文章编号: 1003- 207(2004) 05- 0017- 05

风险资产市场组合的替代品问题的理论探讨

邹辉文[1,2], 汤兵勇[1]

(1. 东华大学旭日工商管理学院, 上海 200051 2. 东华理工学院, 抚州 344000)

摘 要: 探讨 CAPM 中风险资产市场组合的替代品选择问题。指出只有算术平均指数(拉斯贝尔指数) 表示的市场指数组合才适宜用来代替真正的市场组合。通过选取 s 个代表风险资产, 得出从中选取有效资产组合作为真正的市场组合的替代品的条件。

关键词: 资本资产定价模型(CAPM) ; 有效资产组合; 市场组合
中图分类号: F830. 9; F832. 48; O29 文献标识码: A

1 引言

美国诺贝尔经济学奖获得者 Markowitz[1] (1952) 第一次从风险资产的收益率与风险之间的关系出发, 讨论了不确定经济系统中最优资产组合的选择问题, 获得了著名的基金分离定理, 为资产定价理论奠定了坚实的基础。在此基础上, 另一位美国诺贝尔经济学奖获得者 Sharpe[2] (1964) 和其他二位学者 Lintner[3] (1965) 及 Moosin[4] (1966) , 在比较强的市场和投资者行为假设下, 各自独立地得出了 Markowitz 均值- 方差的均衡版本, 即资本资产定价模型(CAPM)。这是 Sharpe 等人对金融经济学一个重要的贡献。

虽然 CAPM 奠定了现代资本市场均衡定价理论的核心基础, 但它却建立在一系列严格的假设基础上, 从而使其对市场的实际指导作用受到较大限制。于是, 从 7- 80 年代以来, 以 Breeden[5] (1979)、Rubinstein[6] (1976) 、Elton 和 Gruber[7] (1978) 等人为代表的一大批金融经济学家致力于研究寻找更接近实际的资产定价均衡理论, 并推出了一系列的 CAPM 衍生模型, 如“消费导向 CAPM”(即 CCAPM)。此外, Fama[8] (1970) 研究了多个持有期的CAPM。Merton[9] (1973) 研究了连续时间跨期 CAPM (即 ICAPM)。Cox、Ingersoll 和 Ross[10] (1985)、Fama 和 French[11] (1993) 、Magill 和 Quzii[12] (2000) 的研究则将 ICAPM 作了一般性的推广。

CAPM 的主要假设之一是关于所有资产都市场化的假设, 即市场组合包含所有资产, 这即使在资本市场高度发达的西方国家也难以达到, 因为像人力资本投资、珍品收藏、黄金珠宝投资等难以包括在资本市场中[13- 16]。因此, 市场组合在实际市场中就成为一个无法实际观测的概念, 任一资产与市场组合的相关性以至于系统风险都无从观测和分析。本文针对 CAPM 这条假设的不足, 从理论上探讨在什么条件下, 选取的代表资产组合可以用来代替真正的资产市场组合。

2 问题的提出

从 20 世纪 70 年代以来, 西方学者对 CAPM 进行了大量的实证检验。如 Black、Jensen 和 Scholes[17] (1972) 对 1931 年至 1956 年间美国证券交易所所有股票数据所作的研究; Fama 和 Macbeth[18] (1973) 对美国证券市场所作的研究, 等等。早期的检验结果表明, 西方成熟证券市场中股票定价基本符合 CAPM。

近年来, 随着多因子模型的发展, 大大提高了 CAPM 的经验检验效果。例如, Shanken[19] (1990)、Ferson 和 Schadt[20] (1996)、Jagannathan 和 Wang[21] (1996)、Cochrane[22] (1996) 利用可揭示市场期望信息的“价格比”变量描述市场因子, 从而扩展了传统的 CAPM, 使 CAPM 的经验检验效果得到加强。

然而, 前面已经说过, 真正的市场组合包含了所有资产, 其中某些资产的收益率不可观测, 故难以得到真正的市场组合 m, 也就是说, 市场组合在实际市

收稿日期: 2004- 01- 15; 修订日期: 2004- 07- 20
基金项目: 中国博士后科学基金资助项目(2003034280) ; 江西省社会科学规划项目(03yi10)
作者简介: 邹辉文(1959-) , 男(汉族) , 江西崇仁人, 东华大学旭日工商管理学院, 教授, 博士后, 研究方向: 金融市场与投资理论.

