

文章编号: 1003-207(2005)04-0033-07

基于需求更新的民航收入管理动态存量控制模型

罗 利, 王念星

(四川大学工商管理学院服务管理研究所, 四川 成都 610064)

摘 要: 本文对民航收入管理存量控制研究中具有里程碑意义的 EMSR(Expected Marginal Seat Revenue) 模型进行了评述, 分析其存在的缺陷, 提出将销售过程中获取的最新销售信息与需求的历史先验分布相结合, 运用二维正态分布下的贝叶斯模型对需求分布进行更新, 并将综合考虑新的需求预测、No-Show 和取消订票等因素得到的新的需求限制与座位总数 C 相比较, 给出更为通用的、市场反应更为灵敏的民航收入管理动态存量控制模型。

关键词: 收入管理; EMSR 模型; 需求更新; 动态存量控制

中图分类号: C931 文献标识码: A

1 引言

航空运输服务产品具有易逝性特征, 即其产品价值随着销售时间的流失而迅速减少, 直至起飞时刻的零产品价值, 同时由于民航企业生产(储存)产品能力的短期非调节性以及需求的波动性, 需要企业尽可能的将产品在失效前售出, 但如果过多的产品以低价售出, 企业的利润必将受损。因此, 企业必须平衡产品虚耗与价格之间的关系。收入管理策略以市场为导向, 通过市场细分, 对各子市场的消费者行为进行分析、预测, 运用动态定价、存量控制和超订等策略, 确定最优价格和最佳存量分配策略, 实现收入最大化。其核心是在适当的时候将适当的产品以适当的价格销售给适当的消费者, 从而取得最大的经济效益。由于它充分挖掘产品价格与存量的最优组合去调整服务供需矛盾, 较好的解决了产品价格随着销售时间的流失而迅速减少, 也就是产品价值易逝性问题, 收入管理现已逐步渗透到服务业的各个领域(如餐饮旅游、文体娱乐、电视广播、货物运输、通信以及能源供应等行业), 并已成为企业参与市场竞争的重要手段。由于收入管理广阔的应用前景(在服务类产品和高科技产品中普遍存在易逝性特征), 它已经成为国际管理科学界研究的热门领域

之一。

作为收入管理研究中最重要的一个内容是存量控制, 它是指将尚未售出的产品在不同的消费等级中进行适当分配。民航收入管理存量控制研究主要针对舱位控制问题。收入管理存量控制理论研究开始于 20 世纪 70 年代美国航空业解释管制时期, 为了解决如何控制折扣舱位的分配, 并同时最小化因此造成的来自高价值顾客收入的稀释, 应用统计预测技术、数学优化方法的存量控制理论也就应运而生。随着收入管理应用实践的深入, 过去 40 多年来关于收入管理的文献也越来越多, 最早关于存量控制问题的研究是 Littlewood(1972)就单航段的舱位分配问题提出的一个简单的两级票价结构模型^[1]。在该模型中, Littlewood 提出了边际座位收入(Marginal Seat Revenue)的概念, 该概念指出: 倘若某座位能以高价格售出, 则该座位就不会以低价格售出。关于多级票价结构问题, Glover et al(1982)在 Littlewood 的研究基础上提出了多级票价结构的网络模型^[2]; 此后, Belobaba(1987, 1989)^{[3][4]}引入了期望边际座位收入(Expected Marginal Seat Revenue, 简称 EMSR)的概念, 并提出了两种简单有效的启发式算法(EMSR-a, EMSR-b)来确定座位保护水平和预定限制, 尽管 EMSR 模型除了在两个等级时是最优的, 在多等级情况下不能取得最优订票限制, 但由于其便于计算, 至今仍得到广泛的应用。Curry(1989)^[5]、Robinson(1991)^[6]、Wollmer(1992)^[7]、Brumell 与 McGill(1993)^[8]假设对不同价格等级产品的需求到达是有序的, 从理论层面上探讨了单航段存量控制问题, 他们的一个重要结论是

收稿日期: 2004-10-11; 修订日期: 2005-06-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70440007)

作者简介: 罗利(1968-), 女(汉族), 四川宜宾人, 四川大学工商管理学院副教授, 西南交通大学经济管理学院在职博士生, 研究方向: 服务管理、收入管理、供应链管理。

“嵌套分配”策略能够实现最优分配。Lee 与 Hersh (1993)^[9] 在需求任意到达的情况下, 将每个等级的需求假设为一个非齐次的泊松过程, 建立了一个离散时间的动态规划模型, 得出了当订票请求来到时, 是否接受的决策原则。Liang (1999)^[10], Feng 和 Xiao (200)^[11] 曾分别提出了连续时间动态舱位控制策略, 并各自独立地指出临界控制策略的最优性。Zhao 和 Zheng(2000)^[12] 证明, 对于更为一般的座位分配模型, 如包括转机、升舱及误机等问题, 类似的临界控制策略也是最优的。

