第 13 卷 第 6 期
2005 年 12 月
中国管理科学
Chinese Journal of Management Science
Vol. 13, No. 6
Dec., 2005

文章编号: 1003- 207(2005) 06- 0081- 05

基于区间数大小不能直接判定的灰矩阵博弈的策略优超及其最优解研究

米传民, 方志耕

(南京航空航天大学经济与管理学院, 江苏 南京 210016)

摘 要: 对于区间灰数大小不能直接判定的灰矩阵博弈 $G(\otimes)=\{S_1, S_2, A(\otimes)\}$ 问题, 其策略优超和纯策略求解问题的关键在于 $A(\otimes)$ 中区间灰数大小判定准则的设定与判定方法的设计。本文运用灰色系统思想和系统工程的理论, 揭示了人们在灰信息条件下的博弈心理与博弈决策规则, 根据区间灰数势关系的判定规则, 提出了灰数势意义下的策略优超法则, 定义了纯策略解。最后, 以商业银行贷款动态损失准备金计提为案例, 对其灰势意义下的策略优超和纯策略解问题进行了研究。

关键词: 区间灰数; 灰矩阵博弈; 灰势; 优超策略; 动态损失准备
中图分类号: C931 文献标识码: A

1 引言

博弈理论在经济管理问题研究与应用中占有重要的地位[1- 5]。博弈问题的零星研究可追溯到 18 世纪甚至更早, Waldegrave 在 1713 年就提出了两人博弈的极小化极大混合策略解。关于非合作博弈, Von Neumann, G. Gambarelli, 张盛开等人进行研究[6- 8]。Von Neumann J, Morgenstern O. 于 1928 年给出了扩展形博弈定义, 证明了有限策略的两人零和博弈有确定的结果, 并引进了策略形、矩阵形表示, 定义了极小化极大解并证明了这种解在所有两人零和博弈中都存在。Nash 将博弈论扩展到非零和博弈, 建立了非合作博弈理论奠基石的成果——“纳什均衡”的概念和证明纳什均衡存在性的纳什定理[9]。在二人有限零和博弈(矩阵博弈) 中, 通过优超原则对原损益值矩阵进行化简, 可以得到一个与原博弈等价但阶数较小的博弈, 方便求解。一些学者对二人矩阵博弈中的优超问题进行了研究[10- 14]。

在矩阵博弈过程中, 博弈双方所依据的损益值矩阵大部分都是局中人事先判断的。然而, 由于人的认知水平的限制、信息的不完全因素、系统的结构性和随机性波动等因素的影响, 使得人们在事先无法对其博弈结果值做出十分精确的判断。而且, 从二人矩阵博弈的事后博弈结果来看, 尽管其实际的博弈结果是, 各局中人的所得之和为零, 也就是说, 其事后值是清楚的。然而, 现实中, 由于各种随机因素和非随机因素的影响, 使得这种博弈, 既使在纯策略意义下, 在下一次被完全重复, 其实际博弈结果所表现的各局中人的损益值未必与上一次完全一致。在不确定情况下如何进行矩阵博弈成为研究的热点问题[15- 19]。文献[15] 中作者将灰数引入到对策理论中, 并设居中人选取策略的概率为灰数, 定义了灰矩阵博弈。文献[16] 讨论了模糊矩阵博弈问题。参考文献[17] 到[19] 中, 将经典的矩阵博弈方法直接推广到了基于区间灰数矩阵博弈问题, 构建了基于标准区间灰数的矩阵博弈问题的模型, 并对其纯策略解进行了一定的探讨。但讨论的基础是灰损益值矩阵 $A(\otimes)$ 中的各灰元素的大小均可直接判定, 而对于 $A(\otimes)$ 中的灰元素大小不能直接判定的情形, 并未提出有效的解决方法。

对于难以用准确的白数来表示的局中人各策略的博弈值, 可以用一个区间灰数来表示[20]。把由这

收稿日期: 2004- 12- 30; 修订日期: 2005- 11- 15
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70473037); 南京航空航天大学创新集体和科研创新基金项目(Y0488- 091); 国家教育部博士学科点科研基金项目(20020287001); 江苏省自然科学基金重点项目(BK2003211) 和南京航空航天大学特聘教授科研创新基金资助项目(1009- 260812)
作者简介: 米传民(1976-) , 男(汉族) , 山东人, 南京航空航天大学经济与管理学院讲师, 博士生, 研究方向: 灰色系统理论、银行监管等.