场中是一个无法观测的概念, 只能使用它的替代品 m。比如对 NYSE 和 AMEX, 大多数检验使用其股市的价值权指数或等权指数, 如标准普尔 500 股指等。

Roll[23] (1977) 对当时的实证检验提出了质疑。他认为: 由于无法证明市场指数组合是有效市场组合, 因而无法对 CAPM 进行检验。

正因为如此, 基于 CAPM 的实证检验在更多的场合下是不成功的, CAPM 不能同时解释时变利率以及证券平均报酬率的横截面模式, 对国际横截面数据不能显著通过检验。有关横截面层面上的个股股价异常证据, 一般又称"个股的横截面可预测性证据", 主要包括两方面, 其一为规模效应, 其二为价值效应。一般地, 前者是指股票报酬率与公司规模负相关的一种经验现象; 后者是指股票报酬率与账面市值比正相关的一种经验现象。对于这两个显著悖于 CAPM 的异常现象, 西方学者进行了大量的较系统的研究。例如, Banz[24] (1981)、Reinganum[25] (1981)、Keim[26] (1983) 等学者专门对规模效应进行了研究, Stattman[27] (1980)、Rosenberg、Reid 和 Lanatein[28] (1985)、Chan、Hamao 和 Lakonishok[29] (1991) 等学者专门对价值效应进行了研究, 而 Lettau 和 Ludvigson[30] (1999)、Chui 和 Wei[31] (1998) 等学者则对这两种异常现象同时开展研究。

近年来, 我国学者在进行类似的检验时, 对上海股市, 一般用上海A 股综合指数作为市场组合的替代; 对深圳股市, 一般用深圳 A 股成份指数作为市场组合的替代。但这些市场指数组合是否为有效市场组合也并没有经过证实。高道德和娄静[32] (2002) 利用 1996 年至 2000 年初的日收益率数据, 找出了一些资产组合作为市场指数组合的反例, 它们的收益率均值与上证综合指数收益率均值相等, 但其方差比上证综合指数收益率的方差小。从而说明上证综合指数组合严格地说不能代替真正的市场组合。

因此, 很有必要在理论上探讨一下 $\hat{m}$ 在什么情况下可用来代表真正的市场组合 m。尤其对存在较多问题的我国证券市场[33,34] 更有必要。从而使 CAPM 的实证检验建立在较可靠的理论基础上。

3 关于市场组合的替代品

3.1 能成为市场组合替代品的市场指数组合的形式

退一步说, 如果允许存在一定误差的前提下, 用市场指数组合代替真正的市场组合, 也要注意市场指数的形式。证券的加权指数通常有如下两种形式 (略去固定乘数):

(Ⅰ) 加权算术平均指数(又称拉斯贝尔指数)

$$I_t = \sum_{i=1}^{n} P_{it} Q_{i0} / \sum_{i=1}^{n} P_{io} Q_{i0} \tag{1}$$

(Ⅱ) 加权调和平均指数(又称派氏指数)

$$I_t = \sum_{i=1}^{n} P_{it} Q_{it} / \sum_{i=1}^{n} P_{io} Q_{it} \tag{2}$$

其中 P_{io}, P_{it} 分别表示第 i 证券在基期、第 t 期的价格; Q_{i0}, Q_{it} 分别表示第 i 证券价格在基期、第 t 期的权数, 它可以是证券的流通量、成交量、总股本、成交金额, 等究竟用哪一种, 由证券交易所依情况而定。

常用的证券收益率的形式有 $R_{it} = (P_{it+1} - P_{it}) / P_{it}$, $R_{it} = P_{it+1} / P_{it}$, 或它们的自然对数形式。相应的市场指数收益率的形式为 $r_{\hat{m}t} = (I_{t+1} - I_t) / I_t$, $r_{\hat{m}t} = I_{t+1} / I_t$。