在库存管理领域有大量的文献对需求信息更新下的库存优化控制策略进行讨论。他们的研究可以分为三类: 第一类使用贝叶斯模型讨论需求更新的动态特性。Dvoretzky et al(1952)^[13] 是第一位使用这种方法的研究者, Scarf (1960)^[14]、Miller (1984)^[15] 和 Azuory(1985)^[16] 也使用了类似的方法。第二类是用时间序列模型反应动态的需求, Johnson 和 Thompson (1975)^[17] 和 Lovejoy (1990)^[18] 将需求过程模型化为一个自回归移动平均过程, 并证明在特定条件下 Myopic 政策是优的。Miller(1989)^[19] 将需求的期望值设为指数平滑公式同一个不确定量乘积的形式, 并据此构造一个两状态变量(存货水平、过去需求的权重)动态规划去解决相关需求下存货问题。第三类则考虑了预测的更正, Hausman(1969)^[20] 将预测的推演模型化为一个半马尔可夫或马尔可夫过程, Heath 和 Jackson (1994)^[21] 利用 MME(Martingale Method of Forecast Evolution) 方法拓展了他们的工作。张菊亮和陈剑^[29] 在对供应链合同背景分析的基础上, 给出了零售商的努力影响需求变化的供应链合同。陈金亮等^[30] 也针对传统预测与订货模式对不确定的需求缺乏反应的问题, 建立了具有需求预测更新的订货模式模型。

现有的收入管理存量控制研究中主要以资源优化方法为主, 对航线需求的判断往往用主观假设分布的方式解决, 这种情况凸显出理论与实践的差距。虽然在近一二年国际收入管理学界对该问题的重视程度得到了很大的提高, 但还没有突破性的成果产生。本文对剩余销售周期内各等级需求分布参数的计算方法进行了探索, 并依据新的分布参数对 EMSR 模型进行改进, 使之更为通用的、市场反应更为灵敏, 这对收入管理在实际中(尤其是在中国低客座率的环境)的应用具有重要的理论和实践意义。

2 存量控制 EMSR 模型评述和分析

前面对收入管理中存量控制研究进行了简单评述, 由于本文是建立在存量控制策略方面具有里程碑意义的研究成果——Belobaba(1987, 1989)^{[3][4]} 提出的 EMSR(Expected Marginal Seat Revenue) 模型基础上。因此, 在此对存量控制中 EMSR 模型进行更详细的评述和分析。Belobaba 在表 1 列出的假设基础上将边际座位收入原则应用于多级票价结构提出了期望边际座位收入 EMSR 的方法。EMSR 模型在两个等级情况下是最优的, 但在多等级情况下不能取得最优订票限制。McGill(1989)^[24] 和 Wollmer(1992)^[7] 证明了在特殊的需求分布下, EMSR 模型提供了一个合理的估计。Robinson(1995)^[6] 证明了在一般需求分布下, EMSR 模型将产生一个差的结果。在此基础上, 一个更精细的模型 EMSRb 能得到一个更好的估计。Van Ryzin 和 McGill^[25] 详细讨论了 EMSRb 模型, 并提出了一种计算多票价嵌套等级的保护水平的简单有效方法, 它的最大优点就是不需要预测需求。McGill(1989)^[24], Curry(1990)^[5], Wollmer(1992)^[7], Brumell 与 McGill(1993)^[8] 提出了单航段最优订座限制的计算方法, 他们的结果都是在表 1 的假设条件下得到。Robinson(1995)^[6] 在放松订票等级顺序为先低后高的假设下得到了最优订座限制。虽然以上学者都指出了 Belobaba 的 EMSR 方法并不能得出最优解, 只能够预测航空公司需求分布的近似情况, 但 EMSR 模型作为收入管理舱位控制方面的经典模型, 由于其易编码, 易计算等原因已成为民航收入管理系统应用的主要理论模型。而且, 研究表明其与优化策略在效果上差别不大, 甚至在收入管理理论研究中 EMSR 模型成为检验一个舱位控制策略的优化效果的一个标准, 在离散时间优化策略的讨论中尤其明显。大多数作者都将自己的策略和 EMSR 比, 如 Wollmer(1992)^[7]、Brumelle 与 McGill(1993)^[8]、Robinson(1995)^[6] 等。

表 1 存量控制问题的简化假设

编号	内容	说明
假设一	订座等级按顺序排列	等级结构假设
假设二	订座请求到达低等级先到, 然后为高等级的顺序。	需求假设
假设三	各预定等级的需求之间相互独立	相关性
假设四	无取消或 NO-SHOW, 不考虑实行超订。	订座后的行为
假设五	单航段	网络假设
假设六	无批量预订	数量假设

