文章编号: 1003- 207(2005)06- 0069- 06

一种新的双目标 DEA 模型

马立杰[1], 崔玉泉[1], 李振波[2]

(1. 山东大学数学与系统科学学院, 济南, 250100; 2. 山东经济学院统计与数学学院, 济南, 250014)

摘 要: 在经济系统的分析研究中, 由于资源的有限性, 我们总想以最少的投入获得最多的产出。本文给出了决策单元输入总量最小且输出总量最大时的一种双准则 DEA 模型, 并用线性加权和法对其进行了求解, 该模型能使所有决策单元同时达到相对效率最优。

关键词: 数据包络分析; 相对有效性; 决策单元; 有效前沿
中图分类号: C931 文献标识码: A

1 引言

数据包络分析方法(Data Envelopment Analysis, 简称 DEA)是一种线性规划问题, 属于非参数评价方法。它用来评价同类决策单元(简称 DMU)的相对有效性。自 1978 年著名运筹学家 A. Charnes. 等人提出第一个模型- CCR 模型[1,2]以来, 新的模型和理论不断涌现。现在数据包络分析方法已成为管理科学与系统工程领域一种重要而有效的分析工具。该方法借助单目标线性规划, 在所定义的生产可能集内, 或固定投入, 将产出尽可能增大, 或固定产出, 将投入尽量缩小。因此有基于输入型和基于输出型两种 DEA 模型。传统的 DEA 模型是对被评价决策单元逐个进行评价的, 是将决策单元逐一投向有效前沿面, 找出其投影点[3-5]等)。目前也有不少国内外学者从输入和输出角度出发, 分别给出了基于输入- 输出型的 DEA 模型[3,4]。这些文献的研究只注重了单个决策单元的输入最小和输出最大, 没有考虑所有决策单元的总输入和总输出。Golany ([6,7])、Beasley[8]、Athanassopoulos[9] 等人从输入或者输出角度考虑出发, 给出了如何在同类决策单元种分配资源的新方法, 他们虽然考虑了所有决策单元的输入或者输出, 却没有顾及到总资源在各决策单元中的分配, 因此会出现极端现象, 即资源的分配相对集中于某一个或少数决策单元上, 使得某些决策单元非有效, 因而有它的不合理性。文献[10]给出了一种新的模型, 它克服了上述极端现象, 在保证决策单元总输入最小或者总输出最大的同时, 也能同时确定每个决策单元的投影点。本文在此基础上将研究进一步深入, 从全局出发即从输入和输出两个角度同时出发, 提出了一种新的投入- 产出型双准则 DEA 模型。在保证最大化各个决策单元的相对效率的同时, 使得所有决策单元的总输入最小, 总产出最大。这些都是传统的 DEA 模型所不能解决的。该模型的优点在于它能将所有决策单元同时投向有效前沿面, 得到使它们达到相对效率最优的投影点。最后实例分析充分说明了此方法切实可行。因此该方法为决策者提供一个新的决策方向, 这也是资源有效利用研究的一个重要课题。

收稿日期: 2005- 01- 21; 修订日期: 2005- 11- 04
基金项目: 济南军区资助项目(11140011100252); 济南市"十一五"规划项目(11190501)
作者简介: 马立杰(1976-), 女(汉族), 山东德州人, 山东大学, 博士研究生, 研究方向: 运筹与经济分析.