若选用加权算术平均指数, 则可化为

$$r_{\hat{m}t} = \sum_{i=1}^{n} (P_{it+1} - P_{it}) Q_{i0} / \sum_{i=1}^{n} P_{it} Q_{io} =$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_{it} (P_{it} Q_{i0} / \sum_{i=1}^{n} P_{it} Q_{i0}) = \sum_{i=1}^{n} r_{it} w_{\hat{m}it} \tag{3}$$

$$R_{\hat{m}t} = \sum_{i=1}^{n} P_{it+1} Q_{io} / \sum_{i=1}^{n} P_{it} Q_{i0} =$$

$$\sum_{i=1}^{n} R_{it} (P_{it} Q_{i0} / \sum_{i=1}^{n} P_{it} Q_{i0}) = \sum_{i=1}^{n} R_{it} w_{\hat{m}it} \tag{4}$$

其中 $w_{jt}^{\hat{m}} = P_{it} Q_{i0} / \sum_{i=1}^{n} P_{it} Q_{i0}$, $j = 1, 2, \ldots, n$;

$$\sum_{j=1}^{n} w_{it}^{\hat{m}} = 1 \tag{5}$$

所以, $w_t^{\hat{m}} = (w_{1t}^{\hat{m}}, w_{2t}^{\hat{m}}, \cdots, w_{nt}^{\hat{m}})'$ 完全符合一个资产组合的形式。

但若选用加权调和平均指数, 则无法化为上述形式。因此, 只有用加权算术平均指数表示的市场指数组合, 才可近似地用 来代表真正的市场组合。在我国, 上证综合指数是加权算术平均指数, 而深证成分指数是加权调和平均指数, 故后者不宜用来近似地代表真正的市场组合。

3.2 市场组合的替代品的条件

3.2.1 选择代表风险资产的基本假设

我们可以对证券市场的所有可交易风险资产进行分类, 比如将同一行业的股票看作一类, 又如将同一信用级别的公司债券看作一类, 等等, 使得

(i) 同一类里面的资产收益率可近似地互相线性表示;

(ii) 不同类之间的资产收益率则不能互相线性

表示, 即不同类之间的资产收益率是线性无关的。

要做到第二点, 可计算不同种类风险资产的收益率相互之间的相关系数, 使得相互之间的相关系数近似于 0, 否则, 重新分类, 直至满足这一条件。为避免代表风险资产选择的随意性, 可选择一种便于计算的价值指标(如证券帐面价值, 市盈率, 净资产收益率, 每股收益, 等等), 每一类中以该价值指标值最好的资产作为代表。

假设无摩擦证券市场上这样的类有 s 个, 每一类中选出一个代表风险资产, 则这 s 个代表风险资产的收益率可近似地表示整个市场上风险资产的收益率。

我们既可用投资额的比例权重向量表示资产组合, 也可以用投资于各种资产的数量构成的向量表示资产组合。在这里, 为区别起见, 我们用 $w^p = (w_1^p, w_2^p, \cdots, w_s^p)'$ (满足 $\sum_{i=1}^{s} w_i^p = 1$) 表示资产组合 p, 其中 w_i^p 为投资于第 i 个代表资产的投资额的比例, 而用 $x^p = (x_1^p, x_2^p, \cdots, x_s^p)'$ 表示投资组合 p, 其中 x_i^p 为投资于第 i 个代表资产的数量, $x_i^p > 0$ 表示买入(或称做多), $x_i^p < 0$ 表示卖出(或称做空)。由于假设证券市场无摩擦, 即证券市场无任何交易成本、税收, 无卖空限制, 资产数量无限可分, 故 x_i^p 可以取某区间 $(-a, a)$ $(a > 1)$ 内的任意实数。