EMSR 模型在实际中的成功运用, 要求有比较准确的预测。通过计算机系统, 座控人员可以把每个航班每个座位的 EMSR 值计算出来, 并通过 EMSR 值来决定如何分配每个子等级的座位数。在特定航班销售策略的制订过程中, 很重要的一个环节就是销售策略的实时调整, 即依据最新售票数据对之后的销售进行调整。但 EMSR 模型中的动态调整仅仅考虑了未来航班的预订情况, 对未来需求的估计还是建立在历史数据之上, 在航班预订周期开始前就已预测出, 并且以后没有进行过调整(即所谓的“静态座位优化控制管理”)。它没有根据最新销售信息中包含的市场趋势信息来对需求预测进行更新, 从而也就不能实现真正意义的动态库存策略, 同时对各等级票价座位需求间的相关性也未做讨论。对需求的分析建立在历史数据基础上是相当合理的, 但若由于某些随机因素导致实际销售数据与预期有较大出入时, 就要根据最新销售数据对原来的期望进行调整, 实现卖中学, 而不能一成不变。因此探讨收入管理分析框架下的需求更新方法, 在理论和实践方面都具有重要意义。

根据 Belobaba(1989)^[4]的 EMSR 模型, 在简化的两级票价情况下, 新的 Booking Limit(简称 BL) 等于:

$$BL_2(t) = C - b_1 - S_2^1(t) \quad (1)$$

其中, C 是该航班飞机座位总数, b_1 是 Class 1 (高价) 在 t 时刻已订出去的票(如旅行社提前以某个票价拿票), 而 $S_2^1(t)$ 可根据下式得出:

$$EMSR_1[S_2^1(t)] = f_1 P_1(S_2^1(t)) = f_2 \quad (2)$$

其中, f_1 和 f_2 分别表示高等级和低等级票价, $P_1(S_2^1(t)) = Pr(D_1 \leq S_2^1(t))$ 表示高等级需求概率分布。由于销售时间变短了, P_1 变小, 所以后面的 S_2^1 必须要比前期制定的 S_2^1 要小才能使等式成立, 这使得新的 BL 很有可能增大。只有在各等级票价的总需求大于或接近座位总容量时, 以座位总容量来反推 BL 才是合理的。在各等级票价的总需求远小于座位总容量时(比如客座率只有 50% 或 60%, 这在中国民航是十分常见), 根据座位总容量来定 BL 将增大低等级票的 BL, 最终导致航班很难升到高价舱位去, 这就丧失了抓住高价顾客的机

会。而在实际中, 人们一直假设低价顾客先来, 高价顾客后到。到了销售周期的后期, 应尽量抓住高价顾客。Belobaba 在其论文的结论处亦指出 EMSR 决策模型并不是所有情况都适用的, 它在相对高需求的情况下显得较为有效一些。总之, EMSR 模型本身没有解决需求预测更新和低客座率情况下座位存量控制的问题。本文针对 EMSR 模型存在的缺陷, 提出将销售过程中获取的最新销售信息与需求的历史先验分布相结合, 运用二维正态分布下的贝叶斯模型对需求分布进行更新, 并将新的需求预测带入调整后的边际等式, 从而给出更为通用的、市场反应更为灵敏存量控制策略。

3 民航收入管理需求更新问题描述

本文研究的是需求更新下的动态存量控制策略, 在销售周期的各个更新点(见图 1), 希望根据最新销售数据中包含的有价值的信息去提高需求预测的准确性, 从而获得更优的存量控制策略, 其结果是一个阶段进化模型。最后, 引入新的需求概率综合考虑退票和 No-show 得出更新点时刻新的销售策略。

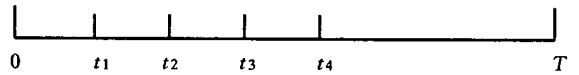


图 1 销售更新时刻示意图

这条思路要求假定更新点前后的需求是相关的, 受到 Brown 和 Lee(1997)^[26]研究的启发, 假设到第 t_i 个更新点, 正在销售 j 票价等级($j = 1, 2, \dots, N$)。已实现需求 D_{ij} 与 j 票价等级的总需求 D_j 服从单侧左截断二维正态分布(为了保证需求的非负性), 其均值、方差分别为 (μ_{ij}, σ_{ij}) 、 (μ_j, σ_j) ^①, 它们的相关系数为 ρ_{ij} , 则在 t_i 更新点处, j 票价等级已实现需求与总需求的联合密度函数可以写成如下形式:

$$f_j(D_{ij}, D_j) = \frac{e^{-1/2(1 - (\rho_{ij})^2)(z_{ij}^2 + z_j^2 - 2\rho_{ij}z_{ij}z_j)}}{2\pi\sigma_{ij}\sigma_j \sqrt{1 - (\rho_{ij})^2}} \quad (3)$$