样的区间灰数所构成的博弈损益值矩阵称为灰损益值矩阵 $A(\otimes)$，进而把由这样的灰损益值矩阵所决定的二人有限零和博弈问题称为灰矩阵博弈问题，记为 $G(\otimes)=\{S_1, S_2, A(\otimes)\}$，其中：$S_1=\{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m\}$ 为局中人 1 的策略集，$S_2=\{\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n\}$ 为局中人 2 的策略集，$A(\otimes)$ 为局中人事先判断的用区间灰数表征的灰损益值矩阵（见式 1）。

$$A(\otimes)=\begin{bmatrix}[a_{11}, b_{11}] & [a_{12}, b_{12}] & \cdots & [a_{1n}, b_{1n}]\\ [a_{21}, b_{21}] & [a_{22}, b_{22}] & \cdots & [a_{2n}, b_{2n}]\\ [a_{m1}, b_{m1}] & [a_{m2}, b_{m2}] & \cdots & [a_{mn}, b_{mn}]\end{bmatrix} \tag{1}$$

然而，现实中所经常遇到的灰损益值矩阵 $A(\otimes)$ 中的灰元素大小关系往往不能直接区分（如图 1 所示）。$G(\otimes)$ 是所有灰矩阵博弈问题中最普遍、最广泛和最为一般化的情况。文献[21]通过区间灰数的势建立了区间灰数之间的优势、劣势和均势关系，进而研究了不能直接确定区间灰数大小的灰矩阵纯策略的求解问题。本文在文献[17]到[20]区间数能比较大小的灰矩阵博弈和文献[21]区间灰数大小不能直接比较情况下的求解的基础上，对于区间数大小不能够区分下的策略优超的定义、优超原则进行了研究。

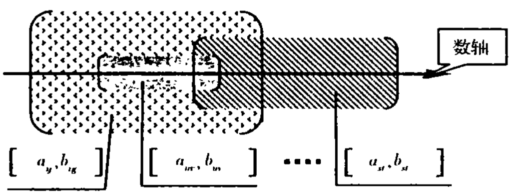

图 1　区间灰数之间的大小关系难以判定情形

2　势最优纯策略的求解[21]

[定义 1]　（灰数的均势度、优势度、劣势度）若任给两区间灰数 $\otimes_{ij}\in[a_{ij}, b_{ij}]$ 和 $\otimes_{st}\in[a_{st}, b_{st}]$，且 $b_{st}\geqslant b_{ij}\geqslant a_{st}$（如图 2 所示）；这样，依据该两灰数的端点值在数轴上的位置，可将它们的并集区域 $\otimes_{ij}\cup\otimes_{st}$ 分割为三个区间，构成的三个区间灰数，分别为：$[a_{ij}, a_{st}]$，$[a_{st}, b_{ij}]$，$[b_{ij}, b_{st}]$；其中，$[a_{st}, b_{ij}]$ 的这两灰数之间交集 $\otimes_{ij}\cap\otimes_{st}$ 区域，则：

1^0 称该两灰数之间的交集区域（包括边界点）为均势区域；$EPD_{ij\to st}=\dfrac{b_{ij}-a_{st}}{b_{ij}-a_{ij}}\geqslant 0$（$EDP$ 的下角标 $ij\to st$ 表示 $\otimes_{ij}$ 相对于 $\otimes_{st}$ 而言，下同）为灰数 $\otimes_{ij}$ 相对于 $\otimes_{st}$ 均势度（Equipollence Position Degree）；$EPD_{st\to ij}=\dfrac{b_{ij}-a_{st}}{b_{st}-a_{st}}\geqslant 0$ 为灰数 $\otimes_{st}$ 相对于 $\otimes_{ij}$ 均势度；