2 传统 DEA 模型回顾

假设有 n 个决策单元 $DMU_j (j = 1, 2, \cdots n)$, 每一个决策单元有 m 种输入, 用向量 $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \cdots x_{mj})^T > 0$ 表示输入值; 有 s 种输出, 记 $Y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \cdots y_{sj})^T > 0$ 为输出值。对于某个被评价的决策单元 DMU_{j0}, 其基于输入的 BCC 模型(P) 和基于输出的 BCC 模型(D) 分别为:

$$
\begin{cases}
\min \theta \\
s.t. \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j \leqslant \theta x_0 \\
\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j \geqslant y_0 \\
\sum_{j=1}^{n} \lambda_i = 1 \\
\lambda_i \geqslant 0, \theta \text{无约束}
\end{cases}
\qquad (P)
$$

$$\begin{cases} \max \alpha \\ s.t. \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j \geqslant \alpha y_0 \\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j \leqslant x_0 \\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \\ \lambda_j \geqslant 0, \alpha \text{ 无约束} \end{cases} \quad (D)$$

(P) 的经济含义是在保持产出 y_0 不变的前提下, 将输入 x_0 的各个分量按同一比例 $\theta(\theta \leqslant 1)$ 减少。如果 $\theta < 1$, 则表明决策单元可以用比 DMU_{j0} 更少的输入而获得相同的输出, 这说明 DMU_{j0} 必不是有效的生产活动。(D) 的意义是在不增加输入量的情况下, 使输出量较 y_0 以同比例 $\alpha(\alpha \geqslant 1)$ 扩大。若 $\alpha > 1$, 此时的 DMU_{j0} 也不是有效的生产活动。我们看到传统 DEA 模型是将被评价决策单元逐个进行评价, 从而找到它们的投影点的。鉴于此, 文献[10] 给出了一个新的 DEA 模型, 将所有决策单元同时投向有效前沿面, 得出它们的投影点。它分为两个阶段, 第一阶段模型为:

$$\begin{cases} \min \theta \\ s.t. \sum_{r=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} x_{ij} \leqslant \theta \sum_{j=1}^{n} x_{ij}, \ \forall i \\ \sum_{r=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} y_{kj} \geqslant \sum_{j=1}^{n} y_{kj}, \ \forall k \\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} = 1, \ \forall r \\ \lambda_{jr} \geqslant 0, \theta \text{ 无约束} \end{cases}$$

这是一个含有 $n^2 + 1$ 个变量, $m + p + n$ 个约束的线性规划问题, 设 θ^* 是该模型的最优解, 则模型的第二阶段为:

$$\begin{cases} \max \sum_{i=1}^{m} s_i + \sum_{k=1}^{p} t_k \\ \sum_{r=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} x_{ij} = \theta^* \sum_{j=1}^{n} x_{ij} - s_i, \ \forall i \\ \sum_{r=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} y_{kj} = \sum_{j=1}^{n} y_{kj} + t_k, \ \forall k \\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} = 1, \ \forall r \\ \lambda_{jr}, s_i, t_k \geqslant 0 \end{cases}$$

该模型的突出特点是在所有决策单元总输出不减的前提下, 能使所有决策单元总输入达到最小。然而, 我们知道决策单元相对效率的高低并非只与投入水平或产出水平因素有关系, 而是受两种水平的共同影响。在实际情况中, 从资源有限的角度出发, 我们往往需要考虑当所有决策单元总输入量最少的同时, 它们的总输出量达到最大。因此, 我们提出了如下投入– 产出型模型。

3 新的投入– 产出型 DEA 模型

如前所述, 我们给出一种投入– 产出型综合评价模型, 先来考虑当输入和输出都分别按同一比率减少和增加时的情况。为此我们构造如下模型, 分两个阶段。第一阶段为:

$$\begin{cases} \min \theta \\ \max \delta \\ s.t. \sum_{r=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} x_{ij} \leqslant \theta \sum_{j=1}^{n} x_{ij}, \ \forall i \\ \theta \leqslant 1 \\ \sum_{r=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} y_{kj} \geqslant \delta \sum_{j=1}^{n} y_{kj}, \ \forall k \\ \delta \geqslant 1 \\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} = 1, \ \forall r \\ \lambda_{jr} \geqslant 0 \end{cases} \quad (1)$$