其中, $z_{ij} = (D_{ij} - \mu_{ij})/\sigma_{ij}$, $z_j = (D_j - \mu_j)/\sigma_j$ 。

类似地, 设第 t_i 个更新点处该航班已实现需求 D_{i*} 与第 $j + 1$ 等级票价需求 D_{j+1} 服从单侧左截断

①此单侧左截断正态分布均值、方差计算公式为: 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2, 0, +\infty)$

$E[X] = \mu + \sigma \frac{\phi(u_i)}{\Phi(-u_i)}$, $D[X] = \sigma^2 \left\{ 1 + \frac{u_i \phi(u_i)}{\Phi(-u_i)} - \left[\frac{\phi(u_i)}{\Phi(-u_i)} \right]^2 \right\}$, 其中 $u_i = -\frac{\mu}{\sigma}$

$\phi(\cdot)$ 、 $\Phi(\cdot)$ 分别为标准正态分布随机变量的概率密度函数与分布函数。

二维正态分布 $f(D_i^*, D_{j+1})$, 其均值、方差分别为 (μ_i^*, σ_i^*) 、 $(\mu_{j+1}, \sigma_{j+1})$, 它们的相关系数为 $\rho_{i,j+1}^*$, 则它们的联合分布可以写成如下形式:

$$f_{j+1}(D_i^*, D_{j+1}) = \frac{e^{-1/2(1 - (\rho_{i,j+1}^*)^2)(z_i^{*2} + z_{j+1}^2 - 2\rho_{i,j+1}^* z_i^* z_{j+1})}}{2\sigma_i^* \sigma_{j+1} \sqrt{(1 - (\rho_{i,j+1}^*)^2)}} \quad (4)$$

其中, $z_i^* = (D_i^* - \mu_i^*)/\sigma_i^*$, $z_{j+1} = (D_{j+1} - \mu_{j+1})/\sigma_{j+1}$ 。类似地, 第 $j+2, \dots, N$ 等级票价需求假设与第 $j+1$ 等级票价需求假设一致。

本文模型中将包括两类需求不确定性: 第一类不确定性来源于需求本身产生的过程。由于消费者选择行为的随机性和对顾客效用函数估计的偏差等原因, 在一段销售时间 t_i 内, 对 j 票价等级座位需求 D_{ij} ($j = 1, 2, \dots, N$) 将是一个随机变量, 可设 D_{ij} 服从均值为 θ_{ij} , 方差为 σ_{ij}^2 的正态分布, 即 $f(D_{ij} | \theta_{ij}) \sim N(\theta_{ij}, \sigma_{ij}^2)$, 其中 θ_{ij} 是某一票价等级座位销售周期内的平均需求; 第二类不确定性来源于需求本身的参数 θ_{ij} 。由于 θ_{ij} 是一个观测值, 在新的观测数据引入后 θ_{ij} 会发生变化, 因此假设 θ_{ij} 服从均值为 μ_{ij} , 方差为 τ_{ij}^2 的正态分布, 即 $g(\theta_{ij}) \sim N(\mu_{ij}, \tau_{ij}^2)$ 。综合两类不确定性可以得到模型中的需求 D_{ij} 将是一个均值为 μ_{ij} , 方差为 $\sigma_{ij}^2 + \tau_{ij}^2$ 的正态分布, 即 $m(D_{ij}) \sim N(\mu_{ij}, \sigma_{ij}^2 + \tau_{ij}^2)$ 。

4 基于需求更新的动态存量控制模型

根据 EMSR 模型嵌套等级 (Nested Fare Class) 的假设, 认为对价格敏感的低价旅客先到, 对价格不敏感的高价旅客后到。保证你价票开放时高价票必然开放。由前文假设可知, 在 t_i 复核点正在出售第 j 等级的票, 则此时需要更新的是第 $j, j+1, \dots, N$ 等级票价座位的需求。以下分别对正在销售的第 j 等级票价座位和将来将要销售的 $j+1, \dots, N$ 等级票价座位的需求更新问题进行讨论, 并在此基础上建立基于需求更新的动态存量控制模型。

根据 t_i 复核点处已实现的最新销售数据以及历史数据, 可以得到 $0-t_i$ 销售时间内第 n 等级票的需求估计 D'_{ij} , 由前述假设可知其形式为 $m(D'_{ij} | \theta_{ij}) \sim N(\theta_{ij}, \sigma_{ij}^2)$ (σ_{ij}^2 已知), 而 θ_{ij} 满足 $g(\theta_{ij}) \sim N(\mu_{ij}, \tau_{ij}^2)$ (μ_{ij}, τ_{ij}^2 已知), 其中 θ_{ij} 为一先验分布。此 D'_{ij} 可被用于得以需求均值 θ_{ij} 在充分考虑新样本与先验分布两方面信息后的后验分布。在 D'_{ij} 给定的条件下, $0-t_i$ 销售时间内第 n 等级票需求均值的条

