

文章编号: 1003-207(2005)06-0091-06

# DEA 决策单元的广义价值效率测度模型

李春好, 陈 煦, 梁 琼, 孙永河

( 吉林大学管理学院, 吉林 长春 130025)

摘 要: 为了克服 DEA 模型存在权重取值过于灵活的缺陷, 在 DEA 建模原理的基础上, 通过引入价值偏好估计对经典 DEA 模型予以了科学推广, 并依据该模型推广建立了能够适用于决策者价值函数为非线性函数情况的 DEA 权重置信域构造方法与相应的决策单元价值效率分析方法即 DEA 广义价值效率测度实用模型。该模型的主要优点在于: 权重置信域的构造具有科学严密性和价值信息引入的可操作性, 从而可以保证分析结论的可靠性。数值验证结果表明, 该模型可以得出可靠、可信且具有较强分辨能力的价值效率评价结论。

关键词: 数据包络分析; 价值效率; 多准则决策; 权重置信域; 价格偏好

中图分类号: N94 文献标识码: A

## 1 引言

数据包络分析(简称作 DEA<sup>[1]</sup>)是 Charnes 教授等人于 1978 年创立的一种对若干同类型的具有多输入、多输出的投入产出系统(称作决策单元)进行相对效率评价和比较的定量方法。该方法的提出为全面评价多投入多产出系统的综合效率开辟了一条新途径。在管理科学、多目标决策等很多领域, DEA 已被专家学者认为是一种研究绩效评价、生产函数的非参数确定、多准则决策等问题的有效方法<sup>[1-9]</sup>。目前, 专家学者已经将该方法推广到具有不确定性或模糊性的多输入、多输出决策单元系统, 分别提出了不确定数据包络分析模型(IDEA)<sup>[2]</sup>和模糊数据包络分析模型(Fuzzy DEA)<sup>[3]</sup>。

传统的 DEA 模型存在着一个明显的缺陷, 即指标的权重(又称作乘子)由于是虚拟的, 取值过于灵活, 模型从而常常出现忽略某些指标的情况(即模型得出的部分虚拟权重数值等于 0 或严格说来等于非阿基米德无穷小)<sup>[2][4-9]</sup>。从有关文献来看, 如何克服上述缺陷已受到国内外学者的普遍关注, 如 Thompson、Wong 和 Beasley、Dyson 等分别提出了他们的改进模型。但是, Thompson 等虽然建立了被

称作 DEA/AR 的理论模型, 却没有给出如何利用决策者掌握的价值信息构造权重置信域(Assurance Regions, 缩写成 AR)的具体方法, 缺乏实际应用的可操作性<sup>[4]</sup>; Dyson 等给出的模型仅适用于决策单元具有单一投入或单一产出的特殊问题, 不适决策单元具有多种投入、多种产出指标的一般性评价问题<sup>[5]</sup>; Wong 和 Beasley 的模型虽然针对具有多种投入、多种产出指标的评价问题给出了具体的权重置信约束构造方法, 但该方法常常会出现模型没有可行解现象, 暴露出了他们的模型方法在理论上存在着明显缺陷<sup>[6,7]</sup>。文献[8-9]虽提出了针对决策者价值函数具有比例线性特殊情况的权重置信域构造与价值效率分析方法, 但并没有考虑决策者价值函数具有非线性特征的更一般情况。Sarrico 和 Dyson 最近通过对 Wong 和 Beasley 的虚拟权重约束类型研究, 指出了从价值偏好角度构造权重置信域约束的合理性, 但也没有讨论决策者价值函数为非线性函数时的置信域构造问题<sup>[10]</sup>。因此, 目前看来, 在决策者价值函数是非线性函数情况下如何利用决策者的价值信息来构造科学可靠的 DEA 权重置信域, 使之能够满足实际问题价值效率分析的需要, 是一个迫切需要解决的现实课题。

下文针对决策者价值函数是非线性函数情况下的决策单元价值效率分析问题, 通过引入决策者对决策单元价值偏好的不确定性估计以及在此基础上建立起来的 DEA 权重置信域, 给出一种比文献[8-9]更具普遍适用意义的价值效率分析方法, 即广义价值效率测度实用模型。