这是一个含有 $m + p + n + 2$ 个约束, $n^2 + 2$ 个变量的双目标规划问题。设 θ^*, δ^* 是模型(1) 的最优解, 则第二阶段的模型(2) 可如下构造(第二阶段):

$$\begin{cases} \max(\sum_{i=1}^{m} s_i + \sum_{k=1}^{p} t_k) \\ s.t. \sum_{r=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} x_{ij} = \theta^* \sum_{j=1}^{n} x_{ij} - s_i, \ \forall i \\ \sum_{r=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} y_{kj} = \delta^* \sum_{j=1}^{n} y_{kj} + t_k, \ \forall k \\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} = 1, \ \forall r \\ \lambda_{jr}, s_i, t_k \geqslant 0 \end{cases} \quad (2)$$

解模型(2) 得到相应向量 $(\lambda_{1r}^*, \lambda_{2r}^* \cdots \lambda_{nr}^*)$ 给每一个 $DMUr$ 确定了一个目标点(即投影点)。这个投影点可如下求得:

$$\begin{cases} \hat{x}_{ir} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr}^* x_{ij}, \ \forall i \\ \hat{y}_{kr} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr}^* y_{kj}, \ \forall k \end{cases}$$

由文献[10] 知如下结论成立:

定理 1 对于任一 $DMUr$, 由上述模型的第二阶段

确定的投影点 $(\hat{x}_{1r}, \hat{x}_{2r}, \cdots, \hat{x}_{mr}, \hat{y}_{1r}, \hat{y}_{2r}, \cdots, \hat{y}_{pr})$ 是 pareto 有效的。

证明　用反证法。假设点 P 是非技术有效的, 那么用BCC 模型就会解得一个向量 $(\lambda_{1r}, \lambda_{2r}, \cdots\lambda_{mr})$, 满足 $\sum_{j=1}^{n}\lambda_{jr} = 1$, 从而确定了一个新的投影点 $(\bar{x}_{1r}, \bar{x}_{2r}, \cdots, \bar{x}_{mr}, \bar{y}_{1r}, \bar{y}_{2r}, \cdots, \bar{y}_{pr})$ 使得:

$$\begin{cases}\bar{x}_{ir} = \sum_{j=1}^{n}\lambda_{jr}x_{ij} \leqslant \hat{x}_{ir}, \forall i\\ \bar{y}_{kr} = \sum_{j=1}^{n}\lambda_{jr}y_{kj} \geqslant \hat{y}_{kr}, \forall k\end{cases}$$

因此至少对某一输入或输出, 上述的不等式是严格的。假设输入 r' 满足:

$\bar{x}_{ir'} = \sum_{j=1}^{n}\lambda_{jr}x_{i'j} < \hat{x}_{ir'}$, 则对 $DMUr$ 来说, 由异于 $(\lambda_{1r}^*, \lambda_{2r}^* \cdots\lambda_{nr}^*)$ 的向量 $(\lambda_{1r}, \lambda_{2r}, \cdots\lambda_{nr})$ 确定了模型(2) 的一个可行解, 其目标函数值如下:

$$\sum_{i=1}^{m}s_i^* + \sum_{k=1}^{p}t_k^* + \sum_{i=1}^{m}(\hat{x}_{ir} - \bar{x}_{ir}) + \sum_{k=1}^{p}(\bar{y}_{kr} - \hat{y}_{kr}) > \sum_{i=1}^{m}s_i^* + \sum_{k=1}^{p}t_k^*$$

显然矛盾. 同理对输出 k' 满足: $\bar{y}_{kr} = \sum_{j=1}^{n}\lambda_{jr}y_{k'j} > \hat{y}_{k'r}$ 时也有矛盾, 定理得证。

针对双目标规划(1) 的特点, 我们用线性加权和法讨论其最优解的求解方法。

具体求解(1) 时, 我们可以按照两个目标的重要程度, 分别乘以一组权系数, 然后相加作为目标函数, 即求解模型(1) 转化为求解如下的单目标问题:

$$\begin{cases}\min \omega_1\theta - \omega_2\delta\\ (\lambda, \theta, \delta) \in R\end{cases} \tag{3}$$