设第 i 类代表风险资产的收益率为 $\tilde{r}_i$, 其均值为 $E(\tilde{r}_i) = r_i, i = 1, 2, \cdots, s$, 记 $r = (r_1, r_2, \cdots, r_s)'$。令 $\sigma_{ij} = \mathrm{cov}(\tilde{r}_i, \tilde{r}_j), i, j = 1, 2, \cdots, s$, 其中 $\sigma_{ii} = \sigma_i^2 = Var(\tilde{r}_i) \equiv \sigma_i^2(\tilde{r}_i)$ 为 $\tilde{r}_i$ 的方差, $\sum = (\sigma_{ij})_{s\times s}$ 为 s 个代表风险资产收益率的协方差矩阵, 显然, $\sum$ 是对称的。又对于任意 s 维常数向量 $x = (x_1, x_2, \cdots, x_s)' \neq 0$ (但有可能 $\sum_{i=1}^{s} x_i = 0$), 令 $|x| = \max(|x_1|, |x_2|, \cdots, |x_s|) \neq 0$, 显然 $x/|x|$ 可看作某投资组合, 该投资组合的收益率为 $x'\tilde{r}/|x|$, 由于 $\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \cdots, \tilde{r}_s$ 线性无关, 故 $x'\tilde{r}/|x| \neq 0$, 于是可得

$$x' \sum x = |x|^2 (x'/|x| \sum) \sum (x/|x|) = |x|^2 Var(x'\tilde{r}/|x|) > 0 \tag{12}$$

所以, Σ 是正定的。

下面设除了所有资产都市场化和证券市场处于均衡状态的假设之外, CAPM 的其它基本假设仍成立。

3.2.2　与 CAPM 类似的结果

仿 CAPM 的推导, 可得出由 s 个代表风险资产构成的证券市场上相应的资产定价关系式。为了后面主要结论证明的需要, 仍给出简略的推导。

按照 Markowitz 的资产组合均值–方差准则, 投资者选择资产组合的规律是: 对给定的收益率均值 r_p, 选择风险资产组合使其总风险最小。用数学语言它可描述为以下的二次规划问题

$$\min \sigma_p^2/2 = w' \sum w/2 \tag{13}$$

$$s.t.\ w'r = r_p;\ w'l = 1$$

其中 l 表示分量均为 1 的 s 维向量。

用拉格朗日(Lagrange)系数法求解问题(13), 得其解为

$$w^p = \sum^{-1}((C - Br_p)l + (Ar_p - B)r)/D \tag{14}$$

$$\sigma_p^2 = (Ar_p^2 - 2Br_p + C)/D = A(r_p - B/A)^2/D + 1/A \tag{15}$$

其中 $A = l' \sum^{-1} l, B = l \sum^{-1} r, C = r' \sum^{-1} r, D = AC - B^2$。因 $\sum$ 正定易知 $A > 0, C > 0, D > 0$。

现在假设无摩擦证券市场上除了上述 s 个代表风险资产外, 还存在一个无风险资产, 其收益率为无风险利率 r_f, $\sigma_f^2 = Var(r_f) = 0$。现在的资产组合 p 是 $(w_0^p, w_1^p, w_2^p, \cdots, w_s^p)'$, 满足 $\sum_{i=0}^{s} w_i^p = 1$。若仍用 $w^p = (w_1^p, w_2^p, \cdots, w_s^p)'$ 表示资产组合 p 对应的风险资产组合部分, 则有, $w_0^p = 1 - (w^p)'l$。于是, 与式(13) 相应的最小方差资产组合问题可以表示成以下的二次规划问题

$$\min \sigma_p^2/2 = w' \sum w/2$$

$$s.t.\ w'r + (1 - w'l) r_f = r_p \tag{16}$$

同样用拉格朗日(Lagrange) 乘数法求解问题(16), 得其解为

$$w^p = (r_p - r_f) \sum^{-1} (r - r_f l)/H \tag{17}$$

$$\sigma_p^2 = (r_p - r_f)^2/H \text{ 或 } r_p = r_f \pm \sqrt{H}\sigma_p \tag{18}$$

其中 $H = (r_f l - r)' \sum^{-1} (r_f l - r) = Ar_f^2 - 2Br_f + C = A(r_f - B/A)^2 + D/A > 0$。