件分布为 $g(\theta_{ij} | D'_{ij}) \sim N(\mu(D'_{ij}), \frac{1}{\rho})$ 。

其中 $\rho = \frac{1}{\sigma_{ij}^2} + \frac{1}{\tau_{ij}^2}$;

$$\mu(D'_{ij}) = \frac{\sigma_{ij}^2 \mu_{ij} + \tau_{ij}^2 D'_{ij}}{\sigma_{ij}^2 + \tau_{ij}^2}$$

这就意味着 $m(D_{ij} | D'_{ij}) \sim N(\mu(D'_{ij}), \sigma_{ij}^2 + \frac{1}{\rho})$ (见 Berger 1985)^[27]。由前述可知 $f_j(D_j, D_j)$ 服从单侧左截断二维正态分布, 根据历史数据可得 D_j 的均值 μ_j , 标准差 σ_j 以及 D_{ij} 与 D_j 的相关系数 θ_i 。随之可得 $m(D_j | D'_{ij})$ 亦为正态分布, 其均值与标准差表达式如下:

$$\mu_j = \mu_j + \frac{\theta_i(D_{ij} - \mu(D'_{ij}))\sigma_j}{\sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)}}, \quad \sigma_j = \sigma_j \sqrt{1 - (\theta_i)^2} \quad (\text{Bickel 和 Doksum 1977})^{[28]}$$

则从 t_i 复核点到起飞时刻 T 时段内, 第 j 票价等级需求 $D_j - D_{ij}$ 亦为正态分布, 其均值为 $\mu_j - \mu(D'_{ij})$ 。该段时间内需求的标准差求法如下: 设 θ_i 为 D_{ij} 与 D_j 的相关系数, ξ_i 为 D_{ij} 与 $D_j - D_{ij}$ (即 i 更新点以后时间内 j 票价等级的需求, 可以根据历史数据得到) 的相关系数, ξ_i 为 $D_j - D_{ij}$ 的标准差。根据定义有:

$$\begin{aligned} \theta_i &= \frac{\text{Cov}(D_{ij}, D_j)}{\sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)} \sigma_j} \quad (5) \\ \xi_i &= \frac{\text{Cov}(D_{ij}, D_j - D_{ij})}{\sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)} \xi_i} \\ &= \frac{E(D_{ij}(D_j - D_{ij})) - E(D_{ij})E(D_j - D_{ij})}{\sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)} \xi_i} \\ &= \frac{E(D_{ij}D_j) - E(D_{ij}^2) - E(D_{ij})E(D_j) + (E(D_{ij}))^2}{\sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)} \xi_i} \\ &= \frac{\text{Cov}(D_{ij}, D_j) - [\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)]}{\sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)} \xi_i} \quad (6) \end{aligned}$$

将 θ_i 的表达式代入可得:

$$\begin{aligned} \xi_i &= \frac{\theta_i \sigma_j \sigma_j - [\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)]}{\sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)} \xi_i} \\ &= \frac{\theta_i \sigma_j - \sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)}}{\xi_i} \Rightarrow \sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)} = \theta_i \sigma_j - \xi_i \xi_i \\ \text{解得: } \xi_i &= \frac{\theta_i \sigma_j - \sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)}}{\xi_i} \quad (7) \end{aligned}$$

即可得 $D_j - D_{ij} \sim N(\mu_j - \mu(D'_{ij}), \frac{\theta_i \sigma_j - \sqrt{\sigma_{ij}^2 + (1/\rho)}}{\xi_i})$ (8)

以第 $j+1$ 等级票价需求的更新为例来说明更

高等级票价需求分布参数的求法。由前文可知 t_i 复核点前的总需求 D_{i^*} 与第 $j+1$ 等级票价需求 D_{j+1} 服从单侧左截断二维正态分布 $f(D_{i^*}, D_{j+1})$ 。同第 j 等级票价需求的推导类似, 可以根据 t_i 复核点处可得最新销售数据以及历史数据, 得到 $0-t_i$ 销售时间内总需求估计 D'_{i^*} , 在其基础上得到考虑新样本与先验分布两方面信息后需求均值的后验分布 $g(\theta_{i^*} | D'_{i^*}) \sim N(\mu(D'_{i^*}), \frac{1}{\rho})$ 。

$$\text{其中 } \rho = \frac{1}{\sigma_{i^*}^2} + \frac{1}{\tau_{i^*}^2};$$

$$\mu(D'_{i^*}) = \frac{\sigma_{i^*}^2 \mu_{i^*} + \tau_{i^*}^2 D'_{i^*}}{\sigma_{i^*}^2 + \tau_{i^*}^2} \quad (9)$$