2^0 称数轴上被两灰数端点所分割的位于交集区域右侧的区域 $((b_{ij}, b_{st}]$（其中：b_{ij} 左边的圆括号表示不包括 b_{ij} 点在内）为某一灰数 $[a_{st}, b_{st}]$ 相对于另一灰数 $[a_{ij}, b_{ij}]$ 的优势区域；$SPD_{st\to ij}=\dfrac{b_{st}-b_{ij}}{b_{st}-a_{st}}\geqslant 0$ 为灰数 $\otimes_{st}$ 相对于 $\otimes_{ij}$ 优势度（Superiority Position Degree）；

3^0 称数轴上被两灰数端点所分割的位于交集区域左侧的区域 $[a_{ij}, a_{st}]$（其中：b_{ij} 左边的圆括号表示不包括 b_{ij} 点在内）为某一灰数 $[a_{ij}, b_{ij}]$ 相对于另一灰数 $[a_{st}, b_{st}]$ 的劣势区域；$IPD_{ij\to st}=-\dfrac{a_{st}-a_{ij}}{b_{ij}-a_{ij}}\leqslant 0$ 为灰数 $\otimes_{ij}$ 相对于 $\otimes_{st}$ 劣势度（Inferior Position Degree）。

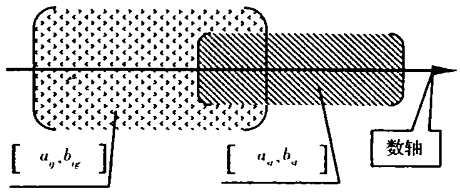

图 2　区间灰数之间的大小关系

[定义 2]　（区间灰数势关系的判定规则）任给两区间灰数，我们把其中一个灰数相对于另一个灰数的优势度与劣势度之和称为该灰数相对于另一灰数的势差，简称为势；若势差为正，则我们称其为正势，把相应的灰数称为优势灰数；若势差为负，则我们称其为负势，把相应的灰数称为劣势灰数；若势差为零，则我们称其为等势，把该两灰数称为等势灰数。

由定义 2 可知，任给两区间灰数 $\otimes_{ij}\in[a_{ij}, b_{ij}]$ 和 $\otimes_{st}\in[a_{st}, b_{st}]$；

（1）若 $SDP_{ij\to st}+IDP_{ij\to st}>0$，则称 $\otimes_{ij}$ 相对于 $\otimes_{st}$ 存在着正势；$\otimes_{ij}$ 是优势灰数，$\otimes_{st}$ 是劣势灰数，记为：$\otimes_{ij}>\otimes_{st}$；

（2）若 $SDP_{ij\to st}+IDP_{ij\to st}<0$，则称 $\otimes_{ij}$ 相对于 $\otimes_{st}$ 存在着负势；$\otimes_{ij}$ 是劣势灰数，$\otimes_{st}$ 是优势灰数，记为：$\otimes_{ij}<\otimes_{st}$；

（3）若 $SDP_{ij\to st}+IDP_{ij\to st}=0$，则称 $\otimes_{ij}$ 与 $\otimes_{st}$ 等势；$\otimes_{ij}$ 与 $\otimes_{st}$ 是等势灰数，记为：$\otimes_{ij}=\otimes_{st}$。

借鉴经典矩阵博弈理论，并考虑到人们的"理智行为"，即：如果博弈双方都不想过分冒险，都不存在过分侥幸心理，而是考虑对方必然会设法使自己所得尽可能最少这一点，就应该从各自可能出现的灰

博弈值的势最小(最不利)的情形中选择一种灰博弈值的势最大(最有利)的情形作为决策依据, 这也是博弈双方都能接受的一种稳妥的办法。事实上, 只要能够对任意区间灰数的大小能够进行较方便地判定, 那么就可以将经典的矩阵博弈问题扩展到灰矩阵博弈 $G(\otimes)=\{S_1,S_2,A(\otimes)\}$ 中。通过势可以对不能直接判定大小的区间灰数进行比较, 进而可以研究灰矩阵博弈的最优纯策略、纯策略意义下的解、纯局势、优超等概念和问题。