其中 R 是模型(1) 的可行域, 这里, $(\omega_1\ \omega_2)^T \in \Omega$ 或 Ω'。

其中 $\Omega = \{\omega = (\omega_1, \omega_2)^T; \omega_i \geqslant 0$, 且 $\sum_{i=1}^{2}\omega_i = 1\}$, $\Omega' = \{\omega = (\omega_1, \omega_2)^T; \omega_i > 0$, 且 $\sum_{i=1}^{2}\omega_i = 1\}$。ω 称为 E^2 中的一个权向量。或 ω_1, ω_2 称为一组权系数。关于权向量的选取方法后面将会提及。

下面讨论模型(3) 的最优解与模型(1) 的解之间的关系。为了叙述上的方便我们将模型(1) 写成如下多目标规划形式:

$(VP)\ \min f(x), x \in R$。

其中 $f(x) = (f_1(x), f_2(x)) = (\theta, -\delta)$。因而模型(3) 可记为如下形式:

$$\begin{cases}\min \omega^T f(x)\\ x \in R\end{cases} \tag{3-3}$$

其中 $x = (\lambda, \theta, \delta)$。这样, 研究模型(3) 的最优解与模型(1) 的解之间的关系就转化成了研究模型(3-3) 与(VP) 之间的关系

定理 2　对每个给定的 $\bar{\omega} \in \Omega'$ (或 Ω), 则相应于模型(3-3) 的最优解必是(VP) 的有效解(或弱有效解)

证明　我们只证 $\bar{\omega} \in \Omega'$ 时的情形, 因为 $\omega \in \Omega$ 的情形类似可证。今设 x^* 是(3-3) 的最优解, 但不是(VP) 的有效解, 则必存在某个 $\bar{x} \in R$ 使得 $f(\bar{x}) \leqslant f(x^*)$。因为 $\bar{\omega} \in \Omega'$ 故知 $\bar{\omega}^T f(\bar{x}) < \bar{\omega}^T f(x^*)$, 此式说明 x^* 不是(3-3) 的最优解, 矛盾。于是定理得证。

由这个定理可知, 当我们在 Ω' 或 Ω 中取不同的 ω, 一般可通过相应的(3-3) 求得(VP) 的不同的有效解(或弱有效解)。于是我们自然要问: 当我们遍取 Ω' 或 Ω 中所有的 ω 时, 是否能求得(VP) 的所有有效解(或弱有效解) 呢?换句话说, 当取遍 $\omega \in \Omega'$ 或 Ω 时, 由(3-3) 得到的最优解集与(VP) 的有效解集(或弱有效解集) 是否相等? 也即定理 2 的逆定理是否成立? 一般说来, 回答是否定的, 但又有如下结论成立:

定理 3　若(VP) 是凸多目标规划, 那么对(VP) 的任一弱有效解(或有效解) $\bar{x}$, 都必存在一个 $\omega \in \Omega$, 使得 $\bar{x}$ 是(3-3) 的最优解。

证明　因为 $\bar{x}$ 是(VP) 的若有效解, 故不存在 $x \in R$, 使 $f(x) < f(\bar{x})$, 即不存在 $x \in R$ 使 $f_j(x) < f_j(\bar{x}), j = 1, 2$。换句话说, 不等式组 $f_j(x) - f_j(\bar{x}) < 0, j = 1, 2$, 在 R 上不相容。由于(VP) 是凸多目标规划, 即诸 $f_j(x)$ 是凸函数, R 是凸集, 于是由不等式组的不相容定理知, 必存在 2 个不全为零的数 $\bar{\omega}_j \geqslant 0, j = 1, 2$。使得对任意 $x \in R$, 有: $\sum_{j=1}^{2}\bar{\omega}_j[f_j(x) - f_j(\bar{x})] \geqslant 0$