命题 1[35]　设资产组合 p 是不为无风险资产组合 $w^f = (1, 0, 0, \cdots, 0)'$ ($s+1$ 维向量) 的任一给定的有效资产组合(在射线上!), 则对任意的资产组合 q(不一定有效), 有

$$r_q = r_f + \beta_{qp}(r_p - r_f),\ \beta_{qp} = \mathrm{cov}(\tilde{r}_q, \tilde{r}_p)/\sigma_p^2 \tag{19}$$

由式(19) 可得相应的单因素模型

$$\tilde{r}_q = \alpha_q + \beta_{qp}\tilde{r}_p + \varepsilon_q \tag{20}$$

其中 α_q 为资产组合 q 的特殊收益率, 系数 β_{qp} 表示资产组合 q 的收益率随有效资产组合 p 的收益率变化的幅度, ε_q 为随机误差顶, 服从正态分布, 且满足 $\mathrm{cov}(\tilde{r}_p, \varepsilon_q) = E(\varepsilon_q) = 0$。

命题 2[35] 当 $r_f < B/A$ 时, 射线 $R_p: r_p = r_f + \sqrt{H}\sigma_p$ 与双曲线 $H_p: \sigma_p^2 = A(r_p - B/A)^2/D + 1/A$ 的右上半支有唯一切点 $T(\sigma_t, r_t)$, 其中 $\sigma_t = \sqrt{H}/(B - Ar_f)$, $r_t = (C - Br_f)/(B - Ar_f)$, 对应的有效资产组合为 $w^t = \sum^{-1}(r - r_f l)/(B - Ar_f)$, $w_0^t = 1 - (w^t)'l = 0$。

将切点组合 t 代替式(21) 中的有效资产组合 p, 可得类似的资产定价关系式和单因素模型。

3.2.3 成为市场组合替代品的条件

接下来讨论从上述 s 个代表资产中选择的有效资产组合在什么条件下可用来代替真正的市场组合。

为了区别起见, 设第一段所述的 n 个风险资产的收益率均值现在用 $\overline{r}_i$, $i = 1, 2, \cdots, n$, 表示, 其它字符的意义与本节相同。则真正的市场组合收益率均值 $r_m = \sum_{i=1}^{n} w_i^m \overline{r}_i$。由 s 个代表资产的选择原则, 近似地有

$$\overline{r}_i = \sum_{j=1}^{s} w_j^i r_j, \quad \sum_{j}^{s} w_j^i = 1, \ i = 1, 2, \cdots, n \tag{21}$$

令 $\overline{w^m} = (\overline{w_1^m}, \overline{w_2^m}, \cdots, \overline{w_s^m})$, $\overline{w_j^m} = \sum_{i=1}^{n} w_i^m w_j^i$, $j = 1, 2, \cdots, s$, 则

$$(\overline{w^m})'l = \sum_{j=1}^{s}\overline{w_j^m} = \sum_{j=1}^{s}\sum_{i=1}^{n} w_i^m w_j^i = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{s} w_i^m w_j^i = \sum_{i=1}^{n} w_i^m\left(\sum_{j=1}^{s} w_j^i\right) = \sum_{i=1}^{n} w_i^m = 1$$

$$r_m = \sum_{i=1}^{n} w_i^m \overline{r}_i = \sum_{i=1}^{n} w_i^m\left(\sum_{j=1}^{s} w_j^i r_i\right) = \sum_{j=1}^{s}\left(\sum_{i=1}^{n} w_i^m w_j^i\right) r_j = \sum_{j=1}^{s}\overline{w_j^m} r_j \tag{22}$$

下面给出本文的主要结论。

命题 3 对于给定的 $\overline{w^m}$, 存在唯一的有效资产组合 $\hat{m}$, 使 $\beta_{\hat{m}m} = 1$。若进一步满足: 对任一资产组合 q, $r_q = \alpha_q + \beta_{q\hat{m}} r_{\hat{m}} + \varepsilon_q$, 有 $\mathrm{cov}(\varepsilon_q, r_m) = 0$, 则 $\beta_{qm} = \beta_{q\hat{m}}$, 即真正的 Beta 系数可以通过 $\hat{m}$ 来估算。