[定义 3]　(势最优纯策略解): 给定灰矩阵博弈 $G(\otimes)=\{S_1,S_2,A(\otimes)\}$ 问题, 其中: $S_1=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m\}$, $S_2=\{\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n\}$, $A(\otimes)=([a_{ij},b_{ij}])_{m\times n}$, 且灰矩阵 $A(\otimes)$ 中的元素为区间灰数, 它的大小不能直接比较。若在灰数势大小意义下存在这样的纯策略 α_{i^*}, β_{j^*} 构成局势 $(\alpha_{i^*},\beta_{j^*})$ 使式 2 成立:

$$[a_{ij^*},b_{ij^*}]\leqslant[a_{i^*j^*},b_{i^*j^*}],\ i=1,2,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots,n. \tag{2}$$

则称局势 $(\alpha_{i^*},\beta_{j^*})$ 为 $G(\otimes)=\{S_1,S_2,A(\otimes)\}$ 在势纯策略意义下的解; α_{i^*}, β_{j^*} 分别称为局中人 1 和 2 的灰色势最优纯策略, 简称势最优纯策略; 局中人 1 的支付 $[a_{i^*j^*},b_{i^*j^*}]$ 称为 $G(\otimes)=\{S_1,S_2,A(\otimes)\}$ 的灰博弈值, 记为 $V_G(\otimes)$。

由定义 3 可知, 若 $G(\otimes)=\{S_1,S_2,A(\otimes)\}$ 在势纯策略意义下有解, 那么, 它应该存在这样的势最优纯策略 α_{i^*}, β_{j^*}, 它所对应的行数 i^* 和列数 j^* 使该灰矩阵博弈值 $[a_{i^*j^*},b_{i^*j^*}]$ 满足式 2 的要求; 而这样的正整数对 (i^*,j^*) 被称为灰矩阵博弈 $G(\otimes)=\{S_1,S_2,A(\otimes)\}$ 问题在灰色势最优纯策略意义下的鞍点, 简称势鞍点; 由 (i^*,j^*) 所决定的 $A(\otimes)$ 中的灰数 $[a_{i^*j^*},b_{i^*j^*}]$ 被称为灰矩阵 $A(\otimes)$ 的势鞍点。

灰博弈的值 $V_{G(\otimes)}$ 就是灰损益值矩阵中灰鞍点 (i^*,j^*) 所对应的行、列数所在的元素 $[a_{i^*j^*},b_{i^*j^*}]$, 它即是灰矩阵 $A(\otimes)$ 的 i^* 行中势最小的灰数同时又是 j^* 列中势最大的灰数。

[定理 1]　(势最优纯策略解存在的充要条件) 任给非标准灰矩阵博弈 $G(\otimes)=\{S_1,S_2,A(\otimes)\}$ 问题, 在势纯策略意义下有解(或称 $G(\otimes)$ 在势纯策略意义下具有鞍点, 在这里被称为势鞍点) 的充要条件是:

$$\max_i\ \min_j[a_{ij},b_{ij}]=\min_j\ \max_i[a_{ij},b_{ij}] \tag{3}$$

该定理主要引用参考文献[21]的内容, 证明省略。

3　势最优纯策略的优超分析

[定义 4]　(势优超): 设有非标准灰矩阵博弈 $G(\otimes)=\{S_1,S_2,A(\otimes)\}$, 其中 $S_1=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m\}$, $S_2=\{\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n\}$, $A(\otimes)=([a_{ij},b_{ij}])_{m\times n}$。如果对一切 $j=1,2,\cdots,n$, 都有