即 $\bar{\omega}^T f(x) \geqslant \bar{\omega}^T f(\bar{x})$, 其中 $\bar{\omega}^T = (\omega_1, \omega_2)$, 注意 $\bar{\omega}_j \geqslant 0$ 且不全为 0, 故不妨认为 $\sum_{j=1}^{n}\bar{\omega}_j = 1$, 即 $\bar{\omega} \in \Omega$。于是上式说明, 确实存在一个 $\bar{\omega} \in \Omega$, 使 $\bar{x}$ 是相应的(3-3) 的最优解。因为有效解一定是弱有效解, 因此当 $\bar{x}$ 是(VP) 的有效解时定理自然也成立。至此定理证毕。

以上两个定理说明, 对凸多目标规划来说, 当遍取 $\omega \in \Omega$ 时, 通过求(3) 的最优解便可得(VP) 的全部弱有效解。但当取遍 $\omega \in \Omega'$ 时, 虽然也可以通过(3) 求得(VP) 的有效解, 但却不一定能求得(VP) 的全部有效解。不过, 当(VP) 为线性多目标规划, 即 $f(x)$ 为线性向量函数, $R = \{x \mid A(x) = b, x \geqslant 0\}$ 时, 可以证明: 当遍取 $\omega \in \Omega'$ 时, 仍可通过(3-3) 求得(VP) 的全部有效解。因此由以上过程知: 通过求解本文给出的模型(3) 就可以得到模型(1) 的全部最优解。

本文介绍的方法涉及到权系数, 它是直接反映目标函数的重要程度的, 一般说来, 目标重要的, 相应的权系数就给的大些(当然最大也不能超过 1)。而不很重要的目标函数, 其相应的权系数就要给的小些(甚至可为 0)。我们具体应用时可根据实际情况选择我们的权系数确定方法。比如 α- 方法, 排序法, 老手法等。

我们也可以讨论当决策单元的输入总和及输出总和分别按不同比率减少与增加时的情况。为此, 建立如下模型:

$$\begin{cases} \min \theta_i \\ \max \delta_k \\ s.t. \sum_{r=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} x_{ij} \leqslant \theta_i \sum_{j=1}^{n} x_{ij}, \ \forall i \\ \theta \leqslant 1 \\ \sum_{r=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} y_{kj} \geqslant \delta_k \sum_{j=1}^{n} y_{kj}, \ \forall k \\ \delta \geqslant 1 \\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} = 1, \ \forall r \\ \lambda_{jr} \geqslant 0 \end{cases} \tag{4}$$

这也是一个双目标规划问题。类似对同比率模型的研究, 求解该模型时可化为解如下单目标线性规划:

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{m} \omega_i \theta_i - \sum_{k=1}^{p} \omega_k \delta_k \\ s.t. \sum_{r=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} x_{ij} \leqslant \theta_i \sum_{j=1}^{n} x_{ij}, \ \forall i \\ \sum_{r=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} y_{kj} \geqslant \delta_k \sum_{j=1}^{n} y_{kj}, \ \forall k \\ \delta \geqslant 1 \\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr} = 1, \ \forall r \\ \lambda_{jr} \geqslant 0 \end{cases} \tag{5}$$

由模型(4) 求得最优解对应的向量 $(\lambda_{1r}^*, \lambda_{2r}^* \cdots \lambda_{nr}^*)$ 给每一个 DMU_r 确定了一个目标点(即投影点)。这个投影点可如下求得:

$$\begin{cases} \hat{x}_{ir} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr}^* x_{ij}, \ \forall i \\ \hat{y}_{kr} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jr}^* y_{kj}, \ \forall k \end{cases}$$

同样我们会有如下结论:

定理 4 对于任一 DMU_r, 由上述模型(4) 确定的投影点 $P(\hat{x}_{1r}, \hat{x}_{2r}, \cdots, \hat{x}_{mr}, \hat{y}_{1r}, \hat{y}_{2r}, \cdots \hat{y}_{pr})$ 是 pareto 有效的。