这就意味着 $m(D_{i^*} | D'_{i^*}) \sim N(\mu(D'_{i^*}), \sigma_{i^*}^2 + \frac{1}{\rho})$ 。

根据二维正态分布的性质得到 $(D_{j+1} | D_{i^*})$ 的均值与标准差, 其表达式如下:

$$\begin{aligned} \mu_{j+1} &= \mu_{j+1} + \frac{\rho_{i^*}^{j+1} (D_{i^*} - \mu(D'_{i^*})) \sigma_{j+1}}{\sqrt{(\sigma_{i^*}^2)^2 + (1/\rho)}}, \\ \sigma_{j+1} &= \sigma_{j+1} \sqrt{1 - (\rho_{i^*}^{j+1})^2} \end{aligned} \quad (10)$$

第 $j+2, \dots, N$ 等级票价需求更新问题的解法与第 $j+1$ 等级类似, 最后得到考虑新样本与先验分布两方面信息后的从 t_i 复核点到起飞时刻 T 时段内高等级票价需求的均值与标准差。

Belobaba 的 EMSR 模型在低客座率情况下存在难升舱的缺陷, 这主要是由于以座位总容量 C 来反推 BL 造成的。在实际中我们可以根据前面所说的需求更新策略得出一个更为通用的模型, 根据最新的销售数据进行更新, 从而算出在更新策略下各等级票的保护水平。如果考虑退票和 No-show 的影响, 则更贴近实际。设已售出座位数为 C_s , 设各等级票价座位的退票率为 C_i (实际中低价票退票率低, 高价票的退票率高), No-show 的概率为 Y , 则最终 No-show 的人数为 $Y \times C_T$ 。在 t_i 更新点处由 No-show 和取消造成的空位数 S_i 可以表示为 $\sum_{j=1}^N C_j \times D_j + Y \times C_T$, 其中 $C_T = \sum_{j=1}^N D_j$ (已销售各等级需求为实际销售数目, 正在销售和将要销售的各等级需求为更新后的需求均值 μ_j)。此时求 BL 的新座位上限 C^* 确定原则如下:

若总需求 $\sum_{j=1}^N D_j < C + S_i$, 则 C^* 为总需求; 若

总需求 $\sum_{j=1}^N D_j > C + S_i$, 则 C^* 为 $C + S_T$ 。

同样在简化的两级票价情况下, 新的 $BL_2(t_i)$ 由下式得到:

$$BL_2(t_i) = \max\{C^* - C_s - b_{i^*}^t - S_2^1(t_i), 0\} \quad (11)$$

其中, $S_2^1(t_i)$ 由引入新需求分布的期望边际收益等式得到。对于多于两级票价的情况, 新的 $BL_j(t_i)$ 由下式得到:

$$BL_j(t_i) = \max\left\{C^* - C_s - \sum_{k < j} b_k^t - \sum_{k < j} S_j^k(t_i), 0\right\} \quad (12)$$

此处若 $BL_j(t_i) = 0$ 则立即升舱。

该模型可以保证根据实际需求制定反应更灵敏的动态库存控制策略, 实现及时升舱(Upgrade)充分把握高价值顾客, 从而解决 EMSR 模型在低客座率时出现的难升舱问题。

5 数值算例

由于本文讨论的背景是一个民航客运收入管理问题, 所以用民航售票数据来验证假设是合适的。对国内某航空公司某航班 2001.3-2003.3 出票数据(考虑提前天数)的相关性检验表明假设是成立的, 检验结果^②如下:

表 2 同等级需求与总需求相关系数

	提前五天	提前三天	提前一天
五折	0.803	0.877	0.999
六折	0.371	0.678	0.998
七折	0.362	0.796	0.983
八折	0.57	0.765	0.98
九折	0.424	0.755	0.977
全价	0.454	0.785	0.999

表 3 高低等级相关系数(提前五天)

	提前五天				
	六折	七折	八折	九折	全价
五折	0.454	0.354	0.412	0.254	0.235
六折		0.258	0.368	0.212	0.235
七折			0.324	0.414	0.268
八折				0.465	0.641
九折					0.397

表 4 高低等级相关系数(提前三天)

	提前三天				
	六折	七折	八折	九折	全价
五折					
六折		0.477	0.521	0.687	0.598
七折			0.498	0.584	0.52
八折				0.658	0.798
九折					0.754

②以上结果均通过相关系数的双侧(Two-tailed)检验, $P < 0.05$ 有显著的统计

表 5 高低等级相关系数(提前一天)