$$[a_{i^0j},b_{i^0j}]\geqslant[a_{k^0j},b_{k^0j}] \tag{4}$$

即灰矩阵 $A(\otimes)$ 中第 i^0 行元的势均大于或等于第 i^0 行元, 则称局中人 1 的纯策略 α_{i^0} 优超于 α_{k^0}。同样, 若对一切 $i=1,2,\cdots,m$, 都有

$$[a_{ij^0},b_{ij^0}]\leqslant[a_{il^0},b_{il^0}] \tag{5}$$

即灰矩阵 $A(\otimes)$ 中第 j^0 列元的势均小于或等于第 j^0 列元, 则称局中人 2 的纯策略 β_{j^0} 优超于 β_{l^0}。

[定理 2]　(非标准灰矩阵的势策略优超原则) 任给非标准灰矩阵博弈 $G(\otimes)=\{S_1,S_2,A(\otimes)\}$ 问题, 其中: $S_1=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m\}$, $S_2=\{\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n\}$, $A(\otimes)=([a_{ij},b_{ij}])_{m\times n}$。如果纯策略 α_1 被其余纯策略 $\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 中之一所优超, 由 G 可得到一个新的矩阵对策 G':

$$G'=(S_1',S_2',A')$$

其中

$$S_1'=\{\alpha_2,\alpha_3,\cdots,\alpha_m\}$$

$$A'=([a_{ij}',b_{ij}'])_{(m-1)\times n}$$

$$[a_{ij}',b_{ij}']=[a_{ij},b_{ij}],\ i=2,3,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n$$

于是有:

(1) $V_{G'(\otimes)}=V_{G(\otimes)}$

(2) $G'(\otimes)$ 中局中人 1 和 2 的最优纯策略就是其在 $G(\otimes)$ 中的最优纯策略。

证明: 不妨设 α_2 优超于 α_1, 即

$$[a_{2j},b_{2j}]\geqslant[a_{1j},b_{1j}],\ j=1,2,\cdots,n \tag{6}$$

如果 $G'(\otimes)$ 有解, 即存在 $[a_{i^*j^*}',b_{i^*j^*}']$, 使

$$[a_{ij^*}',b_{ij^*}']\leqslant[a_{i^*j^*}',b_{i^*j^*}']\leqslant[a_{i^*j}',b_{i^*j}'],\ i=2,3,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n \tag{7}$$

因为 α_2 优超于 α_1, 由式(6), 得

$$[a_{1j},b_{1j}]\leqslant[a_{2j},b_{2j}]=[a_{2j}',b_{2j}']\leqslant[a_{i^*j^*}',b_{i^*j^*}']$$

所以 $[a_{i^*j^*},b_{i^*j^*}]=[a_{i^*j^*}',b_{i^*j^*}']$,

所以 $V_{G(\otimes)}=V_{G'(\otimes)}$, $G'(\otimes)$ 中局中人 1 和 2 的最优纯策略就是其在 $G(\otimes)$ 中的最优纯策略。

推论: 在定理 2 中, 若 α_1 不是为纯策略 $\alpha_2,\cdots,$

α_m 中之一所优超, 而是为 $\alpha_2, \cdots, \alpha_m$ 的某个凸线性组合所优超, 定理的结论仍然成立。

4 案例研究

从金融体系和宏观经济稳定角度来讲, 银行业需要一种前瞻性(Forward- looking)的信贷损失准备计提方法。在经济扩张和信贷快速增长时期, 需要计提足够的准备资金以备缓冲萧条时期将面临的损失。动态损失准备(Dynamic Provisioning)政策是一种前瞻性的信贷损失准备计提方法。采用动态损失准备可以在一定程度上缓释商业银行的亲周期行为, 信贷损失对于银行损益表和资产负债表的影响也更加温和[22]。下面通过某商业银行动态损失准备金计提为背景, 应用灰矩阵博弈的方法来动态选取合适的损失准备金。