证明过程类似于定理 1(略)。

4 实例分析

为了便于横向比较, 我们采用文献[4] 中的例子(表 1)。表 1 列出了 10 个决策单元的双输入、双输出数据以及输入总和输出总和(Golany et al, 1993)。我们分别用不同模型对其进行评价, 评价结果如下各表。(表 2- 表 7 中给出了不同权重下的输入输出值均指决策单元在相应模型下的投影的输入输出值。总和均指决策单元在相应模型下的投影的输入总和与输出总和。)

表 1 **10** 个决策单元的双输入和双输出数据(见文献**[4]**)

DMU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
输入 1	9	12	7	6	10	8	12	14	12	8	98
输入 2	9	8	12	10	5	10	10	6	12	8	90
输出 1	2	3	2	5	4	3	6	8	1	3	37
输出 2	1	1	2	3	4	3	6	2	6	5	33

表 2 用 **BCC- I** 模型测算的各决策单元的效率评价指数以及它们的投影点

DMU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
效率值	0.86	0.76	0.86	1.00	1.00	0.88	1.00	1.00	1.00	1.00	
输入 1	7.76	9.12	6	6	10	7	12	14	12	8	91.88
输入 2	7.8	6.1	10	10	5	8.75	10	6	10	8	81.65
输出 1	4.56	4.22	5	5	4	4.75	6	8	6	3	50.53
输出 2	3.44	3.78	3	3	4	3.25	6	2	6	5	39.47

下述表 3 引用文献[10] 中的模型仅从决策单元

的输入总和最小(总输出不减)角度出发, 将各个决策单元的投影点(输入、输出数据)逐一给出。

表 3　用文献[10]中的模型测算的各决策单元的效率评价指数以及它们的投影点

DMU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
输入 1	6	6. 71	6	6	6	10	10	10	10	10	80. 71
输入 2	10	9. 12	10	10	10	5	5	5	5	5	74. 12
输出 1	5	4. 82	5	5	5	4	4	4	4	4	44. 82
输出 2	3	3. 18	3	3	3	4	4	4	4	4	35. 18

下面我们分别用本文提出同比率的投入- 产出综合模型和不同比率的投入- 产出综合模型来评价决策单元, 评价结果如表 4- 表 7 所示。

表 4　用模型(1)测算的各决策单元的效率评价指数及它们的投影点($\omega_1 = 1/2$, $\omega_2 = 1/2$)

DMU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
输入 1	10	11. 98	6	12	9. 81	6	12	6. 19	12	12	97. 98
输入 2	5	9. 97	10	10	5. 28	10	10	9. 75	10	10	97. 98
输出 1	4	5. 97	5	6	3. 91	5	6	4. 95	6	6	52. 83
输出 2	4	5. 99	3	6	4. 09	3	6	3. 05	6	6	47. 13

表 5　用模型(1)测算的各决策单元的效率评价指数及它们的投影点($\omega_1 = 1/3$, $\omega_2 = 2/3$)

DMU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
输入 1	12	6	10	12	12	6	9. 85	6. 18	12	11. 96	97. 99
输入 2	10	10	5	10	10	10	5. 18	9. 81	10	9. 99	89. 98
输出 1	6	5	4	6	6	5	4. 04	4. 81	6	6. 00	521 85
输出 2	6	3	4	6	6	3	31 96	31 19	6	51 98	471 13

表 6　用模型(1)测算的各决策单元的效率评价指数及它们的投影点($X_1 = 2/3$, $X_2 = 1/3$)

DMU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
输入 1	6	10	61 34	6	10	8174	8	10	10	6	811 08
输入 2	10	5	91 57	10	5	6188	8	5	5	10	741 45
输出 1	5	4	41 92	5	4	3137	3	4	4	5	421 29
输出 2	3	4	31 09	3	4	4163	5	4	4	3	371 72