收稿日期: 2005-01-30; 修订日期: 2005-10-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70471015); 吉林大学创新基金资助项目(2004g11); 吉林大学社科基金资助项目(2003XX031)

作者简介: 李春好(1967-), 男(汉族), 辽宁盖州人, 吉林大学教授, 博士生导师, 系主任, 经济学博士、博士后, 研究方向: 复杂系统管理决策。

## 2 DEA 原理与模型<sup>[1,4]</sup>

设有  $n$  个决策单元, 记作  $DMU_j, j = 1, 2, \dots, n$ 。决策单元  $DMU_j$  的投入是  $\bar{X}_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$ , 产出是  $\bar{Y}_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$ ,  $m$  是投入指标的数目,  $s$  是产出指标的数目。另外, 设  $\varepsilon$  是非阿基米德无穷小,  $\mu_r$  是第  $r$  个产出指标的权重(虚拟乘子),  $\nu_i$  是第  $i$  个投入指标的权重(虚拟乘子)。对应于权重系数  $\mu_r$  与  $\nu_i$ , 每个决策单元都有相应的效率评价指数:

$$\theta_o = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} / \sum_{i=1}^m \nu_i x_{io}, o = 1, \dots, n$$

对第  $o$  个决策单元进行相对效率评价, 即在各决策单元的效率评价指标均不超过 1 的条件下, 选择权重系数  $\mu_r, \nu_i$  使  $\theta_o$  最大, 可以建立如下最优化模型(CCR 模型)。

$$\begin{aligned} \text{Max } \theta_o &= \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} / \sum_{i=1}^m \nu_i x_{io}, o = 1, \dots, n \\ \text{s. t. } \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} / \sum_{i=1}^m \nu_i x_{ij} &\leq 1, j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (1-1)$$

$$\mu_r \geq \varepsilon, \nu_i \geq \varepsilon, r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m$$

模型(1-1)是一个分式规划, 利用 Charnes-Cooper 变换 ( $t = 1 / \sum_{i=1}^m \nu_i x_{io}, v_i = t\nu_i, u_r = t\mu_r$ ), 可以得出式(1-1)的等价线性规划。即:

$$\begin{aligned} \text{Max } \theta_o &= \sum_{r=1}^s u_r y_{ro}, o = 1, \dots, n \\ \text{s. t. } - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} &\leq 0, j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (1-2)$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon, r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m.$$

$\theta_o$  的最优值是决策单元  $DMU_o$  的相对(技术)效率评价价值。当  $\theta_o < 1$  时, 表明  $DMU_o$  是一个非效率单元; 当  $\theta_o = 1$  时, 则称  $DMU_o$  是 DEA 技术有效的。

为了解决 DEA 权重过于灵活问题, Thompson 等人提出了含有置信域约束(AR)的 DEA 模型(记作 DEA/AR 模型), 即将如下不等式添加到模型(1-2)的约束中所得到的模型。

$$\begin{cases} a_{r,r'} \leq u_r / u_{r'} \leq b_{r,r'}, r, r' \in \{1, \dots, s\} \\ c_{i,i'} \leq v_i / v_{i'} \leq d_{i,i'}, i, i' \in \{1, \dots, m\} \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中,  $a_{r,r'}, b_{r,r'}, c_{i,i'}$  和  $d_{i,i'}$  均是由决策者估计给出的正数, 分别表示产出指标之间和投入指标之间相对权重的下限及上限。DEA/AR 模型得出的效率评价价值, 称作决策单元的(相对)价值效率评价价值。当价值效率评价价值小于 1 时, 称  $DMU_o$  是一个非价值有效单元; 当价值效率评价价值等于 1 时, 则称  $DMU_o$  是 DEA 价值效率有效的。