设某商业银行需要对贷款损失计提准备金, 已知在正常情况下, 其需要计提准备金的贷款为 100 个单位, 在经济良好和衰退期需要计提准备金的贷款为 90 和 110 个单位。为了金融体系和宏观经济的稳定, 银行业需要一种前瞻性(Forward- looking)的信贷损失准备计提方法。在经济扩张和信贷快速增长时期, 需要计提足够的准备资金以备缓冲萧条时期将面临的损失, 并且计提比例是动态变化的。设在经济良好状况下, 计提的比例高, 且计提的准备金的机会成本高, 考虑到基本比例和机会成本, 设单价为 1 到 1.4; 在经济正常情况下, 单价为 1 到 1.2, 在经济衰退时期, 单价为 0.5 到 0.8。设该银行目前的计提单价为 1。则该银行目前应该计提的贷款损失准备金数目应该为多少最佳?

这个问题可以看作是一个矩阵博弈问题, 银行为居中人 1, 他的三个策略分别为按照经济良好、正常和衰退来计提贷款准备金, 分别记为: α_1、α_2 和 α_3。把经济状况作为居中人 2, 其有三种策略: 经济衰退、经济正常和经济良好, 分别记为: β_1、β_2 和 β_3。现把该商业银行计提贷款损失准备金的实际费用作为居中人 1 的赢得, 可得灰色博弈矩阵为:

$$A(\otimes) = \begin{bmatrix} [-90, -90] & [-102, -100] & [-106, -100] \\ [-100, -100] & [-100, -100] & [-108, -105] \\ [-110, -110] & [-110, -110] & [-110, -110] \end{bmatrix}$$

根据定理 2, 可知, 第 2 行优超于第 3 行, 所以可划去第 3 行, 得

$$A_1(\otimes) = \begin{bmatrix} [-90, -90] & [-102, -100] & [-106, -100] \\ [-100, -100] & [-100, -100] & [-108, -105] \end{bmatrix}$$

对于 $A_1(\otimes)$, 由于第 2 列优超于第 1 例, 去掉第 1 列, 得

$$A_2(\otimes) = \begin{bmatrix} [-102, -100] & [-106, -100] \\ [-100, -100] & [-108, -105] \end{bmatrix}$$

根据区间灰数势关系的判定规则, $A_2(\otimes)$ 第 2 列优超于第 1 列, 去掉第 1 列, 得,

$$A_3(\otimes) = \begin{bmatrix} [-106, -100] \\ [-108, -105] \end{bmatrix}$$

因为在 $A_3(\otimes)$ 中 $maxj[a_{ij}, b_{ij}] = [-106, -100]$, 势纯策略最优解为: (α_1, β_3), 即按照经济良好的 90 个单位来计提贷款损失准备金。

5 结论

基于区间灰数大小关系不能直接判定的灰矩阵博弈问题是灰矩阵博弈问题的难点所在, 这一困难的症结主要在于区间灰数大小关系的判定。本文通过对灰矩阵博弈 $G(\otimes) = \{S_1, S_2, A(\otimes)\}$ 问题的特性和规律进行研究, 运用灰色系统的思想, 考虑到灰矩阵博弈中人的有限知识和有限理性, 构建了区间灰数势大小关系的判定规则体系, 提出了灰数势意义下的策略优超法则, 定义了纯策略解。对于一个区间灰数不能直接判定大小的灰矩阵博弈 $G(\otimes)$ 问题, 其势意义和经典数学意义下的纯策略解存在着一定的差异。这意味着, 用灰数势意义的纯策略解进行决策可能存在着风险, 这风险大小如何判定与度量是值得进一步研究的问题。另外, 如果在势纯策略意义下 $G(\otimes)$ 的纯策略解不存在, 其混合策略解是否存在也需要进一步探究。

参考文献:

[1] James W. Friedman. Game theory with application to economics[M]. New York: Oxford University Press, 1986: 148 - 160.

[2] 罗利, 鲁若愚. 产学研合作对策模型研究[J]. 管理工程学报, 2000, 14(2): 1- 4.

[3] M. Voorneveld. Pareto- optimal security strategies as minimax strategies of a standard matrix game[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1999, 102(1): 203 - 210.

[4] 钱颂迪. 运筹学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990, 388 - 420.

