

文章编号: 1003-207(2004)05-0116-04

# 完全信息下的激励-努力动态博弈分析

李仕明, 唐小我

(电子科技大学 管理学院, 成都 610054)

**摘要:** 本文运用博弈论的理论, 建立了企业线性业绩模型和线性激励模型前提下的企业股东与经理激励-努力博弈分析模型, 分析了完全信息条件下的股东与经理激励-努力动态博弈均衡, 对求解获得企业经理努力变量、企业股东激励变量和经理业绩分享系数数量变的取值、变化范围及其相互关系进行了范围广泛的分析, 力图为企业激励机制的设计与研究提供借鉴。

**关键词:** 激励; 努力; 动态博弈分析; 完全信息

中图分类号: F830.1.9 文献标识码: A

## 1 引言

在现代企业中, 股东与经理之间普遍存在着委托-代理关系, 因而股东与经理之间, 实际上存在着一种博弈关系, 双方从自己的利益(或者效用)出发参与博弈; 股东期望经理努力工作而尽可能少的给予经理报酬以最大化自己的效用; 经理则期望获得更多的报酬而尽可能少的工作以提高自己的效用。激励, 尤其是对经理的激励问题一直是委托-代理问题的核心, 如何才能有效的激励企业经理(经营者), 国内外的学者进行了广泛的研究。将博弈论、信息经济学引入经理激励则成为研究的主流<sup>[1][2]</sup>, 产权理论从人力资本产权的特性研究经理激励问题研究<sup>[3]</sup>, 契约理论从契约的不完备性以及显形与隐形激励合同研究经理激励问题研究<sup>[1][4]</sup>, 文献[5]研究经理报酬与激励问题, 文献[6]研究动态激励问题, 文献[7]引入观测变量研究经理激励, 文献[8]研究自然状态的不确定性, 文献[9]研究多重激励问题, 等等。

在委托代理理论、博弈论和信息经济学的框架下研究经理激励问题, 主要通过激励合同设计, 分析经理业绩分享系数和经理努力变量及其相互关系, 并且已经取得了一系列成果。但是关于企业经理激

励的研究还应当更多地探讨业绩分享系数、努力变量、激励变量、努力成本和激励成本等变量之间的相互关系及其经济意义<sup>[10]</sup>, 从而为设计包括企业经理在内的科学有效的企业激励机制提供指导。

对于企业股东的激励与经理的努力构成一种博弈, 我们称之为企业股东与经理激励-努力博弈。本文集中进行完全信息条件下的股东与经理之间的激励-努力博弈分析, 力图通过本文对这一博弈的分析, 研究经理努力变量的影响因素, 研究经理努力程度、企业业绩、业绩分享之间的相互关系, 研究股东的激励选择等, 为我国企业激励机制的设计提供一种可供借鉴的思路。

## 2 经理的努力程度

设委托人(以下称为股东)(P)的行动(m)分为激励(即分享)( $m_2$ )或者独占( $m_1$ ); 代理人(以下称为经理)(A)的行动(a)分为努力( $a_2$ )或者偷懒( $a_1$ )。在完全信息下的企业股东与经理的激励-努力动态博弈中, 股东的选择变量是激励程度, 经理的选择变量是努力程度。我们假定股东先选择, 经理观测到股东的激励选择, 然后选择自己的努力程度。线性产出为  $\pi = k + a + m$  ( $k$  为业绩常数), 股东的激励成本为  $C(m) = tm^2/2$  ( $t$  为股东激励成本系数), 经理的报酬为  $s = \alpha + \beta\pi$  ( $\alpha$  为经理固定收入,  $\beta$  为经理的业绩分享系数, 分享系数与经理的努力程度有关, 一般而言,  $0 \leq \beta \leq 1$ , 经理越努力, 股东就愿意提供更大的激励即分享系数), 经理的努力成本为  $C(a) = ra^2/2$  ( $r$  为经理努力成本系数)(为讨论方便, 合理假定是:  $k, m, a, t, r, \beta$  均不小于 0)。