证明 根据式(17), 取有效资产组合 $w^p = (r_p - r_f)\sum^{-1}(r - r_f l)/H$, $w_0^p = 1 - (w^p)'l$, 并使

$$(w^p)'\sum\overline{w^m} = (\overline{w^m})'\sum\overline{w^m} \tag{23}$$

可得 $((r_p - r_f)/H)(r' - r_f l')\overline{w^m} = (\overline{w^m})'\sum\overline{w^m}$, 它有唯一解

$$r_p = r_{\hat{m}} = H(\overline{w^m})'\sum\overline{w^m}/(r' - r_f l')\overline{w^m} + r_f \tag{24}$$

对应地

$$w^p = w^{\hat{m}} = (r_{\hat{m}} - r_f)\sum^{-1}(r - r_f l)/H, \quad w_0^p = w_0^{\hat{m}} = 1 - (w^{\hat{m}})'l \tag{25}$$

且由式(23), 得

$$\beta_{\hat{m}m} = \mathrm{cov}(r_{\hat{m}}, r_m)/\mathrm{cov}(r_m, r_m) = (w^{\hat{m}})'\sum\overline{w^m}/(\overline{w^m})'\sum\overline{w^m} = 1 \tag{26}$$

由命题假设和式(26), 可得

$\beta_{qm} = \mathrm{cov}(r_q, r_m)/\mathrm{cov}(r_m, r_m) = \mathrm{cov}(\alpha_q + \beta_{q\hat{m}} r_{\hat{m}} + \varepsilon_q, r_m)/\mathrm{cov}(r_m, r_m) = \beta_{q\hat{m}}\mathrm{cov}(r_{\hat{m}}, r_m)/\mathrm{cov}(r_m, r_m) = \beta_{q\hat{m}}\beta_{\hat{m}m} = \beta_{q\hat{m}}$。 证毕。

3.2.4 市场组合替代品的条件的讨论

由于市场组合受个别资产组合的影响很小, 故条件 $\mathrm{cov}(\varepsilon_q, \tilde{r}_m) = 0$ 近似地成立。因此, 成为市场组合 m 的替代品 $\hat{m}$ 的关键条件是: $\beta_{\hat{m}m} = 1$, 即替代品 $\hat{m}$ 具有单位 Beta 系数。

现在的问题是, 我们无法观测到 m, 因而无法得到 $\overline{w^m}$, 从而求不出 $\hat{m}$。下面给出几种解决方法。

(1) 取 $m = m_0$ 为证券市场指数, 计算 m_0 由 s 个代表风险资产表示的 $\overline{w^m}$, 再根据命题 3 求出 $\hat{m}$。注意, 这里 m_0 不一定是有效资产组合, 但 $\hat{m}$ 一定是。

(2) 根据标准 CAPM 的结论, 市场组合= 切点组合, 故在 s 个代表风险资产构成的证券市场上, 取 $\overline{w^m} = w^t = \sum^{-1}(r - r_f l)/(B - Ar_f)$ 也是较合理的。这时, 必有 $w^{\hat{m}} = w^t$, 且 $\mathrm{cov}(\varepsilon_q, \tilde{r}_m) = 0$ 自然成立, 从而 $\beta_{qm} = \beta_{qt}$, 即真正的 Beta 系数可以通过切点组合 t 来估算, 而这时的 w^t 是可求出的。

(3) 其实上述问题在近似计算中是经常遇到的, 常用的解决办法是用迭代算法。借助于这一思想, 下面给出求替代品 $\hat{m}$ 的近似算法。

若 $\beta_{\hat{m}m} = 1$, 由 CAPM 标准方程(4) 可得: $r_{\hat{m}} = r_f + \beta_{\hat{m}m}(r_m - r_f) = r_m$, 即有

$$(w^{\hat{m}})'r = (w^m)'r \tag{27a}$$

$$(w^{\hat{m}})'\sum\overline{w^m}/(\overline{w^m})'\sum\overline{w^m} = 1 \tag{27b}$$