## 3 DEA 广义价值效率测度模型

### 3.1 DEA 广义价值效率测度的理论模型

利用 DEA/AR 模型评价决策单元的价值效率, 需要面对一个至今尚没有较好解决的技术难题, 即价值置信域 AR 的科学构造问题。其中原因在于: DEA 的权重是虚拟的, 人们很难寻找到合理的信息表达结构和方法将有关的价值判断信息构造 AR 约束。文献[8]经严格的理论推导后指出, 只有在每个产出指标上的偏好函数(即价值函数)均是相对于产出指标值的比例线性函数时, 方可以利用多准则决策理论构造出合理的 AR 约束; 而当产出指标上的偏好函数不满足比例线性条件时, 采用式(2)的表达结构所构造出的 AR 约束是缺乏科学依据的。针对目前决策单元价值效率的测度难题, 下文沿用 Charnes、Cooper 和 Rhode 的建模思想将 CCR 模型予以推广, 以便给出一个科学反映决策单元价值效率的理论模型。

设评价、选择决策单元的决策者对决策单元  $DMU_j$  第  $r$  个产出指标值  $y_{rj}$  的价值偏好为  $p_{rj}$ ,  $p_{rj} = p_r(y_{rj})$ , 其中  $p_r(\cdot) = p_r(y_r)$  是决策者对第  $r$  个产出指标(值)的价值偏好函数。与式(1-2)类似, 利用价值偏好  $p_{rj}$  可以构造出下述线性规划模型(称作决策单元广义价值效率测度理论模型)。

$$\begin{aligned} \text{Max } \theta_o &= \sum_{r=1}^s \mu'_r p_{ro}, o = 1, \dots, n \\ \text{s. t. } \sum_{r=1}^s \mu'_r p_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, j = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{io} &= 1 \\ \mu'_r \geq \varepsilon, v_i \geq \varepsilon, r &= 1, \dots, s, i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3)$$

模型(3)中,  $\mu'_r$  为价值偏好  $p_{rj}$  的虚拟权重, 其余符号同前。

### 3.2 含有 AR 的 DEA 广义价值效率测度理论模型

从多准则决策角度来看, 若将  $DMU_j$  的产出向量  $\bar{Y}_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$  看作待评价方案, 则决策者对它的总体偏好可以由下式(4)予以表示。

$$TP_j = \sum_{r=1}^s w_r p_r(y_{rj}) \quad (4)$$

式(4)中,  $w_r$  是第  $r$  个产出是标的多准则决策权重, 它可以利用摆幅置权方法 (Swing Weighting<sup>[11]</sup>) 予以估计。 $w_r$  的具体估计过程如下:

设  $A_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$ 。对于参评方案集合  $(A_1, A_2, \dots, A_n)$  和评价指标集合  $(y_1, y_2, \dots, y_s)$ , 首先根据所有参评方案的具体指标值, 确定出两个假想方案。其中, 一个假设方案是在每一个指标上它的指标值都是参评方案中相应指标的最差值, 该方案记作最差方案  $(y_{1,L}, y_{2,L}, \dots, y_{s,L})$ ; 另一个假设方案是在每一个指标上它的指标值都是参评方案中相应指标的最好值, 此虚假方案记作最好方案  $(y_{1,H}, y_{2,H}, \dots, y_{s,H})$ 。然后, 从最差方案出发, 让决策者或专家从  $s$  个指标中挑选出一个最希望首先改进最差方案的指标(设该指标是  $y_k$ ), 使最差方案改进成  $(y_{1,L}, y_{2,L}, \dots, y_{k,H}, \dots, y_{s,L})$ , 并将决策者或专家进行这一改进的偏好定为 100(称作指标  $y_k$  的初步权重)。接下来, 对余下的指标让决策者或专家仿照前述方法分别改进最差方案, 并对每一个指标改进的偏好, 相对于前面最希望首先改进指标的偏好(100)做出介于 0 和 100 之间的一个数值估计(所得出的数值估计称作相应指标的初步权重)。最后, 对得出的所有指标初步权重进行规一化, 得出所有指标的摆幅置权最终权重 ( $w_r, r = 1, \dots, s$ )。

比较模型(3)中的表达式  $\mu_r p_{rj}$  (即  $\mu_r p_r(y_{rj})$ ) 和式(4)中的表达式  $w_r p_r(y_{rj})$ , 仿照文献[8]的数学推理过程可以证明出  $\mu_r$  与  $w_r$  存在如下关系:

$$\mu_r / \mu_r' = w_r / w_r', r, r' = 1, \dots, s. \quad (5)$$

依据式(5), 可以对模型(3)中的虚拟权重  $\mu_r$  按照下述过程构造 AR 约束:

步骤 1: 针对产出方案集合, 请决策者应用摆幅置权理论方法对产出指标之间的多准则决策相对权重(比例)给予区间估计。

在权重估计过程中, 针对产出方案集合的两个假设方案分别设定为向量  $(\min_j \{y_{1j}\}, \min_j \{y_{2j}\}, \dots, \min_j \{y_{sj}\})$  和向量  $(\max_j \{y_{1j}\}, \max_j \{y_{2j}\}, \dots, \max_j \{y_{sj}\})$ 。设第  $R$  个产出是摆幅置权过程中决策者希望首先改进的产出指标,  $\delta_r$  表示决策者对产出指标  $r$  所做出的摆幅置权初步权重估计。在标准的摆幅置权过程中,  $\delta_r$  是一个确定性正数。但事实上,  $\delta_r$  是由决策者依靠经验估计出来的, 一般说来具有不确定性质。基于这种考虑, 这里认为用区间数来估

计  $\delta_r$  更为合理。设  $L_r$  和  $H_r$  分别表示  $\delta_r$  的区间下限和上限, 则显然有:

$$L_r \leq \delta_r \leq H_r, r = 1, \dots, s, r \neq R; \quad (6)$$

并且, 产出指标  $r$  和  $R$  之间的多准则决策相对权重比例可以表示为

$$w_r / w_R = \delta_r / 100, r = 1, \dots, s, r \neq R. \quad (7)$$

步骤 2: 依据式(5)、(6)和(7), 构造针对模型(3)中虚拟权重  $\mu_r$  的 AR 约束。该 AR 约束的表达式为:

$$L_r / 100 \leq \mu_r' / \mu_R' = w_r / w_R = \delta_r / 100 \leq H_r / 100$$

$$r = 1, \dots, s; r \neq R,$$

即,

$$L_r / 100 \leq \mu_r' / \mu_R' \leq H_r / 100, r = 1, \dots, s; r \neq R \quad (8)$$

将式(8)添加到模型(3)中可以得到一个新线性规划模型。此文将这个新模型称作含有置信域约束 (AR) 的广义价值效率测度理论模型。

### 3.3 决策单元产出指标值的价值偏好估计与广义价值效率测度实用模型

模型(3)中决策单元  $DMU_j$  的第  $r$  个产出指标值  $y_{rj}$  的价值偏好  $p_{rj}$  ( $r = 1, \dots, s; j = 1, \dots, n$ ) 是需要由决策者主观估计给出的, 因而通常具有估计的不确定性。为了反映这种不确定性, 可以将模型(3)以及含有置信域约束 (AR) 的广义价值效率测度理论模型中的价值偏好 ( $p_{rj}$  用区间数  $[p_{rj}^{(l)}, p_{rj}^{(h)}]$  予以估计。决策单元  $DMU_j$  在产出指标  $r$  上的价值偏好区间估计  $[p_{rj}^{(l)}, p_{rj}^{(h)}]$ , 可以由下述步骤 1 和步骤 2 予以确定。

步骤 1: 将决策单元  $DMU_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) 在产出指标  $r$  上的产出值  $y_{rj}$  按升序排列, 并将最小产出值  $\min_j \{y_{rj}\}$  和最大产出值  $\max_j \{y_{rj}\}$  的价值偏好区间估计分别规定为  $[\varepsilon, \varepsilon_j]$  和  $[100, 100]$  (即确定数  $\varepsilon$  和 100)。

步骤 2: 请决策者对介于两个边界产出 (即最小产出值  $\min_j \{y_{rj}\}$  和最大产出值  $\max_j \{y_{rj}\}$ ) 之间的产出值  $y_{rj}$  按升序逐一相对于两个边界产出的价值偏好做(价值)偏好区间估计  $[p_{rj}^{(l)}, p_{rj}^{(h)}]$ 。联系步骤 1 可知,  $p_{rj}^{(l)}$  和  $p_{rj}^{(h)}$  应满足:

$$\varepsilon \leq p_{rj}^{(l)} \leq p_{rj}^{(h)} \leq 100, j = 1, \dots, n \quad (9)$$