收稿日期: 2003-07-25; 修订日期: 2004-07-26

基金项目: 国家自然科学基金委员会国家杰出青年科学基金资助项目(79725002)

作者简介: 李仕明(1953-), 男(汉族), 四川省成都市, 电子科技大学管理学院, 副院长, 博士、教授、博士生导师, 研究方向: 战略管理、企业理论、激励理论等领域研究。

经理的收益函数为:

$$\pi_a = s(\pi) - C(a) = \alpha + \beta(k + m + a) - ra^2/2 \quad (1)$$

股东的收益函数为:

$$\pi_p = (1 - \beta)\pi - C(m) = (1 - \beta)(k + m + a) - tm^2/2 \quad (2)$$

采用逆向归纳法求解这个动态博弈子博弈精炼纳什均衡。在给定股东的激励程度的情况下, 经理的最优选择是最大化式(1) 中的努力程度。

对于经理, 最优化的一阶条件意味着:

$$\partial \pi_a / \partial a = 0$$

令  $\beta_a(k + m + a) + \beta - ra = 0$ , 解方程获得经理最优努力程度  $a^*$  为:

$$a^* = [\beta + \beta'_a(k + m)] / (r - \beta'_a) \quad (3)$$

从式(3) 中可以看到经理努力的成本系数( $r$ )、股东激励程度( $m$ )、业绩分享系数( $\beta$ )、经理努力程度的边际业绩分享系数( $\beta'_a$ ) 和业绩常数( $k$ ) 直接影响经理的努力程度( $a$ ):

(1) 经理业绩分享系数越大, 经理参与企业剩余分配的权利就越大, 因而经理的努力程度越高。

1) 如果业绩分享系数( $\beta$ ) 为零, 即  $\beta = 0$ , 经理不参与企业剩余分配, 经理的努力程度( $a$ ) 亦为零。

2) 如果业绩分享系数( $\beta$ ) 为 1, 经理占有全部剩余, 则有  $a = 1/r$ 。因此, 对于经理的努力程度, 有:  $0 \leq a \leq 1/r$ 。

3) 如果业绩分享系数( $\beta$ ) 为某一常数, 则  $a = \beta/r$ , 经理努力程度( $a$ ) 与业绩分享系数( $\beta$ ) 同向相

关, 与努力的成本系数( $r$ ) 此涨彼消。

(2) 经理努力程度( $a$ ) 与经理努力程度的边际业绩分享系数( $\beta'_a$ ) 相关。有:

1)  $(\partial a^* / \partial \beta'_a) = [r(k + m) + \beta] / (r - \beta'_a)^2 \geq 0$ , 经理努力程度( $a$ ) 是经理努力程度的边际业绩分享系数的增函数, 随着  $\beta_a$  的增加而增加。

2) 若  $0 \leq \beta'_a \leq r$ , 经理努力程度( $a$ ) 随着股东激励程度( $m$ ) 和业绩常数( $k$ ) 的增加而增加。

3) 若  $\beta'_a \leq 0$ , 即经理努力程度的边际业绩分享系数( $\beta'_a$ ) 小于 0, 经理努力程度( $a$ ) 随着股东激励程度( $m$ ) 和业绩常数( $k$ ) 的增加而减少。

4) 要保证  $a \geq 0$ , 就必须保证  $[\beta + \beta'_a(k + m)] \geq 0$ 。

根据式(3), 为了有效地激励经理, 使经理的努力程度达到理想状态, 就必须降低经理努力的成本, 设置适当的经理业绩分享系数, 尤其应当建立经理努力程度与经理业绩分享系数之间的同向关系, 即: 在能力既定的前提下, 经理的努力程度越高, 经理业绩分享系数就应当越大, 使  $\beta_a \geq 0$ 。

### 3 经理业绩分享系数

#### 3.1 经理业绩分享系数

根据式(3), 在保证  $a^* > 0$  的前提下, 我们推导获得的各种可能的经理业绩分享系数如表 1 所示。

根据表 1, 综合各变量的可能状态, 业绩分享系数的取值最可能和有效范围为:

表 1 经理业绩分享系数

	$\beta + \beta'_a(k + m) \geq 0, (r - \beta'_a) > 0, 0 \leq \beta \leq 1, \beta'_a < r$	存在性
$\beta'_a \geq 0$	$dB \geq 0, da \geq 0$ $dB \leq 0, da \leq 0$	存在 不存在
$\beta'_a \leq 0$	$dB \geq 0, da \leq 0$ $dB \leq 0, da \geq 0$	存在 部分存在
	$\beta + \beta'_a(k + m) \leq 0, (r - \beta'_a) < 0, 0 \leq \beta \leq 1, \beta'_a > r$	存在性
$\beta_a \geq 0$	$dB \geq 0, da \geq 0$ $dB \leq 0, da \leq 0$	不存在 不存在
$\beta'_a \leq 0$	$dB \geq 0, da \leq 0$ $dB \leq 0, da \geq 0$	不存在 不存在

$$Ce^{-\frac{\alpha}{k+m}} \leq \beta \leq 1, \beta'_a \geq 0$$

或  $0 \leq \beta \leq Ce^{-\frac{\alpha}{k+m}}; \beta'_a \leq 0 \quad (4)$

(1) 根据  $a = 1/r, \beta = 1$  的初始条件, 从式(4) 中可以获得积分常数  $C$ :

$$C \leq e^{\frac{1}{r(k+m)}}。因而有:$$

$$e^{\frac{1-ra}{r(k+m)}} \leq \beta \leq 1, \beta'_a \geq 0$$

或  $0 \leq \beta \leq e^{\frac{1-ra}{r(k+m)}; \beta'_a \leq 0 \quad (5)$

(2) 如果  $a = 0$ , 从式(5) 中可以获得:  $\beta \geq e^{\frac{1}{r(k+m)}}$ , 业绩分享系数( $\beta$ ) 随着经理努力成本、股东激励程度( $m$ ) 和业绩常数( $k$ ) 的增加而减少。

(3) 根据  $\beta = c$  (常数),  $a = \beta/r$  的条件, 可以求得常数:  $C + r(k + m) \ln C = 1$ 。

(4)  $\beta'_a \geq (\leq) -\frac{1}{k+m} e^{\frac{1}{r(k+m)}}$ , 若要求  $\beta'_a = 0$ , 若要求  $\beta'_a = 0$ , 只要求:  $r \rightarrow \infty$  或  $k \rightarrow \infty$ ,  $m \rightarrow \infty$ 。由于  $r \rightarrow \infty$  或  $k \rightarrow \infty$ ,  $m \rightarrow \infty$  难不成立, 因而  $\beta'_a \neq 0$ 。

### 3.2 经理努力程度与股东激励

下面先分析经理的努力程度与业绩分享系数和努力成本系数之间的关系。

在式(3) 中, 将经理努力程度对股东激励求偏导, 得

$$\frac{\partial \alpha^*}{\partial m} = \frac{\beta'_a}{r - \beta_a} = \frac{r}{r - \beta_a} - 1 \quad (6)$$

从式(6) 中可以看到:  $\beta'_a \leq 0$  (分享系数是努力的减函数),  $(\partial \alpha^* / \partial m) \leq 0$ , 经理的努力程度是股东的激励程度的减函数; 若  $0 \leq \beta'_a < r$  (分享系数是努力的增函数),  $(\partial \alpha^* / \partial m) \geq 0$ , 经理的努力程度是股东的激励程度的增函数。

### 3.3 经理努力程度与努力成本系数

将经理努力程度对经理成本系数求偏导, 有

$$\frac{\partial \alpha^*}{\partial r} = -\frac{[\beta + \beta'_a(k + m)]}{(r - \beta_a)^2} \quad (7)$$