	提前一天				全价
	六折	七折	八折	九折	
五折					
六折					
七折			0.89	0.92	0.95
八折				0.96	0.99
九折					0.96

Brown 和 Lee(1997)^[24]的研究成果亦表明对于大多数产品来说,在销售周期内,第一阶段的需求和

表 6 传统 EMSR-b 模型下的保护水平,总收益 R= 91600 元

提前天数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
全价	0.86	2.78	3.85	4.59	5.26	5.84	5.84	5.88	5.88	5.89	5.89	5.89	6.89
九折	11.8	16.1	18.7	22	23.8	25.4	25.7	25.7	25.7	26.2	27.2	27.9	30.7
八折	33.4	39.3	44.3	50.1	53.3	56.4	58.5	59.6	59.6	61.2	63.2	65.9	68.7
七折	44.3	52	59.3	67.1	72.3	77.6	82.3	86	86.6	90.2	97.2	99.9	101
六折	54.5	64.2	74.1	86.8	96.8	106	113	119	122	126	136	140	144

表 7 需求更新存量控制模型下的保护水平,总收益 R= 93100 元

前天数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
全价	5.43	6.58	5.87	1.47	2.54	1.24	1.37	1.79	2.14	1.88	1.48	0.64	1.68
九折	12.8	13.8	13.8	11.2	4.65	7.74	0.74	0.98	1.32	2.29	11.9	18.4	37.5
八折	32	39.2	35.4	30.8	17.3	24.2	13.7	7.34	7.95	1.36	19.9	48.3	79
七折	51.7	61.4	57.2	53.8	44.5	55.2	46.7	52.7	48.9	12.6	85	120	71.3
六折	82.7	100	95.2	88.4	71.3	79.8	64.1	80.3	77.7	38.8	103	129	71.3

注:表 6、表 7 的表头中的提前天数 0,表示当天出票数,提前天数 1 表示提前 1 天的出票数,2-12 以次类推;全价票票价为 1000 元,九折为 900 元,八折 800 元,以次类推。

6 结论及展望

通过计算,我们可以看出,用需求更新模型得出的收益明显大于 EMSR 模型的计算结果,从而可以看出需求更新模型不仅在理论上可行,也有一定的实际意义。它的应用将改变现阶段民航系统中在低乘坐率下难升舱的弊端,并且提高航班的总收益,更新需求模型的提出必将为民航系统的发展提供新动力,注入新活力。

本文中关于收入管理需求更新的研究,为解决收入管理舱位控制和动态定价综合策略中的各等级票价座位需求转移、替代问题铺平了道路,同时也为如何补偿不可观察需求(Unobservable Demand)这个国际前沿问题的探索提供了一条有建设性的途径。推而广之,本文中提出的方法可以广泛应用于服务产品、高科技产品等易逝品(只要该类产品的需求满足某种分布且不同等级产品需求相关)的收入管理问题研究,而对现有模型进行的改进,使得收入管理理论向实际应用又迈进了一步,同时对在中国目前航班客座率普遍偏低的国情下如何实施收入管

总需求的相关系数大约在 0.8-0.9 之间。

在该航班 2001 年 3 月-2003 年 3 月出票数据的基础上,以 2001 年 3 月-2003 年 2 月的数据为原始数据,用 2003 年 3 月的数据作为更新数据,依照上述的更新模型进行计算,得出了分别依照传统 EMSR-b 模型和需求更新状态下存量控制模型计算的保护水平,并求得了在两种情形下的总收益。结果如下:

理给出了一条现实可行的道路。

参考文献:

- [1] Littlewood K. Forecasting and Control of Passengers [J]. 12th AGIFORS Symposium Proceedings, 1972, 103-10.
- [2] Glover F., R. Glover, J. Lorenzo, C. McMillan The passenger mix problem in the scheduled airlines [J] Interfaces, 1982, 12: 73-79
- [3] Belobaba, PIP1, Airline Yield Management: An Overview of Seat Inventory Control [J] Transportation Science, 1987(21): 63-73
- [4] Belobaba, PIP1, Application of a Probabilistic Decision Model to Airline Seat Inventory Control [J] Operations Research, 1989, 37: 183-197
- [5] Curry, R1 Optimal Seat Allocation with Fare Classes Nested by Origins and Destinations [J] Transportation Science 1990, 24: 193-204
- [6] Robinson, L1 W1 Optimal and Approximate Control Policies for Airline Booking with Sequential Fare Classes [J] Operations Research, 1995, 43: 252-263
- [7] Wollmer, R1 D1 An Airline Seat Management Model for a Single Leg Route when Lower Fare Classes Book First [J]. Operations Research, 1992, 40: 26-37