利用区间估计  $[p_{rj}^{(l)}, p_{rj}^{(h)}]$  和 Zhu 给出的 IDEA 模型线性化原理<sup>[2]</sup>, 可以将前文的含有置信域约束 (AR) 的广义价值效率测度理论模型改写为下述模

型(10)。

$$\begin{aligned}
 &Max \quad \theta_0 = \sum_{r=1}^s Y_{r0}, o = 1, \dots, n \\
 &s. t. - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{r=1}^s Y_{rj} \leq 0, j = 1, \dots, n \\
 & \quad \quad \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \\
 &Y_{rj} \geq 0, r = 1, \dots, s; j = 1, \dots, n \\
 &\mu_r^{(l)} \leq Y_{rj} \leq \mu_r^{(h)}, r = 1, \dots, s; j = 1, \dots, n \\
 &\mu_r, v_i \geq \varepsilon, r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m. \\
 &L_r/100 \leq \mu_r/\mu_R \leq H_r/100, r = 1, \dots, s, r \neq R
 \end{aligned}$$

模型(10)中,  $Y_{rj} = \mu_r p_{rj}$ ,  $\theta_0$  为决策单元  $DMU_o$  的价值效率评价值, 其它符号含义同前。由于决策单元  $DMU_j$  在产出指标  $r$  上的价值偏好  $p_{rj}$  是产出值  $y_{rj}$  的递增函数, 因此可以对模型(10)再予以如下补充约束。即:

当  $y_{rk} < y_{rq} (1 \leq k < p \leq n; k, q = 1, \dots, n)$  时  $Y_{rk} < Y_{rq}$  (11-1)

当  $y_{rk} = y_{rq} (1 \leq k < q \leq n; k, q = 1, \dots, n)$  时,  $Y_{rk} = Y_{rq}$  (11-2)

将上述两类补充约束添加到模型(10)的约束之中所得到的模型, 此文中称作 DEA 广义价值效率度实用模型。

### 4 数值验证

设有一个关于 10 个决策单元的相对效率评价问题, 各个决策单元的投入产出指标值如表 1 的第 11、12 列和第 2、3、4 列所示。为了给 DEA 广义价

值效率测度实用模型的有效性验证提供比较基础, 这里假定决策者对决策单元产出指标值的价值偏好函数已知, 并且根据已知的价值偏好函数计算出的各个决策单元产出指标值的价值偏好真实值如表 1 的第 5、6、7 列所示。需要说明的是, 这一假定只是为了给 DEA 广义价值效率测度实用模型的有效性验证提供比较基础, 在解决实际问题时, DEA 广义价值效率测度实用模型并不要求决策者确切知道其对决策单元产出指标值的价值偏好函数, 只需要决策者能够按照前述方法给产出指标值的价值偏好区间估计即可。此外, 在数值验证中假定: (1) 表 1 的第 8、9、10 列所列数据为(决策者按照前文方法给出的)产出指标值价值偏好真实值的区间估计; (2) 价值效率分析中按照前文给出的方法构建出的权重置信域约束有两个, 它们分别是:  $0.20 \leq \mu_2/\mu_1 \leq 0.35; 0.30 \leq \mu_3/\mu_1 \leq 0.50$ 。

为了验证广义价值效率测度实用模型的有效性, 这里将各个决策单元产出指标值的价值偏好区间估计值和投入指标值输入到广义价值效率测度实用模型, 将各个决策单元产出指标值的价值偏好真实值和投入指标值输入到含有置信域约束(AR)的广义价值效率测度理论模型, 将各个决策单元产出指标值和投入指标值输入到经典的 DEA 分析模型(即模型(1-2)), 可以得到三个实值模型。为了叙述方便, 分别将它们依次记作模型 A、模型 B 和模型 C。

分别启动实值模型 A、实值模型 B 和实值模型 C, 可以得到如表 2 所示的效率评价结果。表 2 中, 模型 A 和模型 B 得出的结果是决策单元的价值效率评价值, 模型 C 得出的是决策单元的技术效率评价值。