表 7　用模型(4)测算的各决策单元的效率评价指数以及它们的投影点($X_1 = 1/4$, $X_2 = 1/4$, $X_3 = 1/4$, $X_4 = 1/4$)

DMU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
输入 1	12	6	12	6	6	10	12	10	12	12	86
输入 2	10	10	10	10	10	5	10	5	10	10	80
输出 1	6	5	6	5	5	4	6	4	6	6	53
输出 2	6	3	6	3	3	4	6	4	6	6	47

由此可见, 用输入- 输出综合评价模型兼顾到了被评价者的输入总和最小且输出总和最大。这为我们充分利用和开发有限的资源提供了理论指导。

5　结束语

本文提出了一种基于输入- 输出的综合评价 DEA 模型, 它保证所有决策单元输入总和最小的同时使所有决策单元的总输出最大, 并且该模型能同时确定所有决策单元的投影点。在上述例子中, 表 4- 表 7 所示结果充分说明了本文给出的方法确实能够将所有决策单元投向有向前沿面的同时又能使所有决策单元总输入最小和总输出最大, 尤其从表 6 当权系数取为 $X_1 = 2/3$, $X_2 = 1/3$ 时, 相对于以前所给方法而言都有明显改进。当然本文所给方法与所选取的权系数息息相关。因此实际应用中我们应该根据实际情况确定合适的权系数。

参考文献:

[1] 魏权龄1 评价相对有效性的 DEA 方法[M]. 中国人民大学出版社, 北京, 19981

[2] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E1Measuring Efficiency of Decision Making Units[J]. Eur. , J. , Opl. Res. , 1978, 2(6): 429- 4441

[3] 田军,等1 基于多准则随机 DEA 模型的投资决策评价及应用[J]. 中国管理科学,2000, 8(4):43- 481
[4] 李光金1 基于双准则规划的 DEA 及其相对效率[J]. 管理工程学报,1998, 12(1):45- 511
[5] 王新宇,等1 基于偏好 DEA 模型的中国纺织业效率评价[J]. 中国管理科学,2005, 13(2):143- 1481
[6] Golany, B1 , F1 Y1 Phillips, J1 J1 Rousseau1 Models for Improved Effectiveness Based on DEA Efficiency Results[J]. IIE Transactions, 1993, 25(6):2- 101
[7] Golany, B1, E1 Tamir1 Evaluating Effiiency- Effectiveness - Equality Trade- offs: A Data Envelopment Analysis Approach[J]. Management Science, 1995, 41(7): 1172- 11841
[8] Beasley, J1 E1 Allocating Fixed Costs and Resources Via Data Envelopment Analysis[J]. European journal of Operational Research, 2003, 147: 198- 2161
[9] Athanassopoulos, A1 D1 Decision Support for Target- Based Resource Allocation of Public Services in Multiunit and Multilevel systems[J]. Management Science, 1998, 44(2): 173- 1871
[10] Sebastian Lozano, Gabriel Villa1 Centralized Resource Allocation Using Data Envelopment Analysis[J]. J1 of Productive Analysis, 2004, 22: 143- 161
[11] 林锉云,董加礼1 多目标优化的方法与理论[M]. 吉林教育出版社, 19921

A New DEA Model Based on Two Objective Programming

MA Li- jie[1], CUI Yu- quan[1], LI Zhen- bo[2]

(11 School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250100, China;
21 Department of Mathematics and Statistics, Shandong Economic University, Jinan 250014, China)

Abstract: In the analysis of economic system, we always want to obtain the most production of output for the least input consumption because of the limited resources1 In this paper we proposed a new DEA model based on two objective programming in input- output oriented way, this DEA model is capable of maximizing the efficiency of individual units at the same time that total input on consumption is minimized and total output production is maximized1 At last we give a new method for solving the model1

Key words: DEA; relative efficiency; decision- making units; efficiency frontier