- [8] Brumelle, S L L and J I I M c G i l l Allocation of Airline Seats between Stochastically Dependent Demand [J]. *Transportation Science*, 1993, 24: 183– 192
- [9] Lee T I C I and M I H e r s h I A Model for Dynamic Airline Seat Inventory Control with Multiple Seat Bookings [J]. *Transportation Science*, 1993, 27: 252– 265
- [10] Liang, Y I Solution to the Continuous Time Dynamic Yield Management Model [J]. *Transportation Science*, 1999, 33: 117– 123
- [11] Feng, Y I and B I X i a o I A Dynamic Airline Seat Inventory Control Model and Its Optimal Policy [J]. *Operations Research*, 2001, 49: 938– 949
- [12] Zhao, W I and Y I S I Z h e n g I A Dynamic Model for Airline Seat Allocation with Passenger Diversion and No-Show [J]. *Transportation Science*, 2001, 35: 80– 98
- [13] Dvoretzky, A, J I K e i f e r, J, W o l f o w i t z I The inventory problem: A Case of unknown distributions of demand [J]. *Econometrica*, 1952, 20: 450– 466
- [14] Scarf, H I Bayes solutions of the statistical inventory problem [J]. *Naval Logistics Research Quarterly*, 1960, 7: 591– 596
- [15] B I S I M i l l e r I A comparison of the optimal levels of Bayesian and non-Bayesian inventory models [J]. *Management Science*, 1984, 30: 993– 1003
- [16] Azuory, K I S I Bayes solution to dynamic inventory models under unknown demand distributions [J]. *Management Science*, 1985, 31: 1150– 1160
- [17] Johnson, O, H, T h o m p s o n I Optimality of Myopic inventory policies for certain depended processes [J]. *Management Science*, 1975, 21: 1303– 1307
- [18] Lovejoy, W I Myopic policies for some inventory models with uncertain demand distributions [J]. *Management Sci*, 1990, 36: 724– 738
- [19] Miller, L, M I S c a r f. s state reduction method, flexibility, and a dependent demand inventory model [J]. *Operations Research*, 1989, 34: 83– 90
- [20] Hausman, W I H I Sequential decision problems: A model to exploit existing forecasts [J]. *Management Science*, 1969, 16: 93– 111
- [21] Heath, D, P, J a c k s o n I Modeling the evolution of demand forecasts with application to safety stock analysis in production/distributions systems [J]. *IEEE Trans*, 1994, 26: 17– 30
- [22] Bhatia, A I V I, and S I C I P a r e k h I Optimal Allocation of Seats by Fare [A]. Presentation by Trans World Airlines to AGIFORS Reservations Study Group [C]. 1973
- [23] Richter, H I The Differential Revenue Method to Determine Optimal Seat Allocations by Fare Type [J]. *AGIFORS Symp Proc*, 1982: 339– 362
- [24] M c G i l l, J I I Optimization and Estimation Problems in Airline Yield Management [Ph.D. thesis, [D]. Faculty of Commerce and Business Administration, University of British Columbia, Vancouver, BC 1989
- [25] G I J I V a n R y z i n, J I I M c G i l l Revenue Management Without Forecasting or Optimization: An Adaptive Algorithm for Determining Airline Seat Protection Levels [J]. *Management Science*, 2000, 46: 760– 775
- [26] Brown, A, H I L L E E I Optimal pay to delay capacity reservation with application to the semiconductor industry [C]. Working paper Stanford university, Stanford, CA
- [27] Beger, J a m s I O, *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis* [M]. Second Ed, Springer-Verlag, New York, 1985.
- [28] Bickel, P I K I D o k s u m *Mathematical Statistics* [M]. Holden Day Publisher, San Francisco, CA 1977
- [29] 张菊亮, 陈剑. 销售商的努力影响需求变化的供应链的合约 [J]. *中国管理科学*, 2004, 12(4): 50– 56
- [30] 陈金亮, 徐渝, 贾涛. 对称信息下具有需求预测更新的供应链协调模型分析 [J]. *中国管理科学*, 2005, 13(1): 37– 41

The Dynamic Revenue Management Inventory Control Model with Demand Updating

LUO Li, WANG Nian-xing

(Service Management Institute, Business School, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: Based upon analysis of the deficiency of EMSR (Expected Marginal Seat Revenue) model, the milestone of airline revenue management, the paper puts forward a new dynamic revenue management inventory control model, which is more general and more sensitive to the market. The paper, at the first place, combines the prior distributions of demand with the latest marketing information acquired in the selling process, then renews the distributions of demand with Bayesian model which obeying bivariate normal distribution, and takes into consideration such factors as the newest demand forecast, No-Show and order canceling, to draw out a fresh demand restriction, which then is compared with the total seats to achieve the final model.

Key words: revenue management; EMSR model; demand updating; dynamic inventory control model