从式(7) 中可以看到: 若  $\beta + \beta'_a(k + m) \geq 0$ ,  $(\partial \alpha^* / \partial r) \leq 0$  (经理努力成本系数越高, 经理努力程度越低); 若:  $\beta + \beta'_a(k + m) \leq 0$ ,  $(\partial \alpha^* / \partial r) \geq 0$  (经理努力成本系数越高, 经理努力程度越高); 显然,  $(\partial \alpha^* / \partial r) \leq 0$  是一种更为合理和可能的状况。

## 4 股东激励选择

由于股东预测到经理将根据  $m$  选择  $a$ , 因此, 对于股东, 在最初的选择中将优化自己的选择。将式(3) 代入式(2) 得:

$$\pi_p = (1 - \beta) \{ (k + m) + [\beta + \beta'_a(k + m)] / (r - \beta_a) \} - tm^2/2$$

对于股东, 最优化的一阶条件意味着:  $\partial \pi_p / \partial m = 0$

$$\text{令 } (1 - \beta) \{ 1 + \beta'_a / (r - \beta_a) \} - tm = 0, \text{ 有 } m^* = (1 - \beta)r / t(r - \beta_a) \quad (8)$$

从式(8) 中可以看到:

(1) 要保证股东最优的激励程度( $m$ ) 大于 0 (即

$m \geq 0$ ), 经理努力程度的边际业绩分享系数 [ $\beta'_a$ ] 应小于努力的成本系数( $r$ ) (即  $(r - \beta'_a) > 0$ )。

(2) 经理业绩分享系数越大, 股东的分享企业剩余的份额就越少, 因此, 股东最优的激励程度( $m$ ) 随着业绩分享系数( $\beta$ ) 的增加而减少。

(3) 股东激励程度成本越高, 股东对经理进行激励的意愿就可能越低, 因此, 股东最优的激励程度( $m$ ) 与股东激励程度成本系数成反比。

(4) 股东激励程度成本与经理努力的成本系数( $r$ ) 成正比。

## 5 企业业绩

将式(3) 和式(8) 代入企业业绩的线性产出式  $\pi = k + a + m$  中, 可以获得:

$$\begin{aligned} \pi &= k + \frac{\beta + \beta'_a(k + m)}{r - \beta_a} + \frac{(1 - \beta)r}{t(r - \beta_a)} \\ &= \frac{kt(r - \beta_a)^2}{t(r - \beta_a)^2} + \frac{t\beta(r - \beta_a) + tk\beta'_a(r - \beta_a) + \beta'_a(1 - \beta)r}{t(r - \beta_a)^2} + \frac{(1 - \beta)r(r - \beta_a)}{t(r - \beta_a)^2} \\ \pi &= \frac{1}{t(r - \beta_a)^2} [ (r - \beta_a)(t\beta + tk\beta'_a + ktr - kt\beta'_a) + r(1 - \beta)(\beta'_a + r - \beta_a) ] \\ &= \frac{1}{t(r - \beta_a)^2} [ t(r - \beta_a)(\beta + kr) + r^2(1 - \beta) ] \\ \pi &= \frac{\beta + kr}{r - \beta_a} + \frac{(1 - \beta)r^2}{t(r - \beta_a)^2} \\ &= \frac{\beta + kr}{r - \beta_a} + \frac{1 - \beta}{t} \left[ \frac{r}{r - \beta_a} \right]^2 \quad (9) \end{aligned}$$

根据式(9) 可以证明:

(1)  $(5P/5B) \setminus 0$ , 企业业绩( $P$ ) 是经理业绩分享系数( $B$ ) 的增函数,  $P$  随着  $B$  的增加而增加。因此设置适当的经理业绩分享系数( $B$ ) 有助于提高企业业绩。

(2)  $(5P/5t) \lceil 0$ , 企业业绩( $P$ ) 是股东激励成本系数( $t$ ) 的减函数, 股东激励越高, 股东对经理进行激励的意愿就越弱, 因而企业业绩就越差。