表 1 决策单元投入产出指标值与产出指标值的价值偏好及其区间估计

决策单元 (j)	产出指标值 ( $y_{rj}, r = 1, 2, 3$ )			产出指标值的价值偏好 ( $p_{rj}, r = 1, 3, 2$ )			产出指标值的价值偏好区间估计 ( $[p_{rj}^{(l)}, p_{rj}^{(h)}], r = 1, 2, 3$ )			投入指标值 ( $x_{ij}, i = 1, 2$ )	
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2
1	1100	210	1000	92	85	100	[87, 93]	[80, 90]	[100, 100]	375	258
2	1150	240	900	95	100	95	[90, 97]	[100, 100]	[90, 98]	238	346
2	1200	160	800	100	63	87	[100, 100]	[60, 70]	[85, 90]	377	261
4	1000	110	700	82	42	82	[80, 84]	[40, 45]	[80, 85]	156	164
5	750	70	600	78	25	78	[70, 80]	[20, 30]	[75, 80]	123	138
6	550	40	500	45	17	70	[40, 50]	[15, 19]	[65, 75]	144	169
7	350	30	400	25	8	57	[20, 30]	[5, 10]	[50, 60]	439	215
8	300	20	100	10	5	e	[8, 15]	[3, 8]	[e, e]	180	364
9	200	5	200	5	e	21	[3, 8]	[e, e]	[20, 25]	120	186
10	50	10	300	e	3	43	[e, e]	[1, 5]	[35, 45]	253	190

表2 模型 A、B、C 得出的效率分析结果

决策单元 (j)	价值效率 评价值		技术效率 评价值	决策单元 (j)	价值效率 评价值		技术效率 评价值
	模型 A	模型 B	模型 C		模型 A	模型 B	模型 C
1	0.8304	0.7369	1.0000	6	0.7818	0.5839	0.8540
2	0.8383	0.7437	1.0000	7	0.3568	0.2890	0.2668
3	0.8049	0.7111	0.8474	8	0.1222	0.0729	0.2598
4	1.0000	0.9496	1.0000	9	0.1884	0.1302	0.3416
5	1.0000	1.0000	1.0000	10	0.1538	0.1315	0.3628

比较表2的计算结果可以看出,在决策单元价值效率分析中,模型A和模型B均把决策单元1、2、3、6、7、8、9、10评价为非有效单元,均把决策单元5评价为有效单元;在对决策单元4的评价上,两者的评价结果尽管存在差异但差异很策小。换言之,模型A与B的分析结果具有很好的一致性。由于实值模型B依赖的原理模型即含有置信域约束(AR)的广义价值效率测度理论模型,是在DEA原理上经严格科学推理引入权重置信域的,具有模型方法构建的科学严密性,加之模型B使用的输入数据均为客观真实值,因此模型B得出的效率评价具有客观真实性。这一事实以及模型A与B的分析结果具有很好一致性的事实,充分说明DEA广义价值效率测度实用模型给出的价值效率评价结果是可靠的、可信的。

比较表2中模型A和模型C的评价结果可以看出,模型C把4个决策单元(即决策单元1、2、4、5)评价为有效单元,而模型A只将其中的2个决策单元(即决策单元4、5)评价为有效单元。这表明:模型C在决策者价值函数是非线性函数情况下由于无法科学引入价值判断信息(权重置信域约束)因而只能进行效率分辨能力较差的技术效率评价;而模型A在决策者价值函数是非线性函数情况下由于可以科学引入价值判断信息因而可以实现对决策单元的价值效率分析,可以对技术有效的决策单元予以进一步的有效性甄别,从而能够明显提高效率有效与效率无效决策单元的评价分辨能力。由上述比较可以看出,DEA广义价值效率测度实用模型相对于经典的DEA模型具有更强的效率评价分辨能力。

上述两个对比分析结论表明,DEA广义价值效率测度实用模型可以得出可靠、可信且具有较强效率分辨能力的评价结果,从而为解决决策者具有非线性价值函数情况下的决策单元价值效率分析难题,提供了科学可行的实现方法。

