1mr 。

表 1 仿真结果

t_F/s	脱靶量/m		
	3-state + PN	3-state + OP	4-state + WP
4	4.27	0.64	0.48
6.5	3.66	0.70	0.31
9	1.83	0.49	0.43

图 2 为 4 态滤波、3 态滤波对含有 1mr 测量噪声的目标加速度的估值。

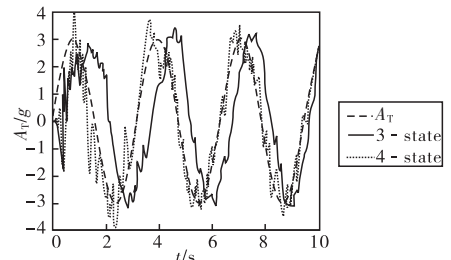


图 2 3 态与 4 态 A_T 滤波效果(1mr 测量噪声)

图 3 为两种滤波对含有 0.1mr 测量噪声的目标加速度估值;图 4、图 5 为 3-state + PN、3-state + OP 和 4-state + WP 的脱靶量比较曲线。

曼滤波在不增加系统状态维数的基础上,对外干扰噪声特性变化有较强鲁棒性。该研究成果可作为组合制导条件下惯导系统快速标定、惯导辅助 GPS 高精度内插的研究基础。

参考文献:

[1] 肖龙旭,王顺宏,魏诗卉. 地地弹道导弹制导技术与命中精度[M]. 北京:国防工业出版社,2009:270-271.
 [2] 房建成,宁晓琳. 天文导航原理及应用[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2006:270-273.
 [3] 王新国,李爱华. 数据融合技术在 SINS/CNS/GPS 复合制导中的应用[J]. 系统仿真学报,2009,21(10):3062-

3065.

[4] 秦永元,张洪钺,汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安:西北工业大学出版社,1998:283-284.
 [5] Zhang S T, Wei X Y. Fuzzy adaptive Kalman filtering for DR/GPS[C]// IEEE International Conference on Machine Learning and Cybernetics,2003:2634-2637.
 [6] 卞鸿巍,金志华. 组合导航系统新息自适应卡尔曼滤波算法[J]. 上海交通大学学报,2006,40(6):1000-1003.
 [7] Mohamed A H, Schwarz K P. Adaptive Kalman filtering for INS/GPS [J]. Journal of Geodesy,1999,73(4):193-203.

(上接第 21 页)

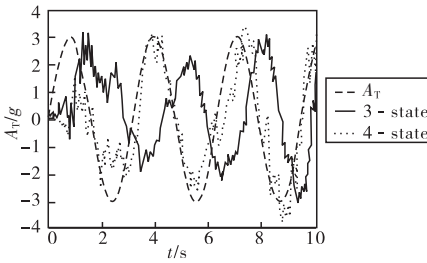


图 3 3 态与 4 态 A_T 滤波效果(0.1mr 测量噪声)

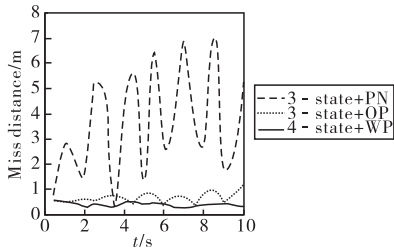


图 4 脱靶量比较(无过载限幅)

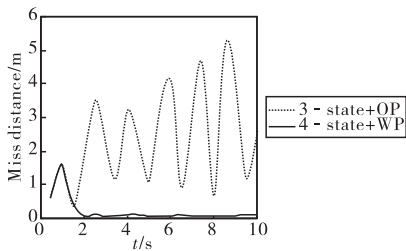


图 5 脱靶量比较(10g 过载限幅)

2.3 结果分析

a) 加速度估值:对于 1mr 的测量噪声,4 态滤波与 3 态滤波均能较好的估计出目标加速度,但 3 态滤波的延迟严重,而 4 态滤波不存在延迟现象;对于 0.1mr 的测量噪声,3 态滤波估计的目标加速度误差较大,延迟现象更加严重,而 4 态滤波的估计值性能良好;4 态滤波因为比 3 态滤波多了对目标加速度 2 阶导数 \ddot{y}_T 的估值,而微分具有对未来值的预测功能,所以大大降低了延迟现象。

b) 脱靶量:制导性能仿真中,3 态滤波分别和比例导引和最优导引结合、4 态滤波和 Weave 导引结合,从脱靶量看,无论有无加速度限幅,4 态滤波和 Weave 导引律相结合的导引方法脱靶量均很小。

3 结论

从滤波结果来看,4 态滤波对目标加速度的估值比 3 态滤波准确得多,同时大大减小了时间延迟。从制导系统的仿真结果看,含有 4 态滤波的 Weave 制导相比于其他滤波和制导的结合具有极小的脱靶量。可见,4 态滤波具有极大的工程应用价值。

参考文献:

[1] Golan O M, Shima T. Head pursuit guidance for hypervelocity interception [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2004.
 [2] O Golan, T Shima. Precursor interceptor guidance using sliding mode approach [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2005.
 [3] 侯明善. 适用于大离轴角度发射的非线性最优制导律[J]. 航空兵器,1999(3):9-12.
 [4] 周获,邹昕光,孙德波. 导弹机动突防滑模制导律[J]. 宇航学报,2006,27(2):213-216.
 [5] 赵振昊. 基于变结构控制的前向拦截导引方法[J]. 宇航学报,2007,28(4):835-839.
 [6] Klinger I. A simple derivation of certain optimal control laws [Z]. Raytheon, Bedford, MA, 1980.
 [7] P Zarchan. Tactical and strategic missile guidance[M]. 4th ed, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., Virginia, 2002.
 [8] Kuo C Y, Chiou Y C. Geometric analysis of missile guidance command [J] IEE Proceedings: Control Theory and Applications, 2000,147(2):205-211.