方程组(27) 可化为 $w^{\hat{m}} = F(w^m)$ 的形式, 用标准的非线性方程组的迭代算法即可求得替代品 $\hat{m}$。

但此过程过于复杂, 不适合应用的需要。下面给出一种简化的算法。

我们选取 m 的初值为证券市场指数 m_0, 由命题3 求出 $\hat{m}_0$; 再求 m 的修正值: $m_1 = m_0 + (\hat{m}_0 - m_0)/2 = (m_0 + \hat{m}_0)/2$ (为书写方便, 这里将关于 w^p 的运算写成关于 p 的运算形式), 并由命题 3 求出 $\hat{m}_1$; 依此类推, 求得两个序列 $\{m_k\}$、$\{\hat{m}_k\}$ 及相应的 $\{r_{m_k}\}$、$\{r_{\hat{m}_k}\}$ 使方程(27) 成立。若 m_0 取在 m 近旁, 易知 $\{r_{m_k}\}$ 和 $\{r_{\hat{m}_k}\}$ 是收敛的, $\{r_{m_k}\}$ 的极限自然认为是 r_m (注意, 因 m 无法观测, 故 r_m 亦未知)。由柯西收敛定理, 随着 k 的增大, $|r_{\hat{m}_k} - r_{\hat{m}_{k-1}}|$ 可任意小, 所以可用 $|r_{\hat{m}_k} - r_{\hat{m}_{k-1}}|$ 来控制迭代次数。算法如下:

设置初值: 给定精度 e_0, 令 $k = 0$, $m = m_0$ (证券市场指数), 由命题 3 求出 $\hat{m}_0$ 和 $r_{\hat{m}_0}$。

第一步: 修正 m、$\hat{m}k = k+1 m_k = m_{k-1} + (\hat{m}_{k-1} - m_{k-1})/2 = (m_{k-1} + \hat{m}_{k-1})/2$

由命题 3 求出 $\hat{m}_k$ 和 $r_{\hat{m}_k}$

第二步: 排列 $\hat{m}_k$ 和 $r_{\hat{m}_k}$, 并进行判断

将 $\hat{m}_k$ 和 $r_{\hat{m}_k}$ 列成表格

若 $|r_{\hat{m}_k} - r_{\hat{m}_{k-1}}| < e_0$, 结束; 否则, 转第一步。

运算结束时所求得的 $\hat{m}_k$ 即为 m 的替代品。

参考文献:

[1] Markowitz H. M., Portfolio selection[J]. Journal of Finance, 1952, 7: 77- 91.

[2] Sharpe W. F., Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk[J]. Journal of Finance, 1964, (9): 425- 442.

[3] Lintner J., Security prices, risk, and maximal gains from diversiication[J]. Journal of Finance, 1965, (10): 587- 615.

[4] Mossin J., Equilibrium in a capital asset market[J]. Econometrica, 1966, (10): 768- 783.

[5] Breeden D., An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities[J]. Journal of Financial Economics, 1979, (7): 265- 296.

[6] Rubinstein, The valuation of uncertain income streams and the pricing of options[J]. Bell Journal of Economics and Management Science, 1976, (7): 407- 435.

[7] Elton E. J. and Gruber M. J., Taxes and portfolio composition[J]. 1978, (6): 399- 410.

[8] Fama E. F., Efficient capital market: a review of theory and empirical work[J]. Journal of Finance, 1970, 25(2): 383- 417.

[9] Merton R., Theory of rational option pricing[J]. Bell Journal of Economics and Management Science, 1973, (4): 141- 183.

[10] Cox J. C., Ingersoll J. E. and Ross S. A., An intertemporal general equilibrium model of asset prices[J]. Econometrica, 1985, 53: 363- 384.

[11] Fama E. F. and French K. R., Common risk factors in the return on stocks and bonds[J]. Journal of Financial Economics, 1993, 33: 3- 56.

[12] Magill M. and Quizii M., Intertemporal CAPM[J]. Economic Theory, 2000, 15: 103- 138.

[13] 陈伟忠. 动态组合投资理论与中国证券资产定价[M]. 西安, 陕西人民出版社, 1999.

[14] 王一鸣. 数理金融经济学[M]. 北京: 北京大学出版社, 2000.