## 5 结语

传统的DEA模型存在权重取值过于灵活的缺陷。虽然国内外学者为解决该问题提出了含有权重置信域的DEA/AR理论模型,但如何利用决策者的价值信息来构造DEA权重置信域,迄今只提出了适用于决策单元具有单一投入(或单一产出)或决策者的价值函数具有比例线性特征等特殊情况的价值效率分析科学方法。这些仅适用于特殊情况的方法远远不能满足解决现实问题的需要,因此探索建立具有一般性和普遍适用性的价值效率分析方法显然具有重要的科学理论价值和实际应用价值。此文在DEA建模原理的基础上,通过引入价值偏好估计对经典的DEA模型(即CCR模型)予以了科学推广,并依据该模型推广建立了决策者价值函数是非线性函数情况下的决策单元价值效率分析实用模型方法,即DEA广义价值效率测度实用模型。其最主要技术优点是,权重置信域的构造具有科学严密性和价值信息引入的可操作性,从而可以充分保证分析结论的可靠性。数值验证结果表明决策单元广义价值效率测度实用模型可以得出可靠、可信且具有较强效率分辨能力的评价结论。文献[8-9]提出了决策者价值函数是比例线性函数情况下的价值效率分析方法;而DEA广义价值效率测度实用模型则是,决策者价值函数是非线性函数情况下的价值效率分析方法。事实上,尽管文中没有论述,DEA广义价值效率测度实用模型也同样适用于决策者价值函数为线性函数但不是比例线性函数情况下的价值效率分析问题。因此,广义价值效率测度实用模型与文献[8-9]共同形成了解决实际问题价值效率分析的普适性方法。

需要指出的是,文中虽只研究了决策单元产出指标的非线性价值函数问题,但所提出的建模方法原理同样适用于决策单元投入指标的价值偏好是非线性函数情况下的价值效率分析问题。

## 参考文献:

- [1] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision-making units[J]. *European Journal of Operational Research*, 1978, 2: 429- 444.
- [2] Zhu J. Imprecise data envelopment analysis(IDEA): A review and improvement with an application[J]. *European Journal of Operational Research*, 2003, 144: 513- 529.
- [3] Guo P, Tanaka H. Fuzzy DEA: a perceptual evaluation method[J]. *Fuzzy sets and systems*, 2001, 119: 149- 160.
- [4] Thompson R G, Langemeier L, Lee C, Thrall R. The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas farming[J]. *Journal of Econometrics*, 1990, 46: 93 - 108.
- [5] Dyson R G, Thanssoulis E. Reducing the weight flexibility in data envelopment analysis[J]. *Journal of the Operational Research*, 1988, 39: 563- 576.
- [6] Wong Y- H, Beasley J E. Restricting weight flexibility in data envelopment analysis[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1990, 41: 829- 835.
- [7] 李春好. 对 W- B 权重置信域约束构造方法的改进及应用[J]. *中国管理科学*, 2003, 11(3): 51- 55.
- [8] LI Chun- hao. Weights relationships between DEA and MCDM[A]. *Proceedings of 2002 International Conference on Management Science & Engineering*, Russia, August 2002, (1): 452- 456.
- [9] 李春好. DEA 权重置信域构造的新方法及其应用[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2003, 33(3): 57- 62.
- [10] Sarrici C S, Dyson R G. Restricting virtual weights in data envelopment analysis[J]. *European Journal of Operational Research*, 2004, 159: 17- 34.
- [11] Keeney R L. Measurement scales for quantifying attributes [J]. *Behavioral Science*, 1981, 26: 29- 36.

### A Generalized Value Efficiency Model for Data Envelopment Analysis

LI Chun- hao, CHEN Xu, LIANG Qiong, SUN Yong- he

(School of Management, Jilin University, Changchun 130025, China)

**Abstract:** Aiming at overcoming the drawback of unreasonable weight flexibility in Data Envelopment Analysis (DEA), this paper presents an Applicable Generalized Value Efficiency Model(AGVEM) for DEA to measure the value efficiency of decision-making units(DMU). The AGVEM is for cases in which the decision-maker's preference functions on outputs are nonlinear. The model is given by way of generalizing the basic theorem of DEA to accommodate value preference estimates on DMU's outputs, through which weight assurance regions for DEA value efficiency analysis could scientifically and reasonably be introduced using the principle of multiple criteria decision making. A data experiment for verifying the AGVEM shows that the model is able to produce more reliable and powerful conclusions on DMU-discrimination.

**Key words:** Data Envelopment Analysis; value efficiency; multiple criteria decision making; weight assurance region; value preference