(3) 若  $\beta'_a \setminus 0$ ,  $(5P/5r) \lceil 0$ , 企业业绩是经理努力成本系数的减函数, 这是因为: 经理努力成本系数越大, 经理努力的成本就越高, 经理努力的意愿就可能越低, 从而导致企业业绩变差。若  $\beta'_a \lceil 0$ ,  $(5P/5r)$  的值还将取决于其它一些变量。

(4)  $(5P/5\beta'_a) \setminus 0$ , 企业业绩( $P$ ) 是经理努力程

度的边际业绩分享系数 $\beta$ 的增函数,  $P$ 随着 $\beta$ 的增加而增加。因此科学设计经理业绩分享系数( $\beta$ )与经理努力的联结, 即实现 $\beta > 0$ 有助于提高企业业绩。

## 6 一般性结论

综合上述分析, 我们可以获得企业经理业绩分享系数( $\beta$ )、企业经理努力程度( $a$ )、股东激励程度( $m$ )和企业业绩的一般表述如下:

$$1) e^{\frac{1-A}{k+m}} [B] \text{ 或 } 0 [B] e^{\frac{1-A}{k+m}}$$

$$2) a = \frac{B + \beta(k+m)}{r - \beta}$$

$$3) m = \frac{(1-B)r}{t(r - \beta)}$$

$$4) P = \frac{B + \beta k r}{r - \beta} + \frac{(1-B)r^2}{t(r - \beta)^2}$$

通过对股东与经理之间激励-努力博弈的分析, 可以看到: 经理的努力程度与经理业绩分享系数、股东的激励程度、经理努力成本和股东激励成本等变量之间存在着互动的、可以进行定量分析的关系, 经理的努力程度取决于经理所受到的激励水平。这一结论的启示是: 如果人们确实期望提高企业的效益, 就必须强化对企业经理的激励强度, 否则, 经理的偷懒将是难以避免的, 企业的效益也是难以提高的。

### Game Dynamic Analysis about Incentive Work-hard between Stockholder and Executive under Complete Information

LI Shi-ming, TANG Xiao-wo

(School of Management, UESTC, Chengdu 610054, China)

**Abstract:** An incentive-work-hard analyzing game model between stockholder and executive is founded based on the firm's achievement linearizing model and motive linearizing model in this paper. The dynamic equilibrium of game model under complete information is discussed. The executive's work-hard variable and stockholder incentive's variable are explained and the selected scope and interrelationship about these variables are analyzed. Some useful references for designing executive's motive mechanism are given.

**Key words:** incentive; work-hard; game dynamic analysis; complete information

## 参考文献:

- [1] 泰勒尔著. 马捷, 吴有昌, 陈耀等译. 产业组织理论[M]. 中国人民大学出版社, 1997.
- [2] 张维迎. 博弈论与信息经济学[M]. 上海三联书店, 上海人民出版社: 1996.
- [3] 周其仁. 市场里的企业: 一个人力资本与非人力资本的特别合约. 经济研究, 1996, (6): 71-79.
- [4] Aghion Philippe and Bolton Patrick. An Incomplete Contracts Approach to Financial Contracting[J]. Review of Economic Studies, 1972, 59: 473-494.
- [5] Fama, E. Agency Problem and the Theory of the Firm[J]. Journal of Political Economy, 1980, 88: 288-307.
- [6] Garen, E. The Executive Compensation and Principal-Agent Theory[J]. Journal of Political Economy, 1994, 102: 1175-1199.
- [7] 敖志军, 惠一民. 存在道德危害的委托-代理模型中多重激励问题研究[J]. 中国管理科学, 1997, 5(14): 35-40.
- [8] 汪贤裕, 颜锦江. 委托代理关系中激励与监督[J]. 中国管理科学, 2000, 8(3): 33-38.
- [9] 徐新, 邱苑华. 委托代理理论中自然状态的不确定性对最优契约影响的研究[J]. 中国管理科学, 1999, 7(2): 62-66.
- [10] 李仕明, 唐小我. 企业权利配置与经理激励[M]. 科学出版社, 2003.