[15] 叶中行, 林建忠. 数理金融- 资产定价与金融决策理论[M]. 北京: 科学出版社, 1998.

[16] 杨云红. 金融经济学[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2000.

[17] Black F., JensenM. and Scholes M., The capital asset pricing model: some empirical tests[C]. Jensen M. C., Studies in the Theory of Capital Markets, New York: Praeger, 1972, 22- 56.

[18] Fama E. F. and Macbeth J., Risk return and equilibrium: empirical test[J]. Journal of Finance, 1973, 25(2): 384- 471.

[19] Shanken J., Intertemporal asset pricing: An empirical investigation[J]. Journal of Econometrics, 1990, 45: 99- 120.

[20] Ferson W. E. and Schadt R. W., Measuring fund strategy and performance in changing economic conditions[J]. Journal of Finance, 1996, 51: 425- 461.

[21] Jagannathan R. and Wang Z. Y., The conditional CAPM and the cross- section of expected returns[J]. Journal of Finance, 1996, 51: 3- 53.

[22] Cochrane J. H., A cross- sectional test of an investment- based asset pricing model[J]. Journal of Political Economy, 1996, 104: 572- 621.

[23] Roll R., A critique of the asset pricing theory's test[J]. Journal of Finance Economics, 1977, 4(2): 129- 176.

[24] Banz R., The relationship between return and market value of common stock[J]. Journal of Financial Economics, 1981, 9: 3- 18.

[25] Reinganum M., Misspecification of capital asset pricing: Empirical anomalies based on earnings yields and market value[J]. Journal of Financial Economics, 1981, 9: 19- 46.

[26] Keim D., Size- related anomalies and stock return seasonality further empirical evidence[J]. Journal of Financial E-

conomics, 1983, 12: 12- 32.

[27] Stattman D. , Book value and stock returns[J]. The Chicago MBA: A Journal of Selected Papers, 1980, 4: 25- 45.

[28] Rosenberg B. , Reid K. and Lanstein R. , Persuasive evidence of market inefficiency[J]. Journal of Portfolio Management, 1985, 11: 9- 17.

[29] Chan L. , Hamao Y. and Lakonishok, Fundamental and stock return in Japan[J]. Journal of Finance, 1991, 46: 1739- 1764.

[30] Lettau M. and Ludvigson S. , Resurrecting the (C) CAPM: A cross- sectional test when risk premia are time - varying[J]. Working paper, Federal Reserve Band of New York, 1999.

[31] Chui A. , Titman S. and Wei K. C. J. , Momentum, ownership structure and financial crises: An analysis of Asian stock markets[J]. Working paper, University of Texas at Austin, 2000.

[32] 高道德, 娄静. 资产定价模型在中国证券市场运用的实证研究[C]. 王开国, 海通证券研究年报, 长春: 吉林人民出版社, 2002, 217- 228

[33] 邹辉文, 杨铁, 陈德棉, 张玉臣. 金融市场的综合治理与金融监管[J]. 科学管理研究, 2001, (6): 11- 16.

[34] 邹辉文, 陈德棉. 现代消费者行为的动态系统分析[J]. 中国管理科学, 2002, 10(3): 91- 96.

[35] 邹辉文, 刘融斌, 陈德棉. 资本市场中代表风险资产选择问题探讨[J]. 同济大学学报, 2003, (8): 995- 1000.

Study of Choosing a Substitute for the Market Portfolio of Risk Assets

ZOU Hui- wen[1,2], TANG Bing- yong[1]

(1. Glorious Sun School of Business and Management, Donghua University, Shanghai 200051, China;
2. Donghua Institute of Technology, Fuzhou 344000, China)

Abstract: The problem of choosing a substitute for the market portfolio of risk assets in CAPM is discussed. It is pointed out that only the market index portfolio formed by arithmetic average index can properly replace the real market portfolio. By selecting s representatives of risk assets, the conditions of choosing a valid assets portfolio from the s representatives as a substitute for the real market protfolio are obtained. The new and comparatively complete proofs in which the two kinds of valid forward positions of asset portfolios are tangent have been shown.

Key words: capital assets pricing model(CAPM); valid assets portfolio; market portfolio