[5] 谢识予. 经济博弈论[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2002, 41- 50.

[6] Von Neumann J, Morgenstern O. Theory of Games and Economic Bahaviour[M] . Princeton University Press, Princeton, 1974.

[7] Gambarelli G. Power indices for political and financial decision making[J]. Annals of Operations Research, 1994, 51 (1): 165- 173.

[8] Zhang Shenkai. ZS- value for random coalition games[J] . Chinese Science Bulletin, 1989, 34(15) : 1236- 1242.

[9] Nash J F. Noncooperative games[J]. Annals of Mathematics, 1951, 54: 286- 295.

[10] 乔晗, 高红伟, 程凌. 用弱优超的概念改造 NTU 对策中的核心[J]. 青岛大学学报(自然科学版) , 2004, 17(专刊): 63- 65.

[11] 王全文, 刘振航, 吴振奎. 优超方法解矩阵对策问题失解的补救[J] . 天津商学院学报, 2003, 23(6): 1- 3.

[12] 姜殿玉. 相关优超平衡的一致性公理化[J]. 河北科技大学学报, 2000, 21(3): 24- 27. [13] 陈斌. 矩阵对策中纯策略可被优超的充要条件[J]. 南通职业大学学报, 1999, 13(1) : 73- 75.

[14] 郭文革, 王浣尘, 陈珽. 离散价值结构下具有优超策略激励相容的二人协商机制设计研究[J] . 控制与决策, 1996, 11(3) : 408- 411.

[15] 马德明, 万新敏. 灰矩阵对策[J] . 空军雷达学院学报, 2000, 14(4): 32- 33.

[16] 张子方, 黄正良, 于朝江. 模糊矩阵对策[J] . 模糊系统与数学, 1996, 10(2) : 55- 61.

[17] 方志耕, 刘思峰. 基于纯策略的灰矩阵二人有限零和博弈模型研究[J] . 南京航空航天大学学报, 2003, 35 (4) : 441- 445.

[18] Zhigeng Fang, Sifeng Liu. Grey matrix model based on pure strategy“ A] . Mohamed I. Dessouky, Cathal Heavey, eds. Proceedings of the 32^{nd} International Conference on Computers & Industrial Engineering[C]. Gemini International Limited Dublin, Ireland, 2003. 520- 525.

[19] 方志耕, 刘思峰. 基于纯策略的灰矩阵博弈模型研究 (1) - 标准灰矩阵博弈模型构建[J]. 东南大学学报, 2003, 33(6): 796- 800.

[20] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用(第三版) [M] . 北京: 科学出版社, 2004.

[21] Zhigeng Fang, Sifeng Liu, Yong Hu. Pure strategies Solution of grey matrix game based on interval grey numbers which connot be judged directly[C] . The WOSC 13^{th} International Congress of Cybernetics and Systems, Vol. 5, Grey Systems and Plenary Session, Maribor, Slovenia: 65- 66.

[22] 孙连友. 动态信贷损失准备政策及其应用[J]. 国际金融研究, 2004, (12): 24- 27.

Study on Strategy Dominance and Pure Strategies Solution of Grey Matrix Game Based on Interval Grey Number Not to Be Determined Directly

MI Chuan- min, FANG Zhi- geng

(School of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: It is a key step in solving pure strategies of the grey matrix game $G(\otimes) = \{S_1, S_2, A(\otimes)\}$, in which the interval grey number in the $A(\otimes)$ can not be put in order directly in the light of its values, that determinant rules and methods of big-and-small order in the interval grey number are designed. Then using grey system thoghts and systems engineering theories, the paper uncovers player' s game psychology and decision- making rule under the condition of grey information, puts forward conceptions of superiority, inferior and equipollence position degree, based on the judgment rule of interval grey numbers' position, defines position pure strategy solution, proposes position dominant strategy. And in the end, taking commercial bank dynamic provisioning as example, the pure strategies of this problem are studied.

Key words: interval grey number; grey matrix game; grey position; dominant strategy; dynamic provisioning